

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
КРАЉЕВО

ЗАВРШНИ РАД

Славковић Дејан
63/07

Краљево, октобар 2012. године



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
КРАЉЕВО

Катедра за Урбано инжењерство
Предмет : Управљачке и мерне компоненте

Кандидат : Славковић Дејан
Број индекса : 63/07

ЗАВРШНИ РАД

Тема:

Динамичко понашање хидромотора управљаног разводником

Садржај рада:

1. Уводна разматрања
2. Врсте и карактеристике управљаних система
3. Математички модел система
4. Анализа статичких и динамичких карактеристика
5. Закључак
6. Литература

Предметни наставник

Проф. др Новак Недић, дипл.инж.маш.

Краљево, октобар 2012. године

САДРЖАЈ:

1. Увод	1
2. Врсте и карактеристике хидростатичких вентилски управљаних система ...	2
2.1. Пригушно управљање	3
2.2. Карактеристике система	3
2.3. Вентили	4
2.4. Клипни разводници	6
2.5. Статичке карактеристике клипних разводника са коначним бројем положаја покретног елемента.....	9
2.6. Хидраулични клипни разводник са два прикључка	10
2.7. Активирање разводника	12
2.8. Клипни вентил са линијским каналима - са зазором.....	13
2.9. Линеарни коефицијент клипних вентила	15
2.10. Основни елементи фуидне енергије.....	18
3. Математички модел система када је динамика цевовода занемарена	21
3.1. Електрохидраулични разводник.....	22
4. Анализа статичких и динамичких карактеристика система аутоматског управљања и симулација карактеристичних величина	28
4.1. Анализа статичких и динамичких карактеристика када је динамика цевовода занемарена.....	28
4.2. Фреквентна анализа карактеристика система када је динамика водова узета у обзир преко модела са концентрисаним параметрима.....	37
5. Закључак	44
6. Литература	45

1. Увод

У раду је описан електрохидраулички систем, код кога је мотор управљан разводником. Због низа изванредних својстава ови системи су најчешће коришћени код грађевинских а посебно код рударских машина.

Електрохидраулично управљање је комбинација хидрауличног и електричног управљања. Код сваког управљачког система разликују се два дела:

- управљачки (информациони-електро)
- извршни (енергетски - хидраулички).

Одликују се високом тачношћу, високим притисцима и протоцима, као и поузданошћу у раду. Ови системи према концепту управљања радним флуидом деле се на:

- Систем са запреминским управљањем
- Систем са пригушним управљањем.

Систем се састоји од разводника помоћу којег управљамо струјањем радног флуида тј.проком и притиском, хидрауличних водова који представљају радне коморе и повезују разводник са извршним елементом (мотором). Извршни елемент је хидромотор који непосредно делује на објекат управљања.

Разводници су компоненте које служе за покретање, заустављање и усмеравање струје флуида.Симбол разводника даје информацију о броју прикључака, броју разводних положаја и начину активирања.

Принцип рада пумпи и хидромотора је да и код пумпе и код хидромотора конверзија енергије се постиже покретањем радног елемента.Основни је принцип рада хидростатчких машина је непрестана промена волумена радних комора (волуметричке машине).

У коморе хидромотора радна течност долази под високим притиском, при чему потискује радне елементе, а волумен се радне коморе повећава. Хидрауличка енергија радне течности предаје се преко радних елемената, излазном вратилу у виду механичке енергије. Излаз радне течности из хидромотора је под неким малим притиском. Величина притиска последица је оптерећења вратила хидромотора.

У првом поглављу дати су општи подаци и значај ових система.

У другом поглављу, врсте и карактеристике електрохидрауличких система, дате су предности и недостатци ових система, опис његових компоненти и њихова функција у систему.

У трећем поглављу извршен је математички модел система

У четвртој области дата је анализа статичких и динамичких карактеристика.

2. Врсте и карактеристике хидростатичких вентилски управљаних система

Електрохидраулични системи управљања су системи управљања чији је извршни орган електрохидраулични. Могу се поделити према различитим критеријумима:

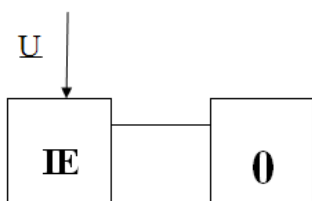
а) Према улози и месту човека у систему:

- ручни
- полуаутоматски
- аутоматски.

б) Према концепту управљања радним флуидом:

- системи са запреминским управљањем
- системи са пригушним управљањем.

Системи са запреминским управљањем се базирају на управљању извора енергије, у циљу управљања извршним органом, док се системи са пригушним управљањем базирају на пригушења енергије из извора енергије у циљу управљања системом.



Сл.2.1 Структурна шема управљања радним флуидом

ц) На основу снаге извршног органа:

- мале снаге,
- средње снаге,
- велике снаге.

д) Према величини радног притиска:

- са ниским притиском до 5 МПа,
- са средњим притиском од 5 ÷ 10 МПа,
- са веома високим притиском преко 30 МПа.

е) Према начину циркулације радног флуида у систему:

- отворени,
- затворени.

ф) Према начину кретања извршног органа:

- са праволинијским кретањем (цилиндри),
- са обртним кретањем (мотори),
- са обртним кретањем (обртни мотори).

г) Према начину преношења информације:

- непрекидне (аналогне),
- дискретне (дигиталне).

х) Према врсти извора напајања:

- пумпни (основ енергије је пумпа),
- акумулаторски.

2.1. Пригушно управљање

Код њега је хидромотор управљан серворазводником (разводником). Хидропумпа је константне енергетске способности. Системи са пригушним управљањем раде у отвореном хидрауличном колу тако да се једном пумпом могу напајати више хидромотора. Код ових сервомеханизама карактеристично је да се промена брзине кретања хидромотора при константном оптерећењу остварују пригушивања струје радног флуида на улазу и излазу хидромотора, при чему систем напаја пумпа константног протока. Пригушивање уљне струје се остварује променом полазних пресека серворазводника у односу на отворе у телу разводника.

Хидраулични системи са пригушним управљањем имају доста предности, али и неке недостатке.

Предности су:

- велика тачност позиционирања,
- већа брзина (имамо директно управљање извршним органом),
- велика осетљивост разводника,
- висока поузданост,
- лакоћа управљања и релативно ниска цена.

Недостаци су:

- релативно мали коефицијент искоришћења ($\eta < 0.3$) услед великог губитка енергије због пригушења на серворазводнику,
- знатно клизање система под оптерећењем.

2.2. Карактеристике система

- способност да остваре високе силе (моменте)
- висок однос силе према тежини
- могућност континуиране промене брзине кретања извора (обртних и праволинијских) током операције са великим преносним односом
- претварање енергије флуида у механичку без посредних елемената
- висока тачност, поновљивост и крутост
- могућност брзе и честе промене смера кретања што је последица мале масе
- висока поузданост и безбедност у раду
- једноставан надзор сила које делују, сила момента
- слободан размештај компоненти
- једноставно одвођење топлоте и хлађења
- могућност пројектовања сложених система корисћењем модуларног приступа
- потреба за генерисањем хидрауличне енергије
- могућност цурења радне течности што доводи за потребном прецизном израдом
- утицај температуре са околином понашања
- потребе за одстрањивањем нечистоћа из флуида
- бука и низак степен пригушења
- запаљивост радне површине.

Из претходних предности и недостатака може се закључити:

- а) хидраулични системи управљања су практично незамењиви када су у питању велика оптерећења,
- б) када су у питању мања и средња оптерећења морају се добро сагледати технички услови.

Систем се састоји из следећих компоненти:

- разводника,
- радних комора (водова) и
- извршног елемента (мотора).

2.3. Вентили

Вентили су елементи за управљање струјањем флуида. Служе за управљање протоком или притиском флуида. Они су саставни део сваког хидрауличког и пнеуматског система, и представљају најважнији елемент код сваког система. Могу се поделити према више критеријума:

а) природи радног флуида:

- хидраулични и
- пнеуматски.

У пракси се срећу комбиновани вентили па их можемо разврстати у:

- електро хидрауличне вентиле,
- електро пнеуматске вентиле.

б) према начину активирања:

- ручни вентили,
- аутоматски вентили.

Ручни вентили активирају се непосредно утицајем човека. Аутоматски вентили активирају се уз помоћ различитих погонских елемената (механичких, хидрауличних, електричних) без непосредног утицаја човека.



Сл.2.2 Пример ручног вентила

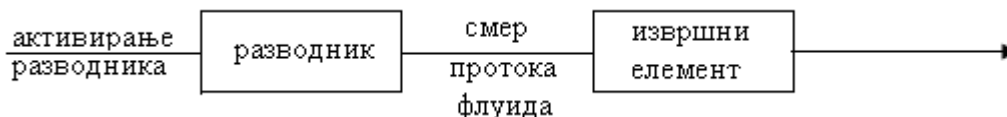
ц) Према функцији вентиле сврставамо у следеће групе:

- разводни вентили (разводници)
- вентили притиска
- вентили протока
- зауставни вентили (блокирајући).

Разводници су вентили за:

- пропуштање,
- заустављање,
- промену смера струјања,
- пригушивање струјања радног флуида.

С обзиром на своју функцију они се налазе непосредно испред извршног елемента. То се може приказати и структурним дијаграмом:



Сл.2.3 Структурни дијаграм система

Помоћу разводника управљамо: положајем, брзином, убрзањем, силом. Разводник је саставни део сваког система аутоматског управљања. Какав ће бити флуид на излазу из разводника зависи од функције коју разводник врши. Основни критеријум за поделу разводника је број положаја покретног елемента разводника.

Према броју положаја покретног елемента делимо их на:

- разводници са коначним бројем положаја покретног елемента (усмеравајући разводници),
- разводници са неодређеним бројем положаја покретног елемента (разводници са пригушивањем).



Сл.2.4 Пример хидрауличког разводника

Основна функција разводника са коначним бројем положаја је заустављање, пропуштање и усмеравање струјања радног флуида. Покретни део разводника заузима дефинисан број положаја који су одређени конструкцијом. Разводници са неодређеним бројем положаја покретног елемента су разводници који поред заустављања, пропуштања и усмеравања радног флуида врше и функцију пригушења струјања.

Према конструкционом критеријуму постоје:

- клизни вентили
- седећи вентили
- вентили типа млазница - екран
- струјни вентил
- мембрански вентил
- лептир вентил.

2.4. Клипни разводници

Клипни разводници су клизни тип разводника. Основни делови су:

- клип - покретни елемент,
- кошуљица (чаура),
- тело разводника са проточним каналима.

Помоћне делове чине:

- елементи за активирање,
- елементи за искључивање.

Постоје два типа ових разводника:

- а) усмеравајући клипни разводници (разводници са коначним бројем положаја клипа) :
 - разводници са два прикључка,
 - разводници са три прикључка,
 - разводници са четири прикључка,
- б) разводници са пригушењем (разводници са неограниченим бројем положаја клипа).

Разводници са коначним бројем положаја клипа имају два, три, четири и више прикључних отвара (канала) који се међусобно повезују под дејством елемената за активирање и искључивање, чиме се омогућава струјање флуида у различитим смеровима. Број могућих комбинација струјања зависи од броја прикључних отвора. Постоји најмање два отвора од којих је један отвор везан за пумпу а други са извршним елементом.

Функције које разводници могу да остваре су многобројне. Оне се карактеришу бројем прикључака које разводник има и бројем положаја које може да оствари.

Општи облик ознаке је: RR/PP

где RR - представља број прикључака на разводнику, а PP - број положаја које може да оствари.

Основне карактеристике разводника су:

- n - број прикључака, и
- m - број положаја

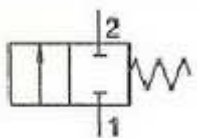
и оне су дате у облику n/m и чине ознаку разводника.

Разводници су пнеуматске компоненте за управљање извршним органима (цилиндрима). Да би се у пнеуматском цилиндру добила сила на клипњачи, ваздух под притиском пролази кроз разводник. Цилиндри који се користе у пнеуматским инсталацијама могу бити једносмерног и двосмерног дејства. У првом случају повратни ход клипа у цилиндру врши се помоћу опруга, а у другом случају оба хода (радни и повратни) се остварују дејством компримарног ваздуха. У разводнику се ваздух усмерава ка цилиндру или се цилиндар преко разводника повезује са атмосфером. Разводником се упушта ваздух у једну или другу страну пнеуматског цилиндра двосмерног дејства. Разводник може бити активиран: ручно, ножно, механички, пнеуматски и електромотором. Када ће који начин бити примењен зависи од места примене и услова рада пнеуматске инсталације.

Ради међусобног споразумевања разводници се обележавају према начину функционисања и конструктивном решењу. Означавање разводника као и других пнеуматских компонената код израде пројеката врши се симболима према европском стандарду. Поред тога треба разликовати разводнике код којих после активирања ваздух пролази ка извршном органу и оне, кроз које стално постоји пролаз ваздуха, а када се активирају прекида се струјање ваздуха. Према томе постоје разводници који су нормално затворени и нормално отворени.

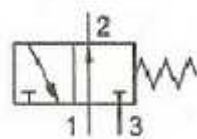
Означавање разводника врши се према броју отвора за прикључке и броју положаја које разводник може да заузме. Тако на пример разводник 4/2 има четири прикључка и два положаја. Разводник се у шематском приказу увек црта у неактивном положају, односно тако да је приказана повезаност прикључака која одговара ситуацији без управљачког сигнала на разводнику.

Квадратима се представља број положаја које може заузети покретни елемент у кућишту чиме се обезбеђују различити токови унутар разводника, а сами токови се обележавају линијама и стрелицама.



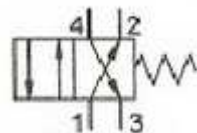
Разводник 2/2, нормално затворен, моностабилан

Ова врста разводника представља пнеуматски прекидач. Када је активирају овај разводник пропушта ваздух под притиском кроз једини излазни прикључак 2. Када није активирају разводник прекида довод ваздуха.



Разводник 3/2, нормално отворен моностабилан

Овај разводник у активирају стању пропушта ваздух под притиском према једином излазном прикључку 2. Када није активирају излазни прикључак повезан је са атмосфером.



Разводник 4/2, моностабилан

Када није активирају активно је десно поље на симболу тј ваздух под притиском од напојног прикључка 1 иде ка прикључку 2, док је прикључак 4 повезан са атмосфером преко прикључка 3.

Сл.2.5 Разводници

Постоје и друге варијанте разводника нарочити с 'обзиром на начин комадовања, али све рађене на бази исте конструктивне концепције. И ако разводници у функционалном смислу морају извршавати исти задатак, у конструктивном погледу они се разликују. Једна конструктивна концепција има слободан клип са заптивкама на клипу, а по другој разводници су вентилског типа.

Класификација разводника може се извршити према времену трајања сигнала активирања на:

Моностабилни разводници се активирају само на једном месту. По активирању разводник промени положај, а одмах по деактивирању се сам враћа у почетни положај. Моностабилне разводнике-сигнал активирања мора да је присутан за све време трајања радног положаја.

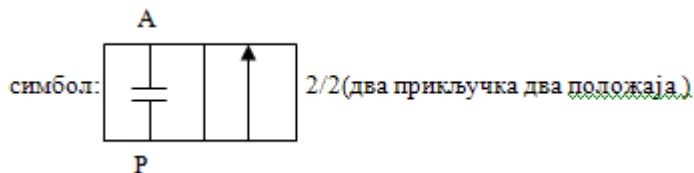
Бистабилни разводници се активирају на два места. По активирању на једном месту разводник мења свој положај и задржава га и по искључењу активирања. У овом положају остаје све док се не активира на другом месту када се враћа у почетни положај и задржава га до активирања на првом месту.

Поновљено активирање на истом месту не изазива никакве промене. Због овог "памћења" положаја у коме се тренутно налази, ови разводници се још називају и меморијски разводници. Бистабилне разводнике-сигнал активирања одговарајућег положаја је импулс (враћање у почетни или други положај).

Усмеравајући клипни разводник са два прикључка (Р, А)

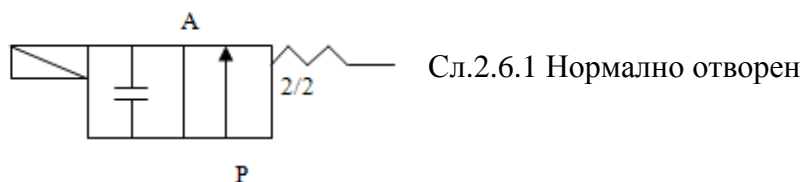
Р - отвор за везу са извором напајања,

А - отвор за везу са извршним органом.

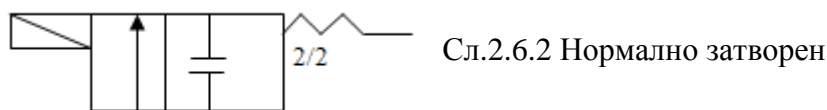


Сл.2.6 Симбол разводника са 2 прикључка

Активирање ових разводника је обично механичко или електромагнетно (соленид) са повратним кретањем помоћу полуге. Разводник може бити нормално отворен и нормално затворен у негативном стању.



Активирање је електромагнетом, он увек гура клип, савлађује опругу и помера на радно место али тек када се укључи струја.



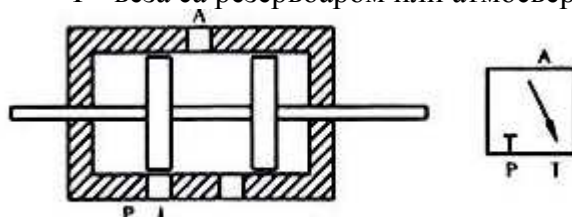
Активирањем разводника он се отвара и пропушта се струја.

Усмеравајући клипни разводник са три прикључка (Р, Т и А)

Р - веза са извором напајања

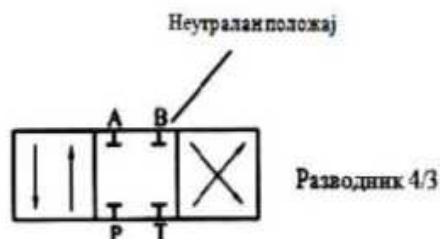
А - веза са извршним органом

Т - веза са резервоаром или атмосфером.



Сл 2.7 Разводник са три прикључка

Постављањем прикључка за везу са обе коморе цилиндра (А и В) омогућено је кретање цилиндра у оба смера, па је примена ових разводника у управљању дворадних извршних органа.



Сл.2.8 Симбол разводника са 4 прикључка

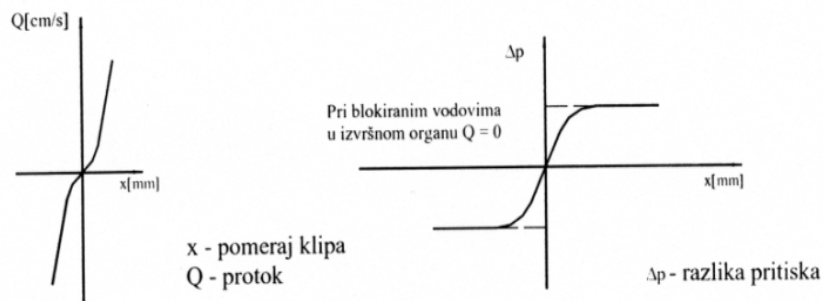
Разводници са неодређеним бројем положаја

Основна карактеристика ових разводника је да поред средишњег и крајњег положаја клип разводника може да заузме било који положај између ових положаја. Релативни положај клипа и отвора дефинише проток то значи да у овом случају клипни разводник представља промењиви пригушник.

Изулазни сигнал (проток) разводника и улазни сигнал (дејство елемента за активирање) су аналогне величине и зато се ови разводници названи аналогним. Потребно је обезбедити непрекидно активирање разводника ради заузимања било ког дефинисаног положаја у радном дијапазону.

2.5. Статичке карактеристике клипних разводника са коначним бројем положаја покретног елемента

Тачно заузимање дефинисаног положаја клипа и тиме обезбеђење одговарајућег протока кроз разводник, да би се остварила одговарајућа брзина и убрзање извршног органа зависи од статичких и динамичких карактеристика. Посто клипни разводник представља промењиви пригушник, отуда међусобна зависност протока, притиска и померања дефинише статичку карактеристику тог разводника. Познавање ове карактеристике омогућава одређивање кретања извршног органа управљања разводником при различитим положајима. Одрађивање ове карактеристике је принципијелно исто код свих разводника стога вршимо илустрацију само одређених типова разводника.



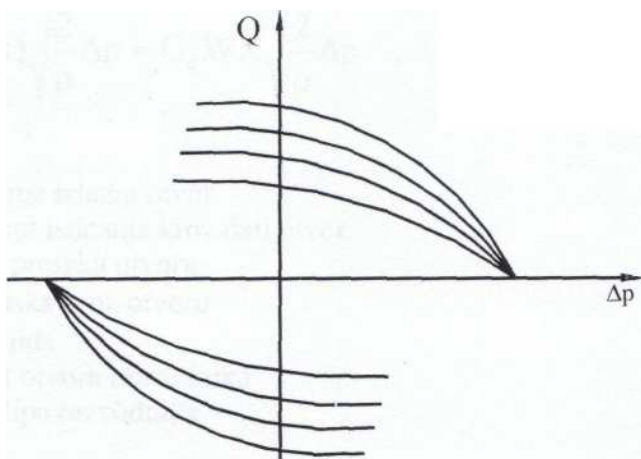
Сл 2.9 Статичка карактеристика разводника

Коеф. појачања протока:
(градиент протока)

$$K_Q = \frac{\partial Q}{\partial X} \cdot I_p = \text{const.}$$

Коеф. појачања притиска:
(градиент притиска)

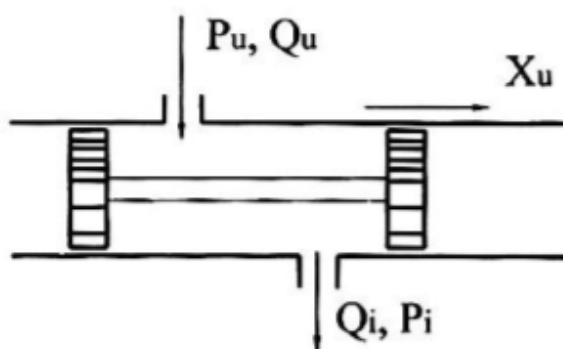
$$K_P = \frac{\partial P}{\partial X} \cdot I_Q = \text{const.}$$



Коеф. протока по притиску:

$$K_c = \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot I X = \text{const.}$$

2.6. Хидраулични клипни разводник са два прикључка



Сл 2.10 Хидраулични клипни разводник са два прикључка

Предпоставке:

- $P = \text{const.}$
- уље је нестишљив флуид струјање је нестационарно и ламинарно
- $P_n = \text{const.}$
- улазни притисак
- $X_{u \max} = a_0$ - максимални ход клипа је једнак пречнику проточног отвора
- $X_{u0} = 0$ - у почетном полозају клип има нулти преклоп
- нема губитака у разводнику
- коефицијент протока је константан ($K_p = \text{const.}$)

Проток кроз разводник је дефинисан изразом :

$$Q_i = C_q \cdot A(x) \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p} = C_q \cdot WX \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p} \quad (2.1)$$

Q_i - проток кроз излазни отвор

C_q - коефицијент истицања кроз отвор дати

A - површина пресека отвора

Δp - пад притиска кроз отвору

ρ - густина флуида

W - градијент отвора разводника

X - помак клипа разводника

p_i се мења у функцији од оптерећења

$$\Delta p = p_n - p_i$$

$$p_n = const.$$

$$p_i \neq const.$$

$$Q = f(A, \Delta p)$$

Да би се описао рад разводника потребна је цела фамилија кривих, јер проток зависи како од величине отвора разводника (у посматраном тренутку - површине A), тако и притиска оптерећења. Могуће је извршити линеаризацију једначине зависности протока и притиска. Ако усвојимо радну тачку $Q_i = Q_{in}$, може се израз развити у Тејлоров ред око те тачке.

$$Q_i(A, \Delta p) = Q_{in} + \left. \frac{\partial Q_i}{\partial A} \right|_N \Delta A + \left. \frac{\partial Q_i}{\partial \Delta p} \right|_N \Delta p + R \quad (2.2)$$

Ако се ограничи рад разводника у непосредној близини радне тачке (N) могу се занемарити изводи вишег реда.

$$\left. \frac{\partial Q_i}{\partial A} \right|_N = C_q \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p} \Big|_N = C_q \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p_N} \cdot \frac{A_N}{A_N} = \frac{Q_{iN}}{A_N} = K_{QA} \quad (2.3)$$

$$\left. \frac{\partial Q_i}{\partial \Delta p} \right|_N = \frac{C_q \cdot A \cdot \frac{2}{\rho}}{2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p}} \Big|_N = \frac{C_q \cdot A_N \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p_N}}{2 \cdot \Delta p_N} = K_{QP}$$

$$\Delta Q_i = K_{QA} \cdot \Delta A + K_{QP} \cdot \Delta p \quad (2.4)$$

Због предности које пружа графичко представљање уобичајено је да се $Q(A, \Delta p)$ приказује графички и то у бездимензионалном облику, а њега добијамо када израз $Q_i(A, \Delta p)$ поделимо са максималним протоком Q_m :

$$P_i = 0; C_q = C_{qm}; A = A_m$$

$$\bar{Q} = \frac{Q_i}{Q_N} = \frac{C_q \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{p_N \cdot \left(1 - \frac{p_i}{p_n}\right)}}{C_{qm} \cdot A_m \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_m} = \bar{A} \cdot \sqrt{\bar{p}_N \cdot (1 - \bar{p}_i)} \quad (2.5)$$

$$\bar{A} = \frac{C_q A}{C_{qm} A_m}; \quad \bar{p}_n = \frac{p_n}{p_m}; \quad \bar{p}_i = \frac{p_i}{p_m}; \quad p_n = p_m, \bar{p}_n = 1; \quad (p_{im} = 0) \quad (2.6)$$

Добијамо две статичке карактеристике:

$$\bar{Q} = f(\bar{A}, \bar{p}_i)$$

$$Q = A \cdot \sqrt{1 - \bar{p}_i} \quad (2.7)$$

$$Q = Q(A) \Big|_{\Delta p = \text{const}}$$

$$Q = Q(\Delta P) \Big|_{A = \text{const}} \quad (2.8)$$

Израчунавање протока код осталих разводника се своди на коришћењу истих параметара.

2.7. Активирање разводника

Активирање разводника може бити:

- ручно
- механичко
- хидраулично
- пнеуматско
- електрично
- комбиновано.

Дејство погонског елемента на покретни део разводника може бити директно или посредно преко других елемената, па их на основу тога делимо на:

- разводнике са директним управљањем,
- разводнике са индиректним управљањем.

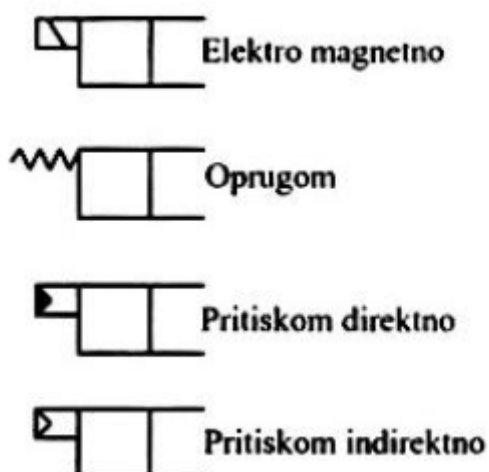
Како се разводници налазе између извора енергије и извршних елемената (мотора) то је за функционисање система важно како су разводници повезани са овим елементима. Ова веза се остварује преко одговарајућих проточних отвора (канала). Дакле основни параметри који дефинишу разводнике су:

- број прикључних отвора
- број положаја покретног елемента
- начин активирања и искључивања.

Разводници са коначним бројем положаја носе ознаку а / б:

- а - број прикључних отвора;
- б - број положаја покретног елемента.

Симболи начина активирања:

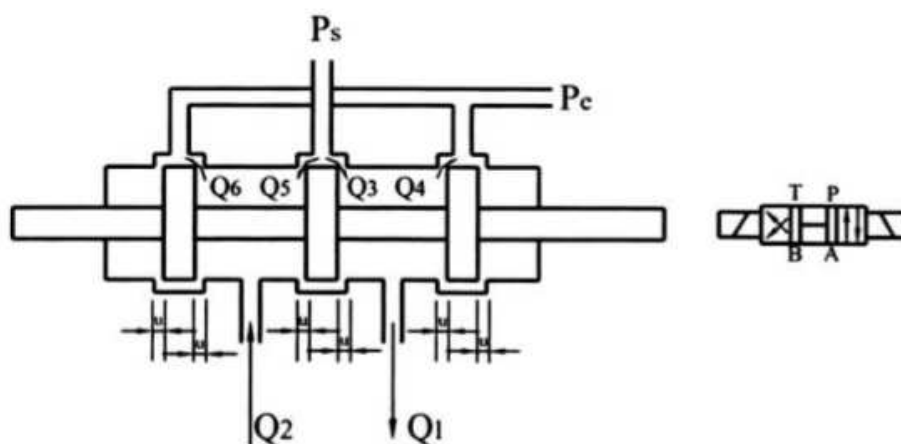


Сл. 2.11 Начини активирања разводника

Да би разводник исправно извршавао своју функцију потребно је управљати кретањем клипа разводника. Клип мора да се креће одређеном брзином у оба смера и да тачно заузме своје деформисане положаје.

2.8. Клипни вентил са линијским каналима - са зазором

Размотримо петоканални вентил приказан на слици (2.12) где свако поље има идентичан зазор u , одатле следи да за померај клипа (x), у овом случају у лево једначина континуитета протока сада може бити записана за $x < u$:



Сл. 2.12 Петоканални вентил са зазором

$$\begin{aligned}
Q_1 &= Q_3 - Q_4 \\
Q_2 &= Q_6 - Q_5 \\
Q_1 &= C_q \cdot W \cdot (u+x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_1)}{\rho}} - C_q \cdot W \cdot (u-x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_1}{\rho}} \\
Q_2 &= C_q \cdot W \cdot (u+x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_2}{\rho}} - C_q \cdot W \cdot (u-x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_2)}{\rho}} \quad (2.9)
\end{aligned}$$

Ако поново претпоставимо да је $Q_1 = Q_2$ онда и даље следи из (2.9) да је :

$$p_1 + p_2 = p_s \quad (2.10)$$

Генерална једначина протока је :

$$Q = Q_1 = Q_2 = C_q \cdot W \cdot (u+x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_1)}{2 \cdot \rho}} - C_q \cdot W \cdot (u-x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s + p_1)}{2 \cdot \rho}} \quad (2.11)$$

или у бездимензионалном облику :

$$\bar{Q} = \frac{Q}{K_f} = (1+\bar{x}) \cdot \sqrt{\frac{(1-\bar{p}_1)}{2}} - (1-\bar{x}) \cdot \sqrt{\frac{1+\bar{p}_1}{2}} \quad (2.12)$$

$$\text{Где је : } K_f = C_q \cdot W_u \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_s}{\rho}}; \quad \bar{x} = \frac{x}{u}; \quad \bar{p}_1 = \frac{p_1}{p_s} \quad (2.13)$$

Ова бездимензионална једначина протока (2.12) за померај клипа у делу са зазором је приказана на слици (2.14). Битно је размотрити карактеристике вентила са зазором под радним условима.

Из претходног дела следи у овом случају:

$Q_1 = Q_2$ и $Q_3 = Q_4$ онда :

$$\bar{p}_1 = \frac{(1+\bar{x})^2}{2 \cdot (1+\bar{x}^2)} \cdot \bar{p}_2 = \frac{(1-\bar{x})^2}{2 \cdot (1+\bar{x}^2)} \cdot \bar{p}_1 = \frac{2\bar{x}}{(1+\bar{x}^2)} \quad (2.14)$$

Где је

$$\bar{x} = \frac{x}{u}; \quad \bar{p}_1 = \frac{p_1}{p_s}; \quad \bar{p}_2 = \frac{p_2}{p_s}; \quad \bar{p}_1 = \frac{p_1}{p_s}$$

Цурење у резервоару кроз место са зазором је дато :

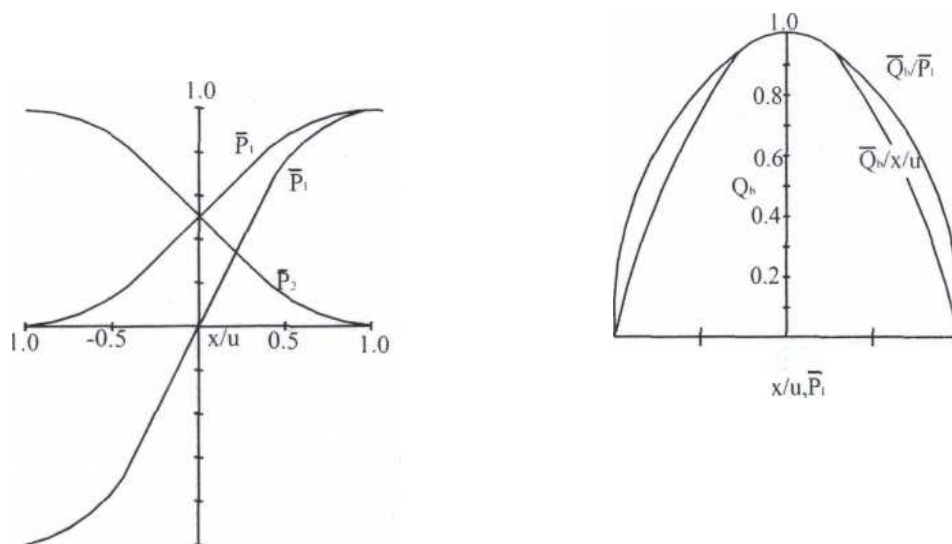
$$\begin{aligned}
Q_b &= Q_4 + Q_6 \\
\bar{Q}_b &= \frac{Q_b}{\sqrt{2} \cdot K_f} = \frac{1-\bar{x}^2}{\sqrt{1+\bar{x}^2}} \quad (2.15)
\end{aligned}$$

За најмање цурење у случају :

$p_1 = x = 0$ је дато као 2Кг. Комплетне карактеристике су приказане сл (2.13).

Карактеристике диференцијалног (померајног притиска су вероватно најлакше за мерење, и одатле зазор може бити експериментално утврђен.

2.9. Линеарни коефицијент клипних вентила



Сл. 2.13 Карактеристике клипног вентила са зазором у радним условима

Увод: Неопходно је у анализи једначине динамицке контроле система одредити систем линеарних коефицијената. Ови коефицијенти једноставно преносе информацију о промени било ког параметра од утврђене вредности до друге која није много измењена од првобитне вредности.

$$\bar{Q} = f(x) \cdot \sqrt{1 - \bar{p}_1} \quad (2.16)$$

где је: $f(x)$ - генерална једначина помераја клипа и \bar{p}_1 - диференцијал притиска

Ако \bar{x} заменимо малом величином $\delta \bar{x}$ и \bar{p}_1 заменимо малом величином $\delta \bar{p}_1$, онда почетне и крајње вредности се могу сматрати апроксимативно истим тј \bar{x}_0 , \bar{p}_{10} , па из тога следи да је промена \bar{Q} дата као $\delta \bar{Q}$ где је:

$$(\bar{Q} + \delta \bar{Q}) = f(\bar{x} + \delta \bar{x}) \cdot \sqrt{1 - (\bar{p}_1 + \delta \bar{p}_1)} \quad (2.17)$$

онда развијањем у Тејлоров ред и диференцирањем добијамо:

$$\delta \bar{Q} = K_x \cdot \delta \bar{x} + K_p \cdot \delta \bar{p}_1 \quad (2.18)$$

$$\text{где је: коефицијент протока: } K_x = \left. \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x} \right|_{\bar{x}_0, \bar{p}_{10}} \quad (2.19)$$

$$\text{коефицијент притиска: } K_p = \left. \frac{\partial \bar{Q}}{\partial p_1} \right|_{\bar{x}_0, \bar{p}_{10}} \quad (2.20)$$

Коефицијенти протока и притиска (K_x и K_p) се израчунавају у уравнотеженом положају, често узимамо као у радним условима.

У овом случају радни услови су \bar{x}_0 , \bar{p}_{10} а то следи из (2.16) а коефицијенти су дати као:

$$K_x = \frac{\partial f(\bar{x}_0)}{\partial \bar{x}} \cdot \sqrt{1 - \bar{p}_{10}} \cdot k_p = - \frac{f(\bar{x}_0)}{2 \cdot \sqrt{1 - \bar{p}_{10}}} \quad (2.21)$$

Једначине протока су дате као:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= C_q \cdot Wx \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_1)}{\rho}} \\ Q_2 &= C_q \cdot Wx \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_2}{\rho}} \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

Оваква форма ових једначина следи из претходног дела:

$$\begin{aligned} \delta Q_1 &= K_{x1} \cdot \delta x - K_{p1} \cdot \delta p_1 \\ \delta Q_2 &= K_{x2} \cdot \delta x - K_{p2} \cdot \delta p_2 \end{aligned} \quad (2.23)$$

где је:

$$\begin{aligned} K_{x1} &= \frac{\partial Q_1}{\partial x} \Big|_{p_{10}} = C_q \cdot W \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_{10})}{\rho}} \\ K_{x2} &= \frac{\partial Q_2}{\partial x} \Big|_{p_{20}} = C_q \cdot W \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_{20}}{\rho}} \\ K_{p1} &= - \frac{\partial Q_1}{\partial p_1} \Big|_{x_0, p_{10}} = \frac{C_q \cdot W x_0}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot (p_s - p_{10})}} \\ K_{p2} &= \frac{\partial Q_2}{\partial p_2} \Big|_{x_0, p_{20}} = \frac{C_q \cdot W x_0}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot p_{20}}} \end{aligned} \quad (2.24)$$

и x_0 је вентил у равнотежном стању који се отвара и p_{10} , p_{20} су притисци у равнотежном стању.

Ако је у равнотежном положају проток у јединици времена Q_{10} и Q_{20} онда линеарни коефицијенти могу бити написани:

$$\begin{aligned} K_{x1} &= \frac{Q_{10}}{x_0}; \quad K_{x2} = \frac{Q_{20}}{x_0}; \\ K_{p1} &= \frac{Q_{10}}{2 \cdot (p_s - p_{10})}; \quad K_{p2} = \frac{Q_{20}}{2 \cdot p_{20}}; \end{aligned} \quad (2.25)$$

K_{x1} , K_{x2} - коефицијенти протока

K_{p1} , K_{p2} - коефицијенти притиска

Ако су у јединици времена у равнотежном стању два протока једнака онда је:

$$K_{x1} = K_{x2} = K_x = \frac{Q_0}{x_0}$$

$$K_{p1} = K_{p2} = K_p = \frac{Q_0}{(p_s - p_1)}$$

Где

(2.26)

је: - p_1 диференцијал притиска ($p_1 - p_2$)

Следећа употребљива величина је осетљивост притиска која је дефинисана :

$$K_{xp} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_Q \quad (2.27) \text{ а}$$

пошто је $\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_Q \cdot \frac{\partial x}{\partial Q} \cdot Q \frac{\partial Q}{\partial p} \Big|_Q = -1$ онда $K_{xp} = \frac{-\frac{\partial Q}{\partial x}}{\frac{\partial Q}{\partial p}} = \frac{K_x}{K_p}$ (2.28)

У овом примеру осетљивости притиска су :

$$K_{xp1} = \frac{K_{x1}}{K_{p1}} = \frac{2 \cdot (p_s - p_{10})}{x_0} \quad (2.29)$$

$$K_{xp2} = \frac{K_{x2}}{K_{p2}} = \frac{2 \cdot p_{20}}{x_0} \quad (2.30)$$

Једначине протока у деловима са зазором су дате изразима:

$$Q_1 = C_q \cdot W \cdot (u+x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_1)}{\rho}} - C_q \cdot W \cdot (u-x) \cdot \sqrt{\frac{2p_1}{\rho}}$$

$$Q_2 = C_q \cdot W \cdot (u+x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p}{\rho}} - C_q \cdot W \cdot (u-x) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_2)}{\rho}} \quad (2.31)$$

Одавде су линеарни облици:

$$\delta Q_1 = K_{x1} \cdot \delta x - K_{p1} \cdot \delta p_1$$

$$\delta Q_2 = K_{x2} \cdot \delta x - K_{p2} \cdot \delta p_2 \quad (2.32)$$

где су линеарни коефицијенти дати:

$$K_{x1} = \left. \frac{\partial Q_1}{\partial x} \right|_{p_{10}} = Cq \cdot W \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_{10})}{\rho}} + Cq \cdot W \sqrt{\frac{2 \cdot p_{10}}{\rho}}$$

$$K_{x2} = \left. \frac{\partial Q_2}{\partial x} \right|_{p_{20}} = Cq \cdot W \sqrt{\frac{2 \cdot p_{20}}{\rho}} + Cq \cdot W \sqrt{\frac{2 \cdot (p_s - p_{20})}{\rho}} \quad (2.33)$$

$$K_{p1} = - \left. \frac{\partial Q_1}{\partial p_1} \right|_{x_0, p_0} = \frac{Cq \cdot W \cdot (u+x_0)}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot (p_s - p_{10})}} + \frac{Cq \cdot W \cdot (u-x_0)}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot p_{10}}}$$

$$K_{p2} = \left. \frac{\partial Q_2}{\partial p_2} \right|_{x_0, p_0} = \frac{Cq \cdot (u+x_0)}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot p_{20}}} + \frac{Cq \cdot (u-x_0)}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot (p_s - p_{20})}}$$

Ако претпоставимо да постоји проток у равнотежном положају и ако је $Q_{10} = Q_{20}$ онда су:

$$K_{x1} = K_{x2} = K_x = Cq \cdot W \cdot \sqrt{\frac{(p_s - p_1)}{\rho}} + Cq \cdot W \sqrt{\frac{(p_s + p_1)}{\rho}}$$

$$K_{p1} = K_{p2} = K_p = \frac{Cq \cdot W \cdot (u + x_0)}{\sqrt{\rho \cdot (p_s - p_1)}} + \frac{Cq \cdot W \cdot (u - x_0)}{\sqrt{\rho \cdot (p_s + p_1)}} \quad (2.34)$$

У партикуларном облику за нулти положај:

$$K_x = 2 \cdot C_{qW} \sqrt{\frac{p_s}{\rho}}; \quad K_p = \frac{2 \cdot C_q \cdot Wu}{\sqrt{\rho \cdot p_s}}$$

$$K_{xp} = \frac{K_x}{K_p} = \frac{p_s}{u} \quad (2.35)$$

Упоредивши почетне коефицијенте за вентил са зазором са вентилима са нултим преклопом, што је приказано у једначини (2.30), закључујемо да је:

- Проточни коефицијент K_x је дуплиран и независан од зазора
- Коефицијент притиска K_p је сада коначан и завистан од зазора.

Зато следи да је осетљивост притиска такође коначна и зависна од зазора.

2.10. Основни елементи фидне енергије

Основни елементи фидне енергије су хидро пумпе а остали елементи потрошача су хидромотори.

Постоје:

- хидростатичке пумпе
- хидродинамичке пумпе.

Основни елементи који чине хидропумпу су: статор, ротор, елемент који врши потискивање, елемент за везу са мотором.

Према конструкционом извођењу разликујемо:

- зупчасте хидропумпе
- клипне хидропумпе и хидромотори
- крилне хидропумпе и хидромотори
- завојне.

Према броју усисавања разликујемо:

- хидропумпа и хидромотори са једним усисавањем - потискивањем (једнорадне)
- хидропумпа са више усисавања - потискивања (вишерадне).

Према могућношћу подесавања:

- хидропумпа (хидромотори) константне радне запремине
- хидропумпа (хидромотори) седиште радне запремине
- хидропумпа (хидромотори) промењливе радне запремине.

Према смеру потискивања (обртања):

- хидропумпа (хидромотори) са једним смером потискивања
- хидропумпа (хидромотори) са два смера потискивања.

Према врсти кретања:

- обртне
- закретне
- хидроцилиндри.

Основни показатељи везани су за: проток, момент, снагу, брзину, притисак и степен корисног дејства. Проток идеалне пумпе је дефинисан радном запремином улазног (излазног) вратила, и њега називамо теоретски. Радна запремина представља укупну запремину при једном обртању вратила.

$$V_0 = V_{0MAX} - V_{0MIN} = W \cdot z \cdot s \quad (2.36)$$

W - запремина једне радне коморе

Z - број радних комора

S - број циклуса у току једног обрта.

У току једне запремене се користи специфични отпор:

$$Q = V_0 \cdot n \quad (2.37)$$

$$Q = q_0 \cdot n [\text{o} / \text{min}]$$

$$Q = q_r \cdot \omega [\text{rad} / \text{min}] \quad (2.38)$$

На степен корисног дејства утичу следећи губици:

- механички (губици услед пада притиска и услед трења)
- запремински (губици услед цурења и услед стишљивости радне течности).

$$\eta_{vp} = \frac{Q_p}{Q_{tp}} \text{ - запремински губитак пумпе}$$

Q_p - стварни проток

Q_{tp} - теоретски проток

$$\eta_{vm} = \frac{Q_{im}}{Q_M} \text{ - запремински губитак мотора}$$

Q_M - стварни проток

Q_{im} - теоретски проток

$$Q_p = Q_{tp} - Q_c - Q_s$$

$$Q_M = Q_{im} + Q_c + Q_s \quad (2.39)$$

Q_c - проток који се губи услед цурења

Q_s - проток који се губи услед стишљивости

$$\eta_{Mp} = \frac{M_{tp}}{M_p} \text{ - механички губитак пумпе}$$

$M_p = M_{tp} + M_{tr} + M_i$ - стварни момент пумпе

M_{tp} - теоретски момент пумпе

$$\eta_{mm} = \frac{M_m}{M_{tm}} - \text{механички губитак мотора}$$

$$M_m = M_{tm} - M_t - M_i - \text{стварни момент мотора}$$

$$M_{tm} - \text{теоретски момент мотора}$$

$$\text{Укупни степен корисног дејства је : } \eta = \eta_v \cdot \eta_m \quad (2.40)$$

Хидромотор је извршни елемент који непосредно делује на објекат управљања. Он је управљан разводником који енергију добија од пумпе константне радне запремине. Хидромотор претвара хидрауличну енергију коју добија на улазу из серворазводника или серво пумпе у механичку снагу за покретање терета. Проток флуида се претвара у угаону брзину, а притисак у обртни момент на вратилу хидромотора.



Сл. 2.14 Примери хидромотора

$$\text{Момент мотора : } M_m = M_i + M_{vf} + M_0 + M_{st} + M_t \quad (2.41)$$

$$M_i = I_t \cdot \dot{\omega} = I_t \cdot \frac{d^2 \cdot \theta_m}{dt^2} - \text{момент инерције}$$

$\dot{\omega}$ - угаоно убрзање

I_t - момент инерције

$$M_{vf} = K_f \cdot \omega = K_f \cdot \frac{d \cdot \theta_m}{dt} - \text{момент вискозног трења}$$

K_f - коефицијент вискозног трења

θ_m - угао закретања вратила мотора

ω - угаона брзина

$M_{st} = M_{\text{sign}}(\omega)$ - момент сувог трења

$M_0 = K_0 \cdot \theta_m$ - момент опруге

K_0 - коефицијент опруге

M_t - спољни момент

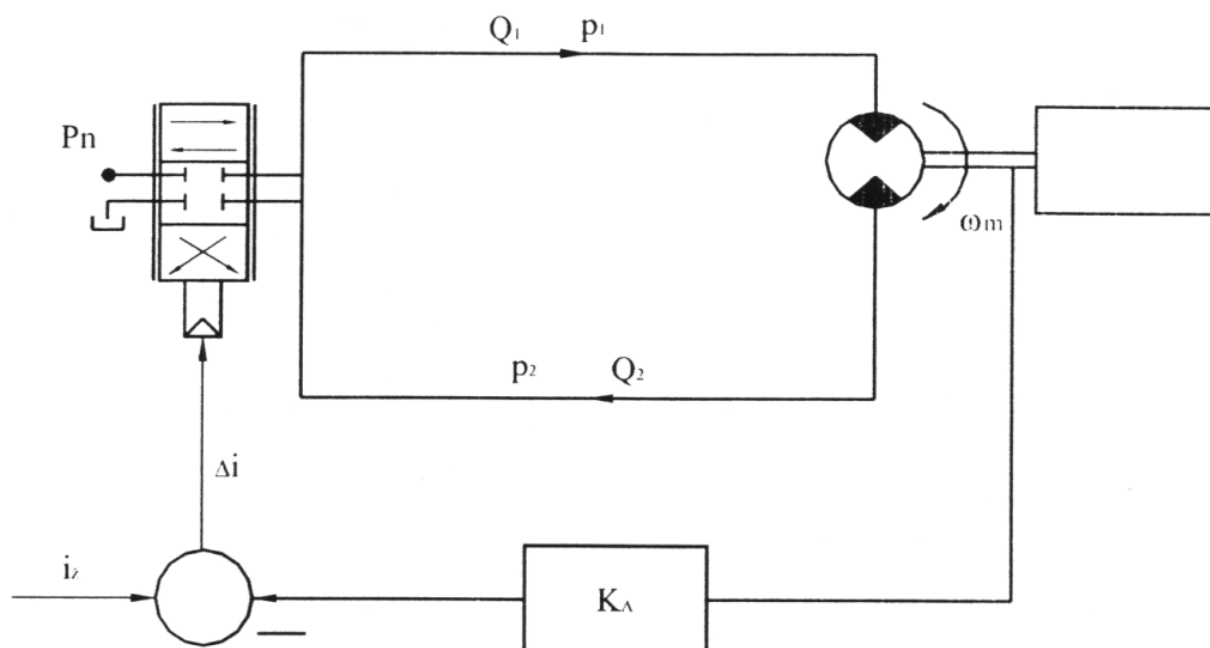
$$\text{Једначина протока разводника : } Q_t = \sum Q_u - \sum Q_i = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{B} \cdot \frac{dp}{dt}$$

$\frac{dV}{dt}$ - промена запремине мотора

$\frac{V}{B} \cdot \frac{dp}{dt}$ - промена протока са стишљивошћу

B - модул стишљивости

3. Математички модел система када је динамика ценовода занемарена



Сл 3.1 Симболичка шема затвореног система аутоматског управљања

Хидромотор је извршни елемент који непосредно делује на објекат управљања. Хидромотор претвара хидрауличну енергију који добија на улазу из серворазводника у механичку снагу за покретања терета. Проток флуида се претвара у угаону брзину, а притисак у обртни момент на вратилу хидромотора.

Дати подаци :

$$P_n = 200 [\text{bar}] ; P_{1N} = 92.8 [\text{bar}] ; P_{2N} = 45.1 [\text{bar}] ; i_N = 3 [\text{mA}] ; \omega_N = 50 [\text{rad/s}]$$

$$\text{Коефицијент цурења : } K_c = 10^{-11} \left[\frac{m^3/s}{Pa} \right]$$

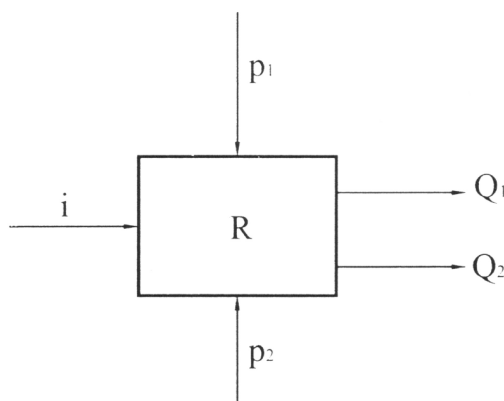
Специфични проток мотора :	$q_m = 6 \cdot 10^{-6}$	$\left[\frac{m^3}{rad} \right]$
Инерционално оптерећење :	$I = 2$	$[kgm^2]$
Флуидни капацитет :	$\frac{V}{B} = 6 \cdot 10^{-13}$	$\left[\frac{m^5}{N} \right]$

Математички модел система одредјује тако што ћемо одредити математички модел сваке од компоненти система.

3.1. Електрохидраулични разводник

Претпоставка:

Динамика разводника се занемарује:



Сл 3.2 Структурни дијаграм разводника

Улазне величине у електрохидрауличном разводнику су:

- струја у намотајима електромагнета
- притисак у напојном воду (p_1)
- притисак у повратном воду (p_2).

Излазне величине из разводника су:

- проток у напојном воду (Q_1)
- проток у повратном воду (Q_2).

Проток кроз разводник је дефинисан изразима:

$$Q_1 = k_i \cdot \sqrt{P_n - P_1} \quad (3.1)$$

$$Q_2 = k_i \cdot \sqrt{P_2} \quad (3.2)$$

k – одговарајући коефицијент протока

$$k = 4 \cdot 10^{-5} \left[\frac{m^3 / s}{mA \sqrt{Pa}} \right]$$

Ако извршимо линеаризацију једначина (3.1) и (3.2) добијамо:

$$Q_1 = Q_{IN} + \left. \frac{\partial Q_1}{\partial i} \right|_N (i - i_N) + \left. \frac{\partial Q_1}{\partial p_1} \right|_N \cdot (p_1 - p_{IN}) \quad (3.3)$$

$$\left. \frac{\partial Q_1}{\partial i} \right|_N = k \cdot \sqrt{p_N - p_{IN}} = k i_1 = \frac{Q_{IN}}{i_N} \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{\partial Q_1}{\partial p_1} \right|_N = \frac{-k i_N}{2 \cdot \sqrt{p_N - p_{IN}}} = k_c p_1 = -\frac{Q_{IN}}{2 \cdot (p_N - p_{IN})} \quad (3.5)$$

$$Q_1 - Q_{IN} = k i_1 \cdot (i - i_N) = k_c \cdot p_1 \cdot (p_1 - p_{IN}) \quad (3.6)$$

Једначина (3.6) је дата у апсолутним одступањима.

Ако уведемо релативна одступања:

$$\frac{Q_1 - Q_{IN}}{Q_{IN}} = \Delta q_1; \quad \frac{i - i_N}{i_N} = \Delta i; \quad \frac{p_1 - p_{IN}}{p_{IN}} = \Delta p_1 \quad (3.7)$$

Добијамо :

$$\Delta q_1 = \frac{k_{i1} \cdot i_N}{Q_{IN}} \cdot \Delta i - \frac{k_{cp1} \cdot p_{IN}}{Q_{IN}} \cdot \Delta p_1 \quad (3.8)$$

$$\Delta q_1 = k_1 \cdot \Delta i - k_{p1} \cdot \Delta p_1 \quad (3.9)$$

$$k_1 = \frac{k_{i1} \cdot i_N}{Q_{IN}} = 1$$

$$k_{p1} = \frac{k \cdot Q_{IN}}{2 \cdot (p_N - p_{IN})} \cdot \frac{p_{IN}}{Q_{IN}} = \frac{p_{IN}}{2 \cdot (p_1 - p_{IN})} = 0.43$$

$$Q_2 = Q_{2N} + \left. \frac{\partial Q_2}{\partial i} \right|_N (i - i_N) + \left. \frac{\partial Q_2}{\partial p_2} \right|_N \cdot (p_2 - p_{2N})$$

$$\left. \frac{\partial Q_2}{\partial i} \right|_N = \frac{k \cdot \sqrt{p_{2N}} \cdot i_N}{i_N} = \frac{Q_{2N}}{i_N} = k_{i2}$$

$$\left. \frac{\partial Q_2}{\partial p_2} \right|_N = \frac{k i_N}{2 \cdot \sqrt{p_{2N}}} \cdot \frac{\sqrt{p_{2N}}}{\sqrt{p_{2N}}} = \frac{Q_{2N}}{2 \cdot p_{2N}} = k_{cp2} \quad (3.10)$$

ођењем релативних одступања:

$$\frac{Q_2 - Q_{2N}}{Q_{2N}} = \Delta q_2; \quad \frac{p_2 - p_{2N}}{p_{2N}} = \Delta p_2 \quad (3.11)$$

Добија се :

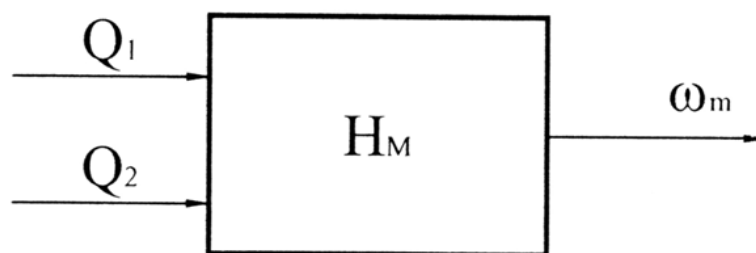
$$Q_{2N} \frac{Q_2 - Q_{2N}}{Q_{2N}} = k_{i2} \cdot i_N \cdot \left(\frac{i - i_N}{i_N} \right) + k_{cp2} \cdot p_{2N} \cdot \frac{p_2 - p_{2N}}{p_{2N}} \quad (3.12)$$

$$\Delta q_2 = \frac{k_{i2} \cdot i_N}{Q_{2N}} \cdot \Delta i + \frac{k_{cp2} \cdot p_{2N}}{Q_{2N}} \cdot \Delta p_2 \quad (3.13)$$

$$\Delta q_2 = k_2 \cdot \Delta i + k_{p2} \cdot \Delta p_2 \quad (3.14)$$

УВ

Једначине (3.9) и (3.14) одређују математички модел разводника у релативним координатама. Блок дијаграм хидромотора дат је на слици:



Сл 3.3 Структурни дијаграм хидромотора

Улазне величине у хидромотор су протоци (Q_1) и (Q_2). Излазна величина из хидромотора је угаона брзина обртања вратила хидромотора.

Једначина континуитета за део инсталације под високим притиском:

$$Q_1 - Q_{tc} - q_m \cdot \omega_m = \frac{V}{B} \cdot \frac{d \cdot p_1}{dt} \quad (3.15)$$

Q_{tc} - проток цурења од високог ка ниском притиску :

$$Q_{tc} = k_c (p_1 - p_2) \quad (3.16)$$

$$Q_1 - k_c \cdot p_1 + k_c \cdot p_2 - q_m \cdot \omega_m = \frac{V}{B} \cdot \frac{d \cdot p_1}{dt} \quad (3.17)$$

Ова једначина важи за сваки па и номинални радни режим и у њему има облик:

$$Q_{1N} - k_c \cdot p_{1N} + k_c \cdot p_{2N} - q_m \cdot \omega_{mN} = 0 \quad (3.18)$$

Одузимањем једначине (3.18) од једначине (3.16) и увођењем релативних одступања добија се:

$$\Delta q_1 - \frac{k_c \cdot p_{1N}}{Q_{1N}} \cdot \Delta \cdot p_1 - \frac{q_m \cdot \omega_{mN}}{Q_{1N}} \cdot \Delta \cdot \omega_m - \frac{V \cdot p_{1N}}{Q_{1N} \cdot B} \cdot \frac{d}{dt} \cdot (\Delta \cdot p_1) + \frac{k_c \cdot p_{2N}}{Q_{1N}} \cdot \Delta \cdot p_2 = 0 \quad (3.19)$$

$$\left(\frac{V \cdot p_{1N}}{Q_{1N} \cdot B} \cdot \frac{d \cdot \Delta p_1}{dt} + \frac{k_c \cdot p_{1N}}{Q_{1N}} \cdot \Delta p_1 \right) = \Delta q_1 + \frac{k_c \cdot p_{2N}}{Q_{1N}} \cdot \Delta p_2 - \frac{q_m \cdot \omega_{mN}}{Q_{1N}} \cdot \Delta \omega_m \quad (3.20)$$

Увођењем Лапласове трансформације при свим почетним условима једнаким нули :

$$\left(\frac{V}{B \cdot k_c} s + 1 \right) \cdot \Delta p_1(s) = \frac{Q_{1N}}{k_c \cdot p_{1N}} \cdot \Delta q_1 + \frac{p_{2N}}{p_{1N}} \cdot \Delta p_2 - \frac{q_m \cdot \omega_{mN}}{k_c \cdot p_{1N}} \Delta \omega_m \quad (3.21)$$

За повратни вод једначина континуитета гласи :

$$-Q_2 + Q_{tc} + q_m \cdot \omega_m = \frac{V}{B} \cdot \frac{d \cdot p_2}{dt} \quad (3.22)$$

$$-Q_2 + k_c (p_1 - p_2) + q_m \cdot \omega_m = \frac{V}{B} \cdot \frac{d \cdot p_2}{dt} \quad (3.23)$$

У нормалном радном режиму једначина (3.22) има облик :

$$Q_{2N} + K_c \cdot p_{1N} - K_c \cdot p_{2N} + q_m \cdot \omega_{mN} = 0 \quad (3.24)$$

Одузимањем једначине (3.24) од једначине (3.23) и увођењем релативних одступања добија се :

$$K_c \cdot p_{2N} \cdot \left(\frac{V}{K_c \cdot B} \cdot \frac{d \cdot \Delta p_2}{dt} + \Delta p_2 \right) = -\Delta q_2 \cdot Q_{2N} + p_{1N} \cdot K_c \cdot \Delta p_1 + q_m \cdot \omega_{mN} \cdot \Delta \omega_m \quad (3.25)$$

После Лапласовања при свим почетним условима једнаким нули добијамо :

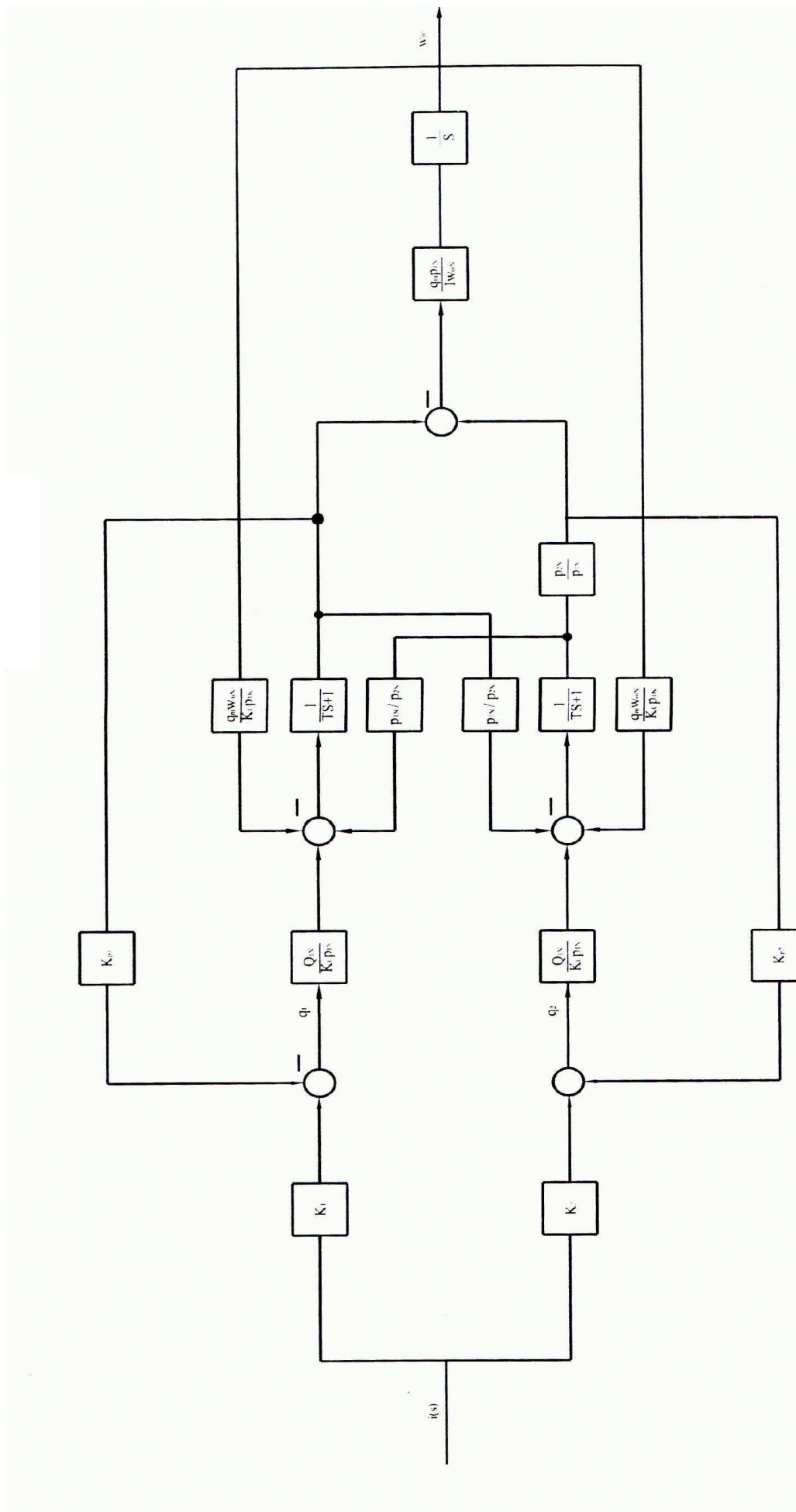
$$\left(\frac{V}{k_c \cdot B} \cdot s + 1 \right) \cdot \Delta p_2(s) = -\frac{Q_{2N}}{k_c \cdot p_{2N}} \cdot \Delta q_2(s) + \frac{p_{1N}}{p_{2N}} \cdot \Delta p_1(s) + \frac{q_m \cdot \omega_{mN}}{k_c \cdot p_{2N}} \Delta \omega_m(s) \quad (3.26)$$

Из услова динамичке равнотеже момената који делују на вратило хидромотора занемарујући моменте сувог и вискозног трења добија се:

$$q_m \cdot (p_1 - p_2) = I_m \cdot \frac{d \cdot \omega_m(t)}{dt} \quad (3.27)$$

После увођења релативних одступања и Лапласове трансформације добијамо:

$$\left[\Delta p_1(s) - \frac{p_{2N}}{p_{1N}} \cdot \Delta p_2(s) \right] = \frac{I_m \cdot \omega_{mN}}{q_m \cdot p_{1N}} \cdot s \cdot \omega_m(s) \quad (3.28)$$



Сл.3.4 Блок дијаграм дела система (разводник- хидромотор)

Одређивање преносне функције отвореног кола и преносне функције система

$$\text{Из (5.26)} \Rightarrow (TS + 1) \cdot p_2(s) = -0.837\Delta q_2(s) + 2.05\Delta p_1(s) - 6.65\Delta \omega_m(s) \quad (3.29)$$

$$\text{Из (5.21)} \Rightarrow (TS + 1) \cdot p_1(s) = 1.72\Delta q_1(s) + 0.48\Delta p_2(s) - 3.23\Delta \omega_m(s) \quad (3.30)$$

$$\text{Из (5.28)} \Rightarrow \Delta p_1(s) = +0.48\Delta p_2(s) + 0.56\Delta \omega_m(s) \quad (3.31)$$

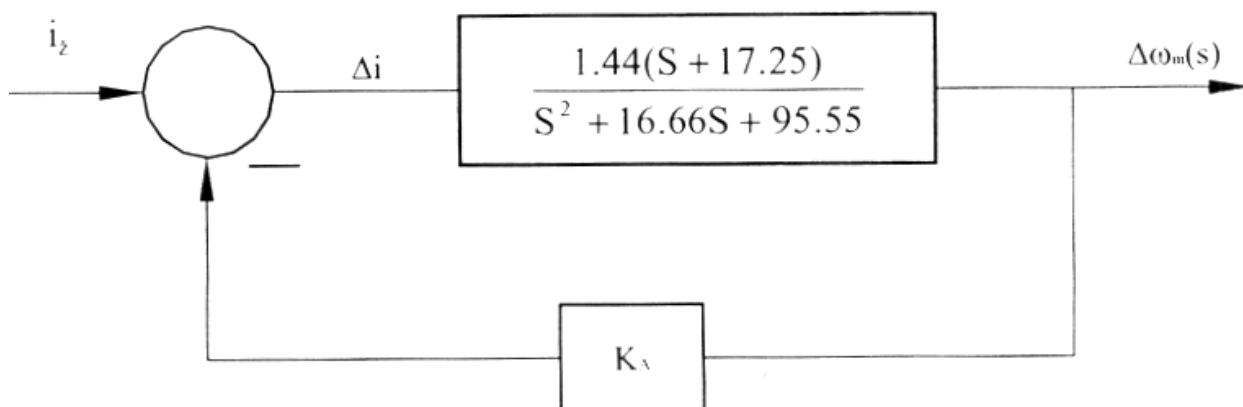
$$0.48\Delta p_2(s) \cdot (TS + 1) = 1.72\Delta q_1(s) - [0.56S(TS + 1) - 3.23] \cdot \Delta \omega_m(s) \quad (3.32)$$

$$TS\Delta p_2(s) = -0.837\Delta q_2(s) + (1.14S + 6.65) \cdot \Delta \omega_m(s) \quad (3.33)$$

$$0.48\Delta p_2(s) \cdot [TS + 1 + 1.7] = 1.72\Delta i - 0.96S\Delta \omega_m(s) \quad (3.34)$$

$$\Delta p_2(s) = \frac{-0.837}{TS + 0.42} \cdot \Delta i + \frac{1.14S + 6.65}{TS + 0.42} \cdot \Delta \omega_m(s) \quad (3.35)$$

$$\text{из (5.34) и (5.35)} \Rightarrow \Delta \omega_m(s) = \frac{1.44(S + 17.25)}{S^2 + 16.66S + 95.55} \cdot \Delta i(s) \quad (3.36)$$



На основу блок дијаграма система можемо одредити преносну функцију отвореног кола и преносну функцију целог система.

Преносна функција отвореног кола :

$$W_{ok} = \frac{1.14 \cdot K_A \cdot (S + 17.25)}{S^2 + 16.66S + 95.55} \quad (3.37)$$

Преносна функција целог система аутоматизованог управљања :

$$W(S) = \frac{1.14 \cdot K_A \cdot (S + 17.25)}{S^2 + (16.66 + K_A)S + (95.55 + 24.84K_A)} \quad (3.38)$$

4. Анализа статичких и динамичких карактеристика система аутоматског управљања и симулација карактеристичних величина

4.1. Анализа статичких и динамичких карактеристика када је динамика цевовода занемарена

За систем описан преносном функцијом (3.38) можемо одредити статичке и динамичке карактеристике у функцији појачања у повратној грани. Карактеристични полином система описаног једначином (3.38) гласи:

$$f(s) = S^2 + (16.66 + k_A) \cdot S + (95.55 + 24.84 \cdot k_A) \quad (4.1)$$

Пошто је појачање K_A позитивна константа ($K_A > 0$) те су полови преносне функције овог система негативни тако да је цео систем аутоматског регулисања стабилан. Посто је систем стабилан то појачања и статичке грешке можемо одредити примењујући другу граничну теорему Лапласове трансформације:

$$K_1^r = \lim_{\substack{s \rightarrow 0 \\ \text{Re}(s) \geq 0}} [s^r W(s)] = \begin{cases} 24.84 \cdot K_A & r = 0 \\ \frac{24.84 \cdot K_A + 95.55}{0} & r = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (4.2)$$

Статичка грешка регулисане величине при јединични одскочни променама свих улазних величина, а при нултим почетним условима, назива се позициона статичка грешка.

$$\varepsilon_{sp} = \lim_{\substack{s \rightarrow 0 \\ \text{Re}(s) \geq 0}} s E(s) \quad (4.3)$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + W_{ok}(s)} \cdot X_{iz}(s) \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_{sp} = \lim_{\substack{s \rightarrow 0 \\ \text{Re}(s) \geq 0}} S \cdot \frac{1}{1 + W_{ok}(s)} \cdot \frac{1}{S} = \frac{95.55}{95.55 + 28.44 \cdot K_A} \quad (4.5)$$

Очигледно из једначина (4.2) и (4.5) да повећањем појачања K_A статичка грешка опада до нуле, а појачање тежи јединици.

$$\text{за : } K_A = 10^3 \left[\frac{mA}{rad/s} \right]$$

$$K^{(1)} = K_p = 0.996$$

$$\varepsilon_{sp} = 0.004 = 0.4\%$$

Одскочни одзив система у комплексном домену за вредност појачања $K_A = 10^3$, дат је изразом :

$$Xi(s) = \frac{1.44 \cdot 10^3 (s + 17.25)}{(s + 991.5) \cdot (s + 25.15)} \cdot \frac{1}{s} \quad (4.6)$$

Одскочни одзив у временском домену одређен је применом инверзне Лапласове трансформације на израз (6.6) и графички приказан на слици (4.1).

$$\Delta\omega(t) = q(t) = [0.996 - 1.46e^{-991.5t} + 0.47e^{-27.15t}]h(t) \quad (4.7)$$

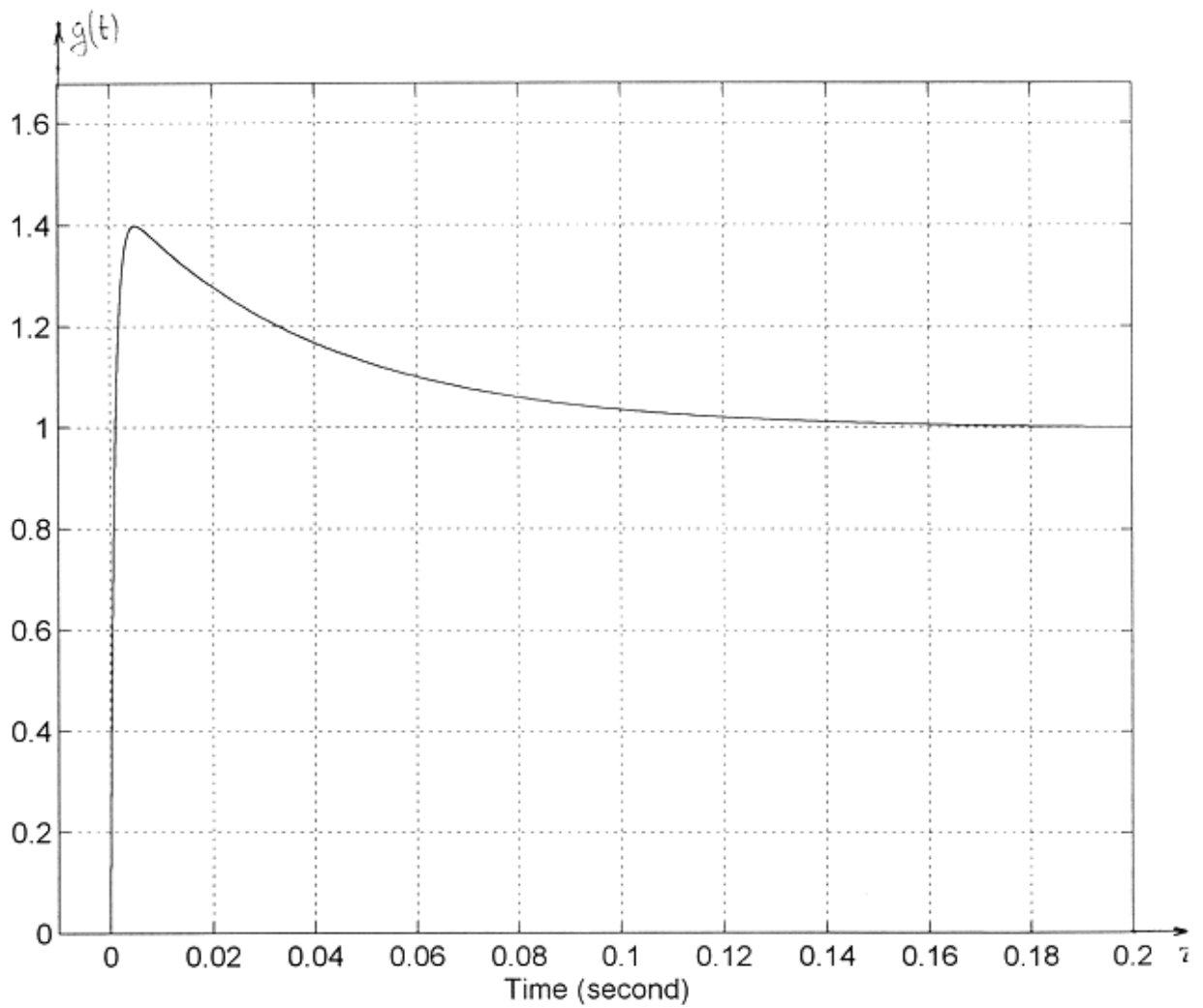
Логаритамско фреквентна карактеристика отвореног кола приказана је на слици (4.2) и са ње се могу видети све битне особине система.

Пресечна учестаност износи : $\omega_p = 145 \left[\frac{rad}{s} \right]$

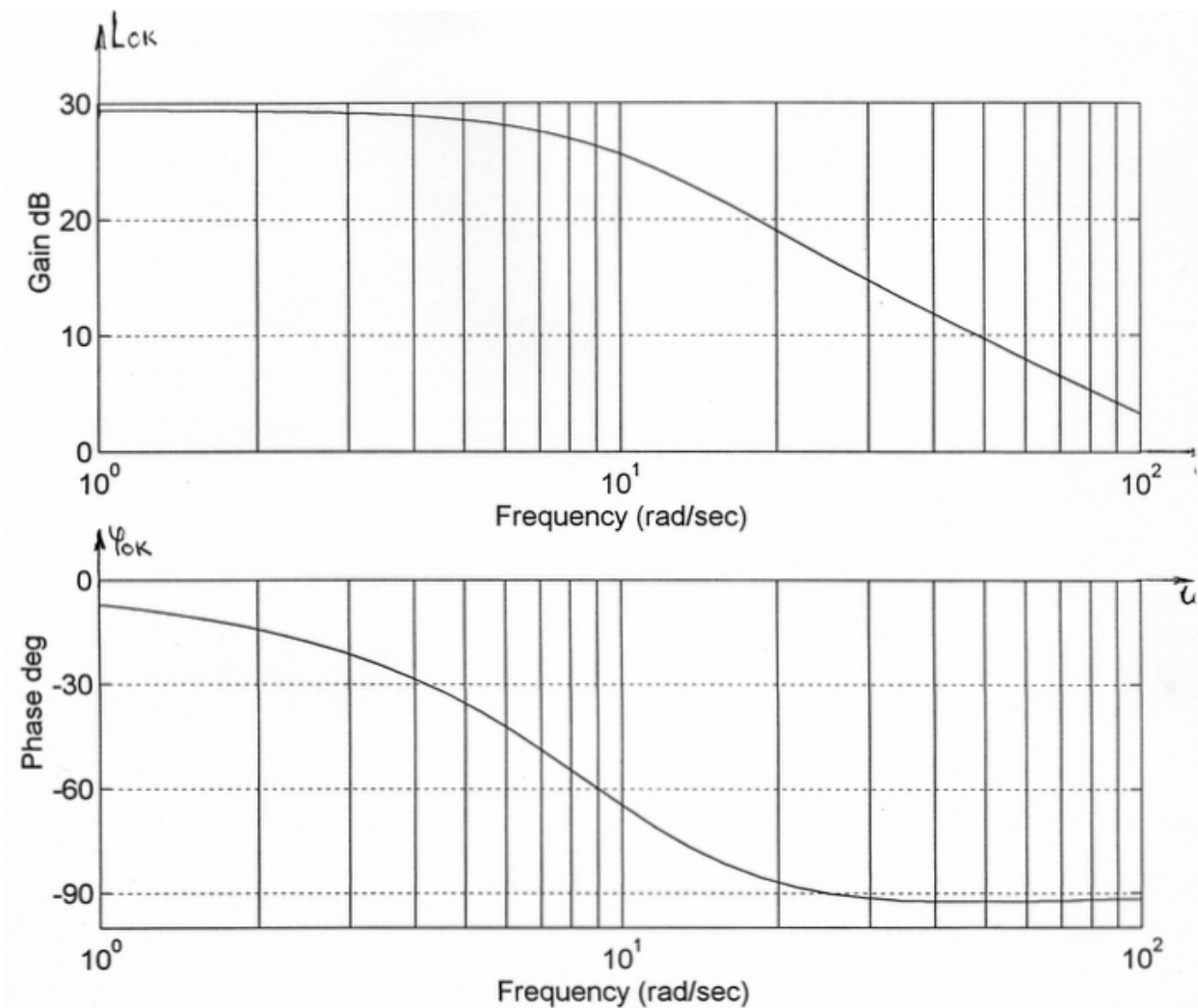
Претек фазе : $\varphi_{pr} = 88 [^\circ]$

На слици (4.3) је одређен ходограф фреквентне карактеристике отвореног кола. На основу блок дијаграма система приказаног сликом (3.4) извршена је симулација карактеристичних величина система у програмском пакету МатЛаб.

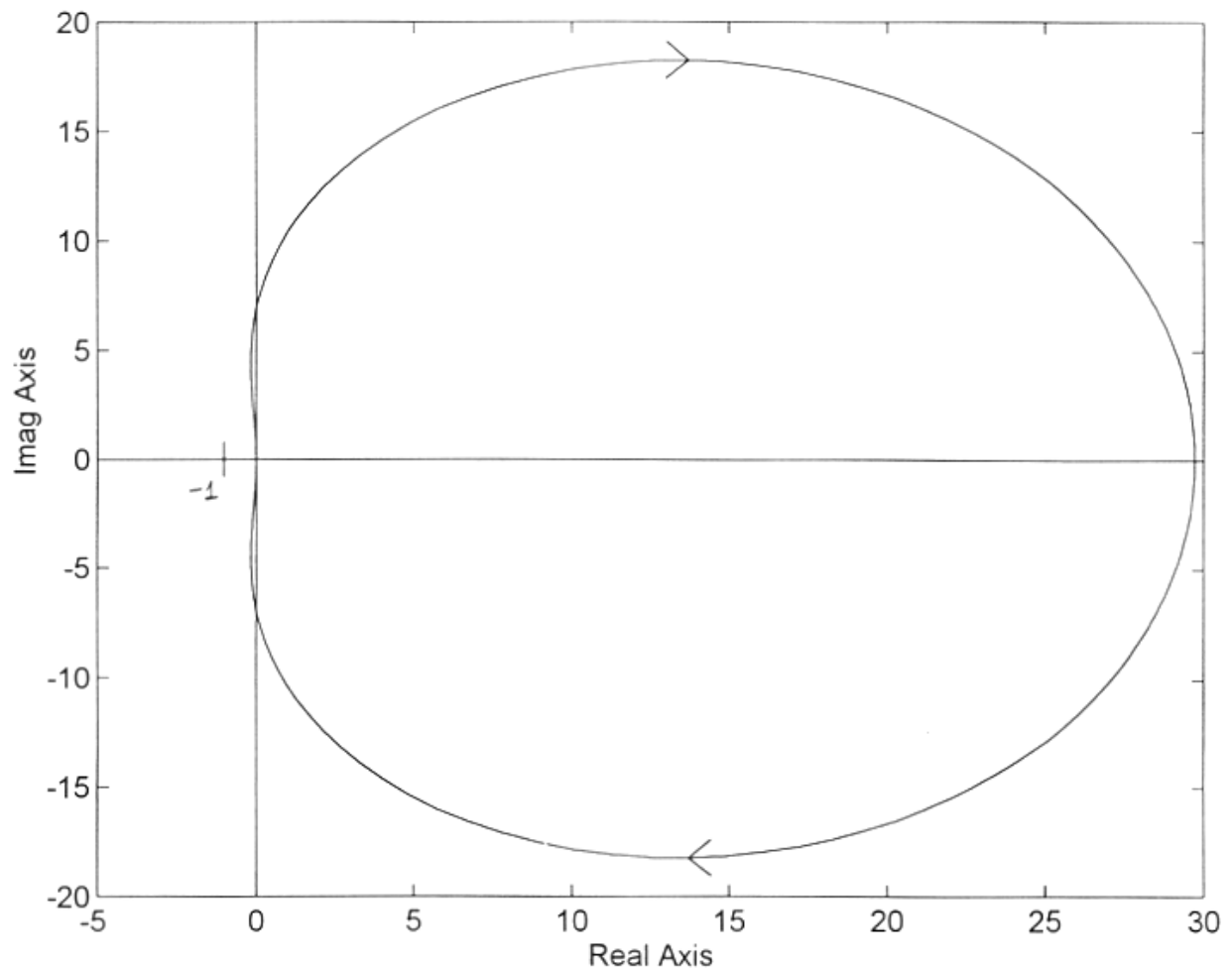
Резултати симулације су приказани на сликама (4.4), (4.5) и (4.6). На слици (4.4) приказана је промена угаоне брзине вратила хидромотора у функцији времена. На слици (4.5) је приказана промена притиска Δp_1 , у напојном воду ел. хидрауличног система. Са овог дијаграма се види да по отварању разводника притисак p_1 , порасте и после две секунде достигне своју номиналну вредност $p_1 = p_{1N}$. На слици (4.6) је приказана промена притиска Δp_2 , у повратном воду електро хидрауличног система. Са овог дијаграма се види да притисак p_2 , по отварању разводника најпре опадне а затим после две секунде достигне своју номиналну вредност $p_2 = p_{2N}$. На слици (4.7) је приказан блок дијаграм система у програмском пакету МатЛаб на основу кога је извршена симулација ових величина.



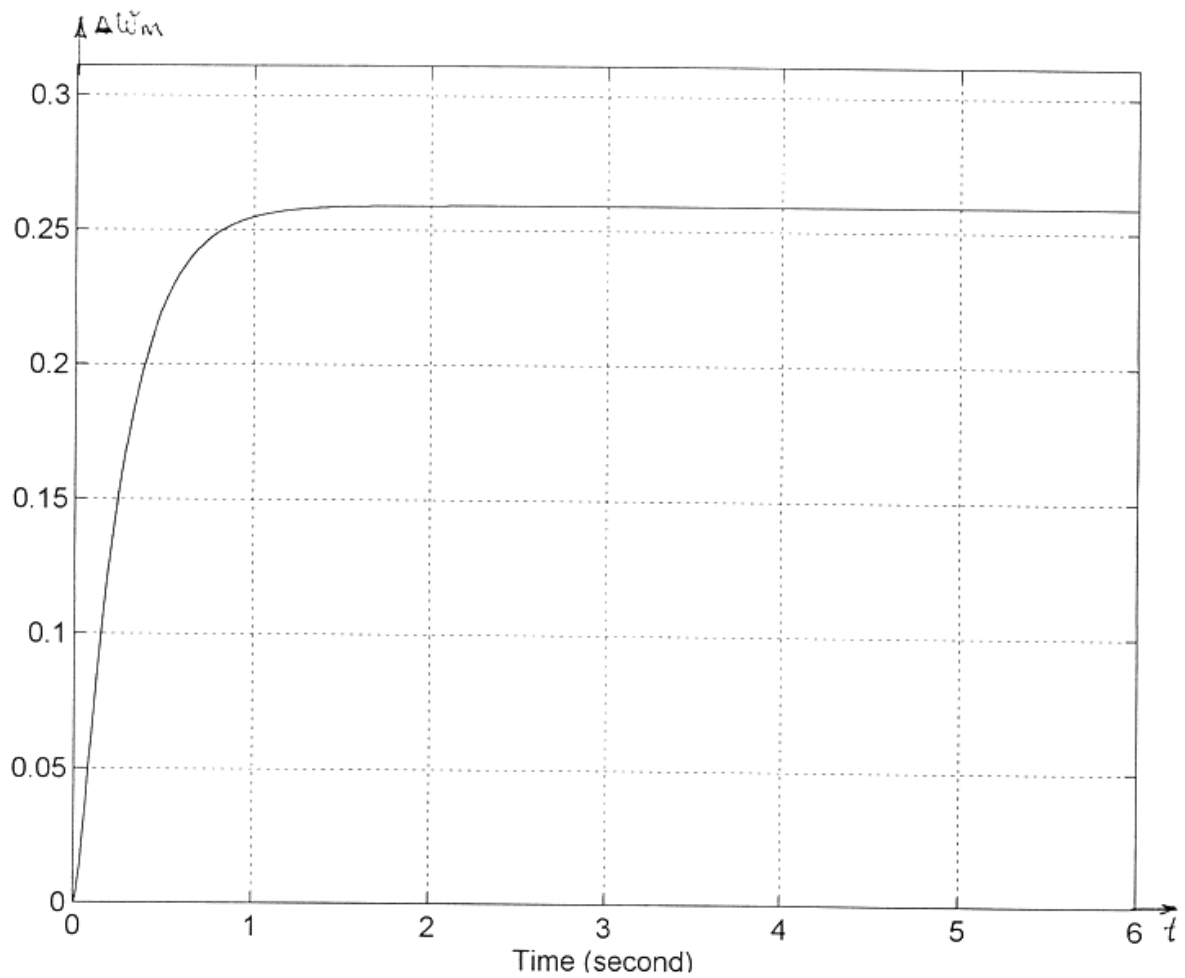
Сл. 4.1 Прелазна карактеристика система када је динамика цевовода занемарена



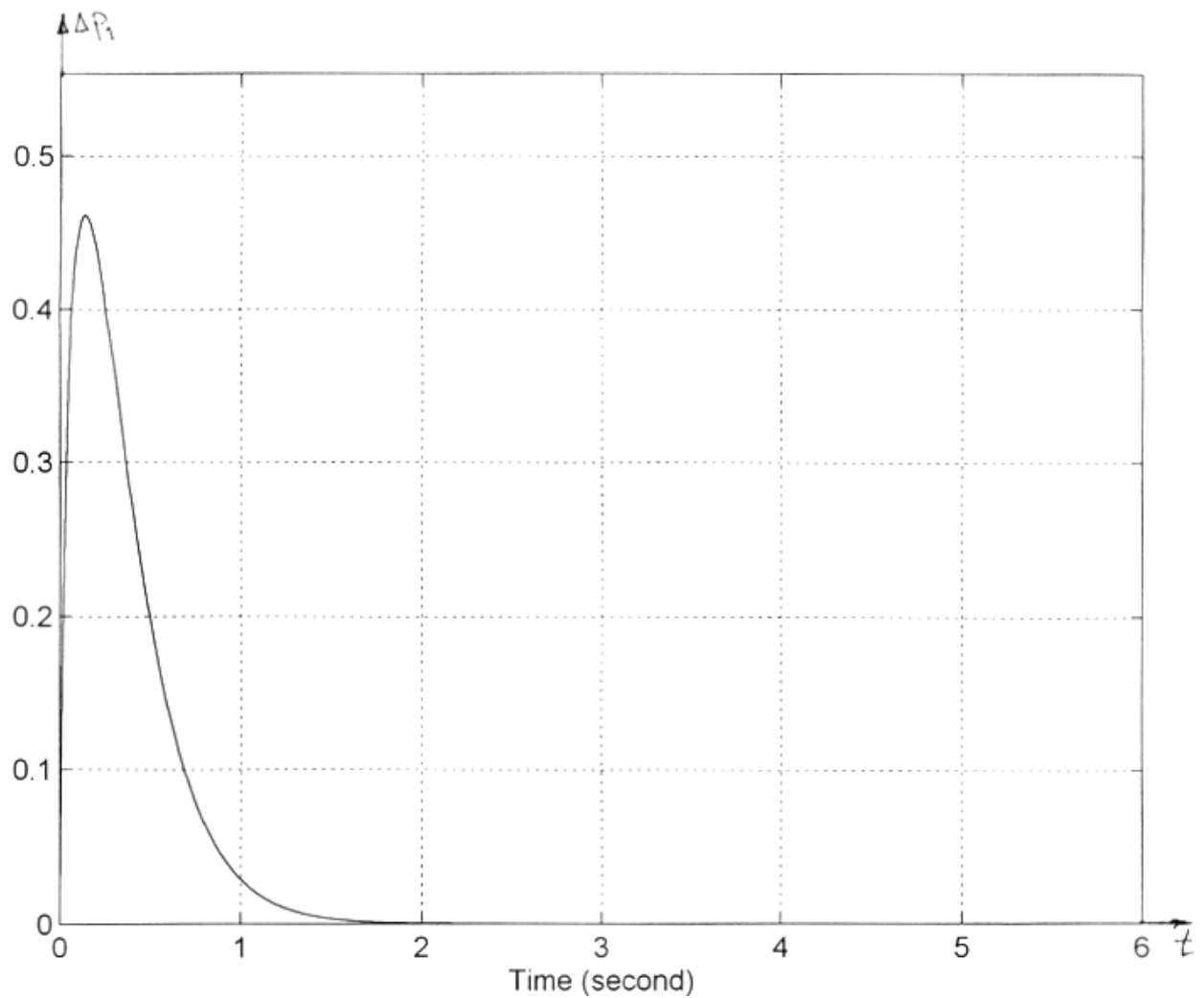
Сл. 4.2 Логаритамска фреквентна карактеристике отвореног кола када је динамика цевовода занемарена



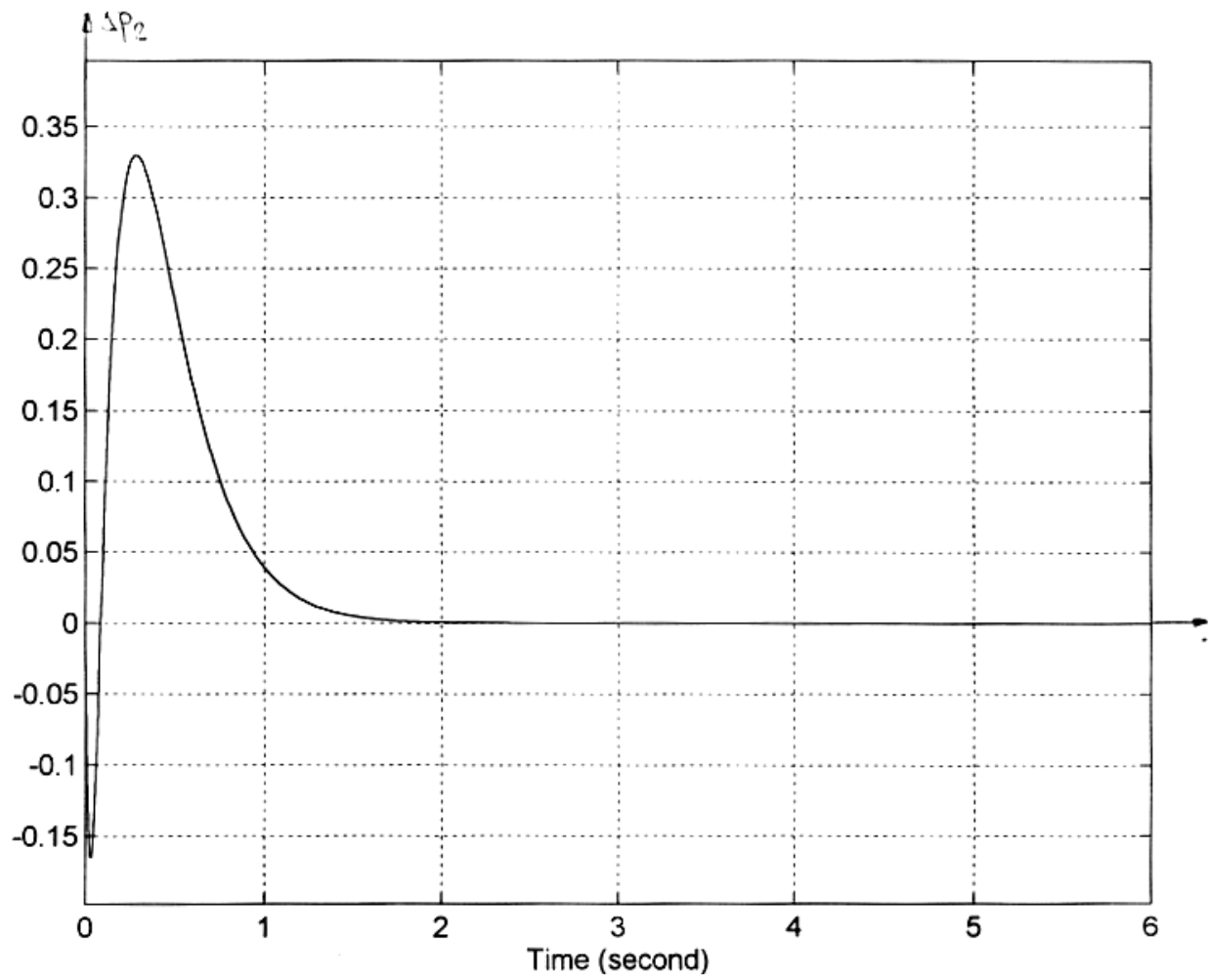
Сл. 4.3 Ходограф фреквентне карактеристике отвореног кола када је динамика цевовода занемарена

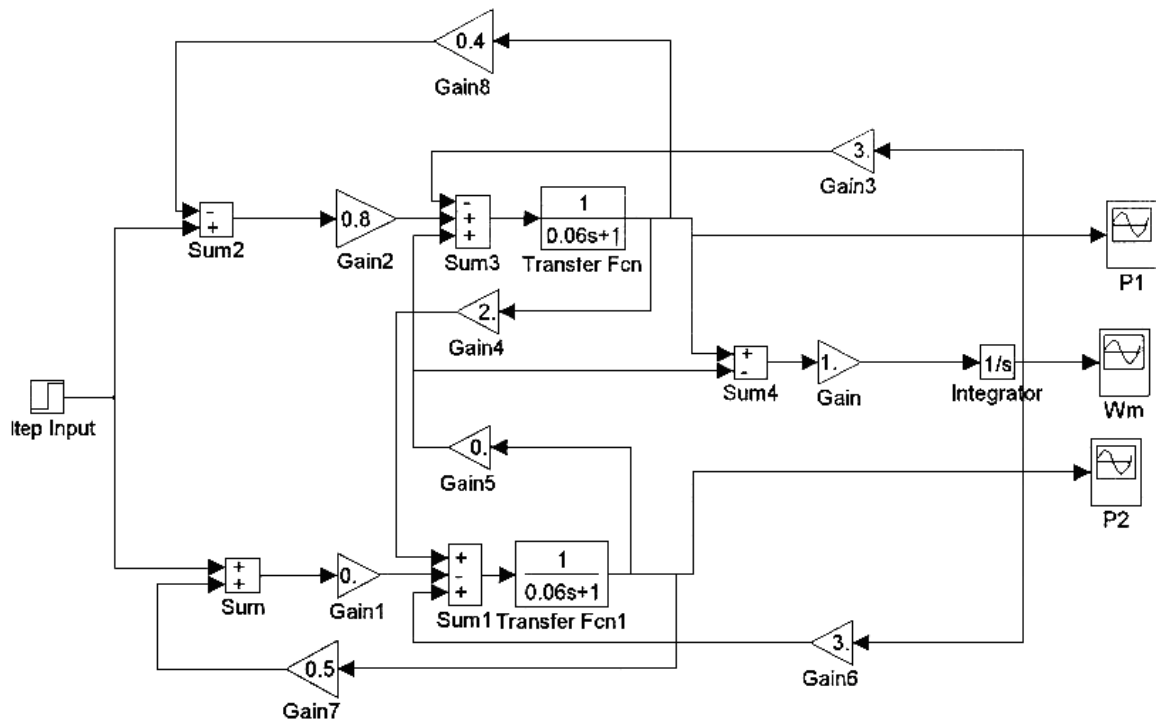


Сл. 4.4 Одзив дела система (разводник- хидромотор) када је динамика цевовода занемарена



Сл. 4.5 Промена притиска P_1 у систему

Сл. 4.6 Промена притиска P_2 у систему



Сл. 4.7 Блок дијаграма система у програмском пакету Matlab

4.2. Фреквентна анализа карактеристика система када је динамика водова узета у обзир преко модела са концентрисаним параметрима

На основу усвојених нумеричких вредности параметара процеса са концентрисаним параметрима:

$$\begin{aligned} \mu = 0.033 \quad \left[\frac{kg}{sm} \right] \quad ; \quad \rho = 860 \quad \left[\frac{kg}{m^3} \right] \\ B = 1.4 \cdot 10^9 \quad \left[\frac{N}{m^2} \right] \quad ; \quad d = 0.01 \quad [m] \\ I = 10.73 \quad [m] \quad ; \quad R = \frac{128 \cdot \mu L}{\pi \cdot d^4} = 1.44 \cdot 10^9 \quad \left[\frac{kg}{sm^4} \right] \\ C = \frac{V}{B} = 6 \cdot 10^{-13} \quad \left[\frac{m^5}{N} \right] \quad ; \quad L = \frac{4\rho I}{d^2 \cdot \pi} = 1.18 \cdot 10^8 \quad \left[\frac{kg}{m^4} \right] \end{aligned}$$

и општег блок дијаграма система приказаног сликом (3.4) добијене су преносне функције отвореног кола система када је динамика цевовода узета у обзир преко модела са концентрисаним параметрима. Преносна функција отвореног кола за "Т" модел са концентрисаним параметрима има облик:

$$W_{ok"Т"} = \frac{14.4 \cdot K_A \cdot (S + 17.25)}{S [S^2 + 16.66S + 95.55]} \quad (4.8)$$

а преносна функција отвореног кола за "II" модел са концентрисаним параметрима има облик:

$$W_{ok"II"} = \frac{14.4 \cdot K_A \cdot (S + 17.25)}{(0.082S + 1) \cdot (S^2 + 16.66S + 95.55)} \quad (4.9)$$

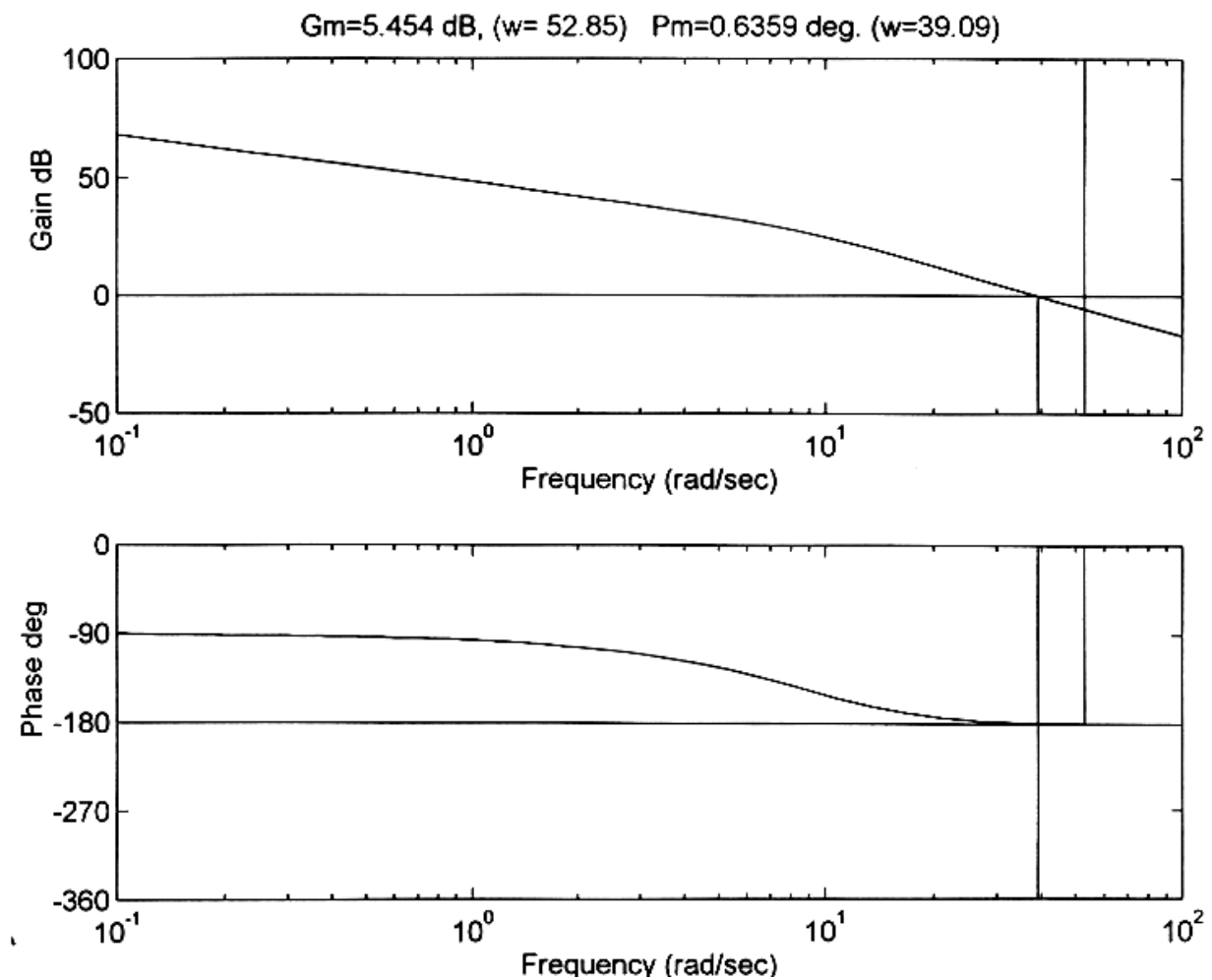
Фреквентна анализа система аутоматског управљања са концентрисаним параметрима извршена је на основу преносних функција отвореног кола а за вредност појачања $K_A = 10^3$. На основу преносне функције $W_{ok"Т"}$ приказане једначином (4.8) нацртана је логаритамско фреквентна карактеристика отвореног кола и приказана на слици (4.8). Са слике се види да је пресеца на уцестаност $\omega_p = 39.09 [rad/s]$, претек фазе $\varphi_p = 0.6359^\circ$, а претек појачања $K_{pr} = 5.45$. На основу логаритамско фреквентне карактеристике се види да је овај систем на самој граници стабилности, за вредност усвојеног фактора појачања K_A у повратној грани.

На слици (4.9) је приказан одскачни одзив система за "Т" модела са концентрисаним параметрима са кога се види да је он у току свог прелазног процеса осцилаторан, а време смирења је знатно дуже од времена смирења када је динамика цевовода занемарена.

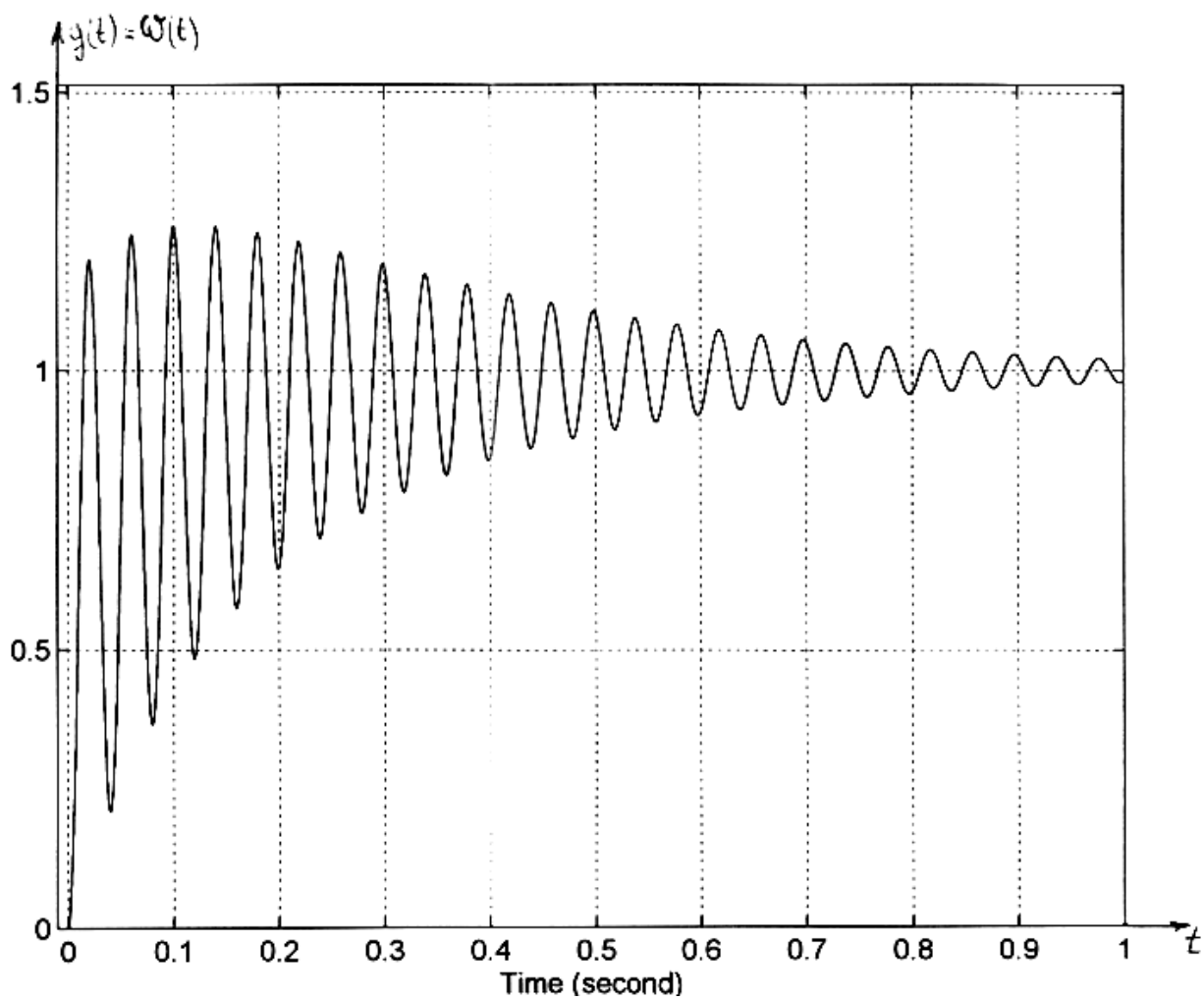
На основу преносне функције система за "П" модел са концентрисаним параметрима $W_{ok\text{"П"}}$ приказане једначином (4.9), нацртана је логоритамско фреквентна карактеристика отвореног кола и приказана на слици (4.10). Са слике се види да је пресеца учестаност $\omega_p = 42.18[rad / s]$, претек фазе $\varphi_p = 16.46[^\circ]$

Систем је стабилан са резервом стабилности ($\varphi_r = 16.46^\circ$), која је знатно мања од резерве стабилности за систем када динамика цевовода није узета у обзир.

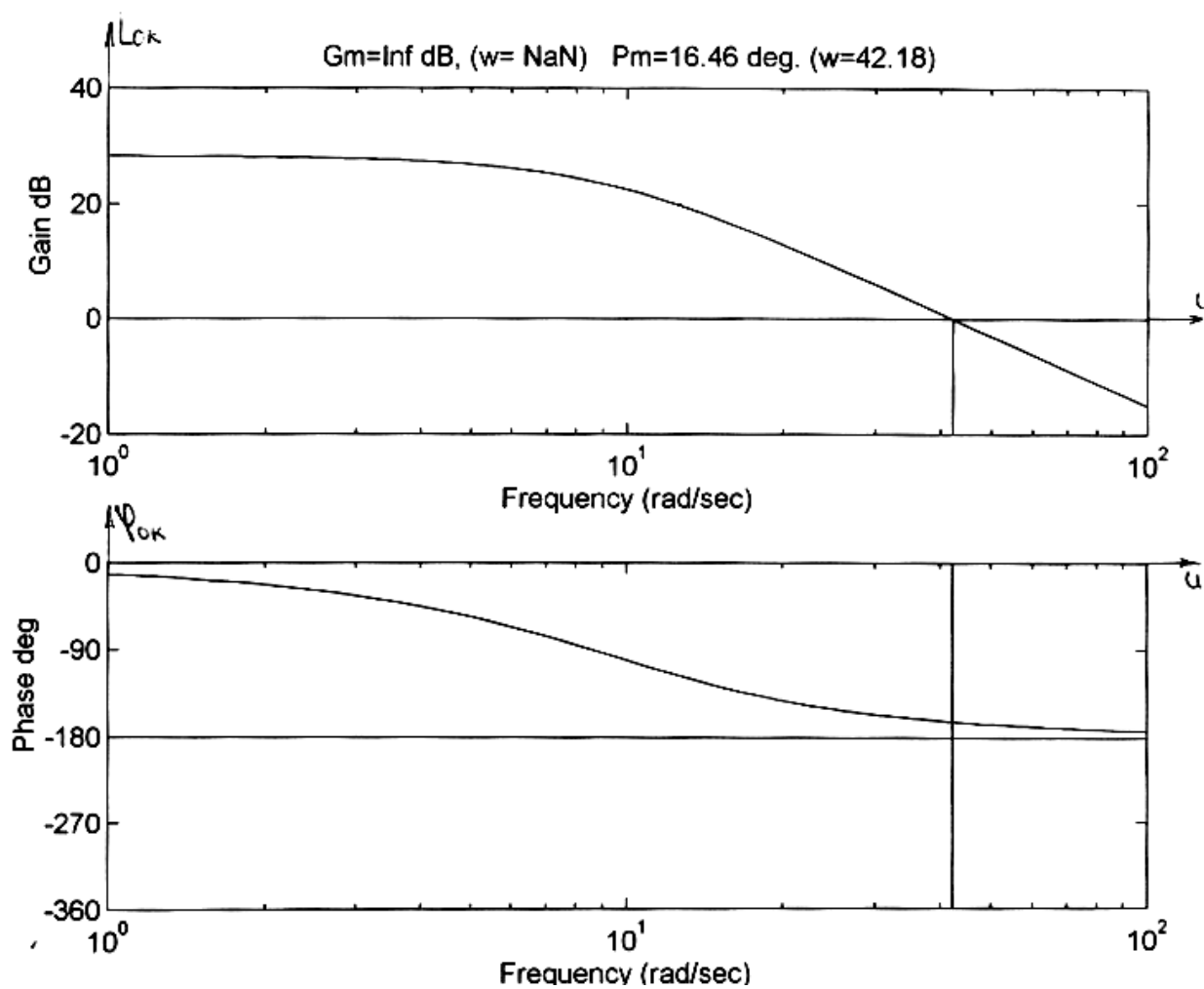
На слици (4.11) је приказана фазно фреквентна карактеристика за "П" модел са концентрисаним параметрима. На слици (4.12) је приказан одскачни одзив система са кога се види да је прелазни процес осцилаторан али је време смирења знатно дуже него код система без утицаја динамике цевовода.



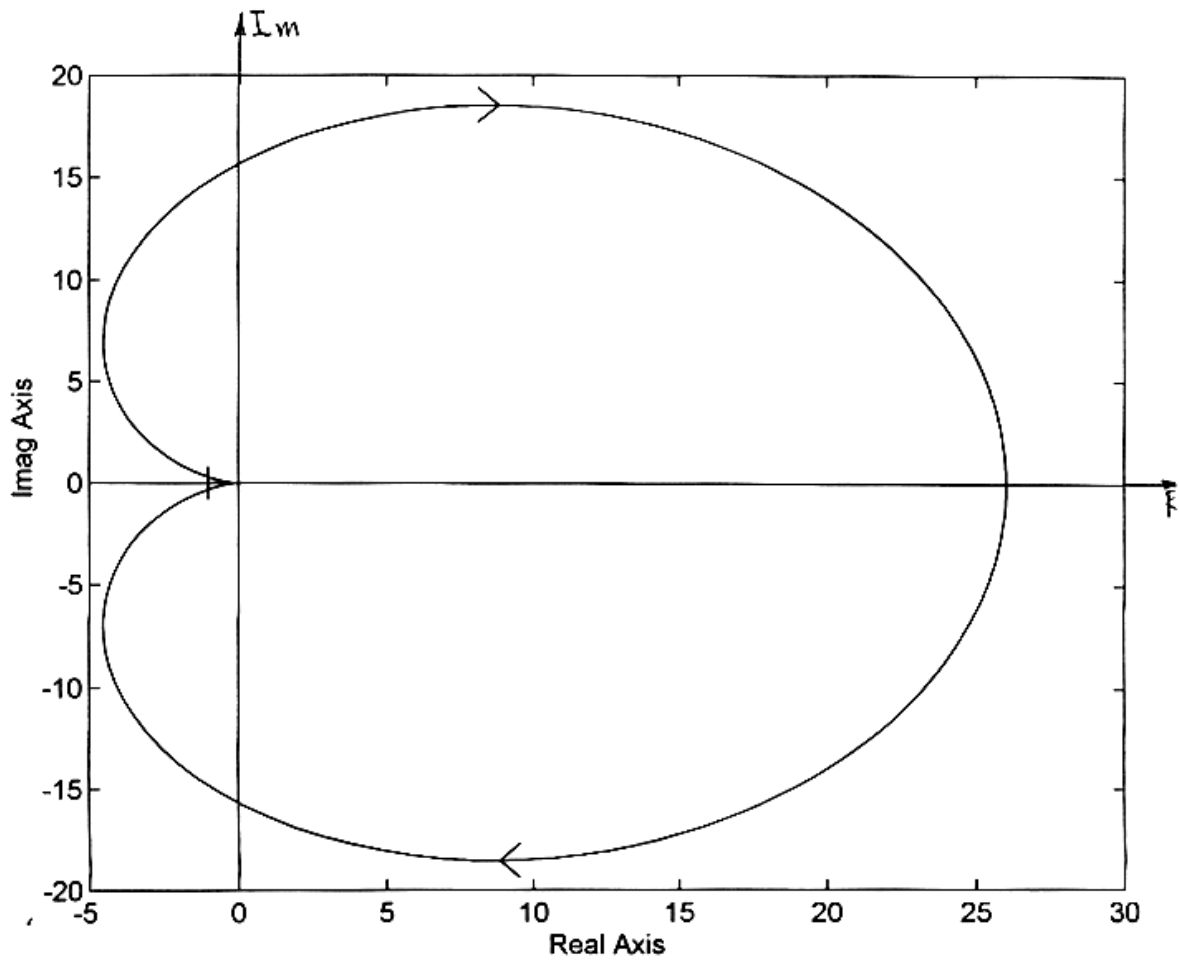
Сл. 4.8 Логаритамска фреквентна карактеристика отвореног кола за „Т“ модел



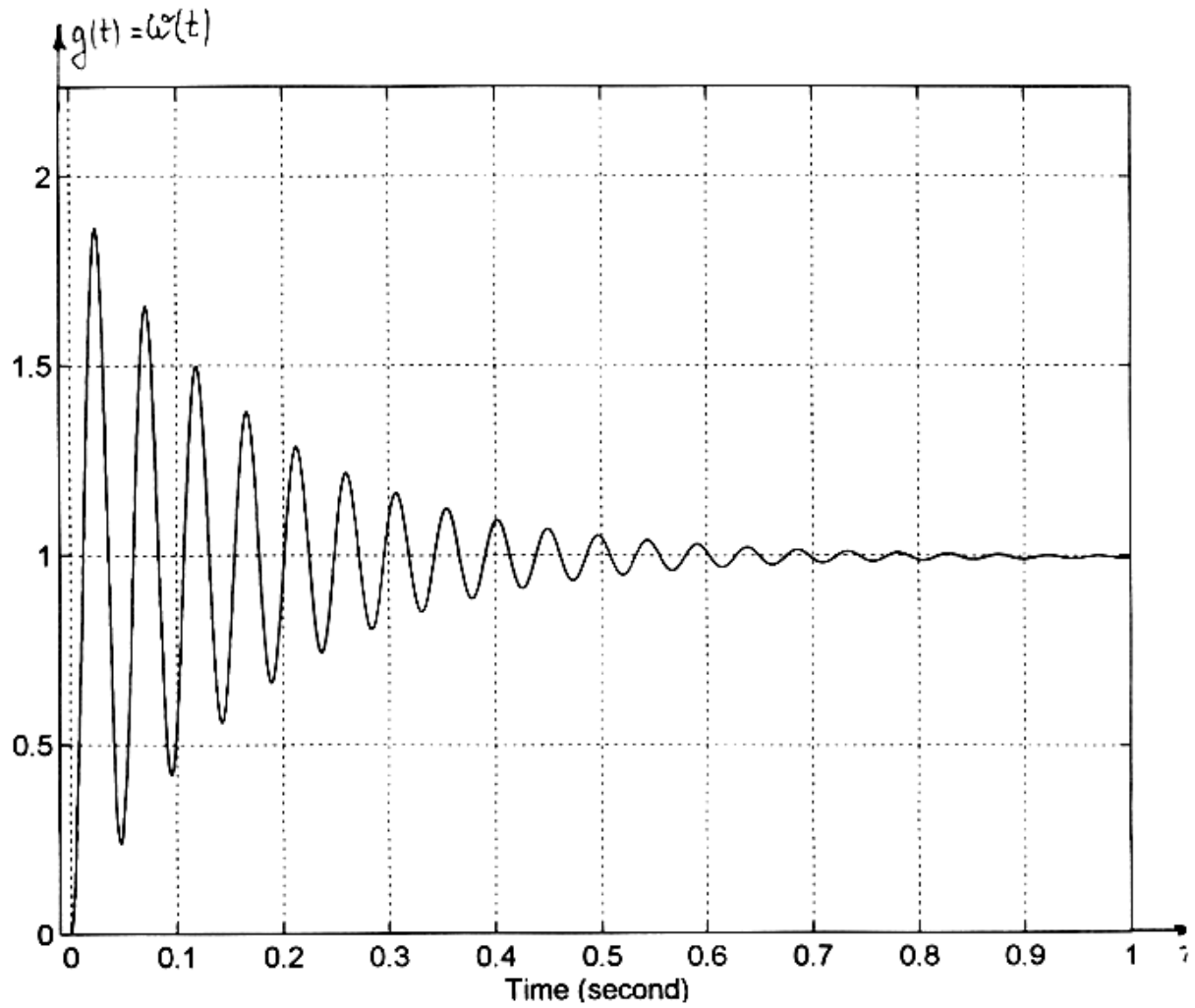
Сл. 4.9 Прелазна карактеристика система за „Г“ модел са концентрисаним параметрима



Сл. 4.10 Логаритамска фреквентна карактеристика отвореног кола за „П“ модел



Сл. 4.11 Фазно фреквентна карактеристика отвореног кола за „II“ модел



Сл. 4.12 Прелазна карактеристика система за „П“ модел са концентрисаним параметрима

5. Закључак

У раду "Математичко моделирање и симулација затвореног вентилски управљаног хидроелектричног управљачког система дате су врсте и карактеристике хидроелектричних вентилски управљаних система", извршено је математичко моделирање на бази модела хидрауличног вода са распоређеним параметрима и концентрисаним параметрима, а одређен је и математички модел система када динамика хидрауличног вода није узета у обзир.

Математички модел хидрауличног вода са распоређеним параметрима има недостатак у томе што је он описан парцијалним диференцијалним једначинама чијим решавањем добијамо карактеристичне величине хидрауличног вода (притисак и проток) као хиперболичке функције зависне од времена (t) и линијске координате (q) дуж правца струјања радне течности.

Фреквентном анализом која је извршена на основу преносних функција отвореног кола, система без утицаја динамике вода и система с утицајем динамике вода (сл. 4.2, сл. 4.8, сл. 4.10) видимо да је резерва стабилности код система који узимају у обзир динамику вода знатно мања него код система код кога је динамика вода занемарена.

Поређења ради наводимо да је претек фазе код система без утицаја динамике цевовода ($\Phi_{PR} = 88^\circ$, док код система код кога је динамика вода узета преко приближног "Т" модела) са концентрисаним параметрима $\Phi_{PR} = 0.6^\circ$, што јасно говори о значају утицаја динамике вода на понашање целог система. Поређењем прелазних карактеристика система са утицајем динамике вода са прелазном карактеристиком без утицаја динамике вода (сл. 4.1, сл. 4.9, сл. 4.12) видимо јасне разлике:

- I. Прелазни процес код система са утицајем динамике вода је осцилаторан.
- II. Време смирења је знатно веће код система са утицајем динамике вода него у систему без утицаја динамике вода.
- III. Време успона код система са динамиком вода није јасно дефинисано, док код система без утицаја динамике вода је јасно дефинисано и изузетно кратко $t_{\text{ч}} \approx 2 \text{ ms}$, што говори о великој брзини одзива овог система.

Поређењем прелазних карактеристика приближних "Т" и "П" модела са концентрисаним параметрима (сл.4.9. и сл. 4.12) такође уочавамо разлике:

- Амплитуда осцилација у току прелазног процеса " П " модела је већа него код "Т" модела са концентрисаним параметрима.
- Време смирења код "Т" приближног модела је знатно дуже него код приближног " П " модела.

Из свега горе наведеног намеће се јасан закључак да динамика хидрауличких водова има знатан утицај на понашање и рад хидроелектричних управљачких система.

6. Литература

[1] Љубомир Т.Грујић, „Задаци са решењима из аутоматско управљање“, Машински факултет у Београду 1998.

[2] Борислав Р.Миљољковић,Љубомир Т.Грујић, „Аутоматско управљање“, Машински факултет у Београду 1998.

[3] Др. Новак Недић, ред. проф. „Хидрауличке и пнеуматске компоненте и системи управљања“, Машински факултет Краљево 1998 год.

Коришћени сајтови

- http://www.fileden.com/files/2011/1/22/3064728/vpts/racunarsko_upravljanje/Industrijski-racunari.pdfwww.cisko.com
- http://www.vuka.hr/fileadmin/ temp_/PiH_skripta.pdfwww.sandija.com
- http://www.google.rs/search?num=10&hl=sr&site=img&tbm=isch&source=hp&biw=1152&bih=749&q=ventili+protoka&oq=ventili+protoka&gs_l=img.12...1357.313www.vanis.hr
- <http://www.vladex.co.rs/aplikacije/Hidraulicki%20i%20pneumatski%20mehaniz nizmi%20i%20instalacije.pdf>