



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
ФАКУЛТЕТ ЗА МАШИНСТВО И
ГРАЂЕВИНАРСТВО У КРАЉЕВУ

Марина С. Бошковић

**САВРЕМЕНИ ПРИСТУПИ У КИНЕМАТИЧКОЈ И
ДИНАМИЧКОЈ ОПТИМИЗАЦИЈИ РАВАНСКИХ
МЕХАНИЗАМА**

Докторска дисертација

Краљево, 2018. год.

ИДЕНТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА

<i>I. Аутор</i>	
Име и презиме:	Марина Бошковић
Датум и место рођења:	27.07.1984. Нови Пазар
Садашње запослење:	Асистент, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву Универзитета у Крагујевцу
<i>II. Докторска дисертација</i>	
Наслов:	Савремени приступи у кинематичкој и динамичкој оптимизацији раванских механизма
Број страница:	120
Број слика:	59
Број библиографских података:	114
Установа и место где је рад израђен:	Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву Универзитета у Крагујевцу, Краљево
Научна област (УДК):	Механика (531)
Ментор:	др Радован Булатовић, редовни професор
<i>III. Оцена и одбрана</i>	
Број одлуке и датум прихватања теме докторске дисертације:	IV-04-835/25 од 14.09.2016.
Комисија за оцену подобности теме и кандидата:	<ol style="list-style-type: none">др Миле Савковић, редовни професор Факултет за машинство и грађевинарство у Краљевудр Небојша Васовић, редовни професор Рударско-геолошки факултет у Београдудр Радован Булатовић, ванредни професор Факултет за машинство и грађевинарство у Краљевудр Славиша Шалинић, ванредни професор Факултет за машинство и грађевинарство у Краљевудр Гордана Богдановић, доцент Факултет инжењерских наука у Крагујевцу
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације:	<ol style="list-style-type: none">др Небојша Васовић, редовни професор Рударско-геолошки факултет у Београдудр Миле Савковић, редовни професор Факултет за машинство и грађевинарство у Краљевудр Гордана Богдановић, ванредни професор Факултет инжењерских наука у Крагујевцудр Иван Милићевић, ванредни професор Факултет техничких наука у Чачкудр Славиша Шалинић, ванредни професор Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву
Датум одбране дисертације:	

ЗАХВАЛНОСТ АУТОРА

Ова докторска дисертација представља резултат вишегодишњег образовања и научно-истраживачког рада на Катедри за примењену механику, математику и физику Факултета за машинство и грађевинарство у Краљеву.

Највећу захвалност дугујем ментору др Радовану Булатовићу и др Славиши Шалинићу на несебичној помоћи, сугестијама и саветима од тренутка дефинисања теме до завршетка рукописа. Уз њихову подршку све теškoће и препреке на овом путу било је лакше савладати.

Осим тога, велику захвалност дугујем и члановима Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације на корисним сугестијама које су допринеле квалитету ове дисертације.

На крају, велико хвала мом супругу на стрпљењу и разумевању током израде ове дисертације, као и породици која је увек мој чврсти ослонац.

Марина Бошковић, дипл.маш.инж.

РЕЗИМЕ

У дисертацији су предложене три различите методе којима се постиже уравнотежење раванских механизма са крутим члановима. Додавањем противтегова, коришћењем интерполационих полинома и применом оптимизационих метода извршено је смањење динамичких оптерећења, тј. уравнотежење равних механизма. У циљу одређивања динамичких оптерећења, извршена је кинематичка и динамичка анализа механизма. Реакције веза одређене су применом новог метода који се базира на коришћењу Лагранжевих једначина са множитељима веза, метода трансформације брзина и представљањем чланова манипулатора коришћењем еквивалентног система са концентрисаним масама. Кроз одговарајуће нумеричке примере показана је ефикасност предложених метода за уравнотежење механизма. Акцент је на примени савремених биолошки инспирисаних оптимизационих алгоритама који су се појавили у последњих петнаестак година. Овим једноставним алгоритмима, чији се принцип рада заснива на опонашању појава и процеса у природи, могуће је решити комплексне инжењерске оптимизационе проблеме. Проблем уравнотежења раванских механизма решен је применом два оптимизациона алгорита: субпопулацијског алгорита свица (SP-FA) који представља побољшану верзију стандардног алгорита свица и хибридног алгорита свица и кукавичје претраге (H-CS-FA) који представља комбинацију два биолошки инспирисана алгорита.

Поступак анализе механизма проширен је затим и на механизме са еластичним члановима. Представљен је нов приступ у динамичкој анализи механизма са еластичним члановима који се темељи на механици система крутих тела. Детаљно је објашњен поступак дискретизације еластичних чланова у циљу добијања што тачнијег динамичког модела. Такође, приказан је поступак одређивања реакција веза код манипулатора са једним еластичним чланом.

На крају, процес пројектовања механизма заокружен је процесом оптималне синтезе подесивих раванских механизма као генератора путање. Циљ је оптимизовати путању (која је задата истим скупом тачака), коју генеришу различити типови раванских механизма. У поступку оптималне синтезе примењен је алгоритам сивог вука (GWO) који такође припада класи биолошки инспирисаних алгоритама. Ефикасност алгорита тестирана је на одговарајућим нумеричким примерима.

Кључне речи: уравнотежење механизма, биолошки инспирисани алгоритми, кинематичка и динамичка анализа, оптимална синтеза механизма, механизми са еластичним члановима

ABSTRACT

In the thesis, three different methods are proposed to achieve the balancing of planar mechanisms with rigid links. By adding counterweights, using interpolating polynomials and by applying optimization methods, dynamic load is reduced ie. balancing of mechanisms is achieved. In order to determine the dynamic load, it is necessary to perform the kinematic and dynamic analysis of the mechanisms first. Joint reaction forces were determined by using a new method based on the use of the Lagrange equations with the multipliers, velocity transformations and the equipotential system representation of the links of the mechanism. Through the corresponding numerical examples, the efficiency of the proposed methods for balancing the mechanisms was shown. The emphasis is on the application of modern biologically inspired optimization algorithms that have emerged in the last fifteen years. With these simple algorithms, whose work principle is based on mimicking phenomena and processes in nature, it is possible to solve complex engineering optimization problems. The problem of balancing of planar mechanisms was solved by using two optimization algorithms: a subpopulation firefly algorithm (SP-FA) that represents an improved version of the standard firefly algorithm and hybrid cuckoo search and firefly algorithm (H-CS-FA) which represents a combination of two biologically inspired algorithms.

The analysis process of the mechanisms was then extended to mechanisms with flexible links. A new approach to the dynamic analysis of mechanisms with flexible links which is based on rigid multibody systems has been presented. The process of discretization of flexible links is explained in detail, in order to obtain a more accurate dynamic model. Also, the procedure for determining the joint reaction forces in the manipulator with one flexible link is shown.

Finally, the process of designing the mechanisms is rounded up by the process of optimal synthesis of adjustable planar mechanisms as a path generator. The goal is optimization of the same path (given by the same set of points), which is generated by different types of planar mechanisms. A gray wolf algorithm (GWO) which also belongs to the class of biologically-inspired algorithms is applied in the process of optimal synthesis. The efficiency of the algorithm was tested on the corresponding numerical examples.

Key words: balancing of mechanisms, biologically-inspired algorithms, kinematic and dynamic analysis, optimal synthesis of adjustable mechanisms, flexible mechanisms

САДРЖАЈ

1. УВОД.....	1
1.1. Историја развоја механизма.....	1
1.2. Нове тенденције и принципи у проучавању механизма.....	2
1.3. Подела и развој оптимизационих алгоритама.....	4
1.4. Садржај дисертације.....	5
2. УРАВНОТЕЖЕЊЕ РАВНИХ МЕХАНИЗАМА МИНИМИЗАЦИЈОМ ПОГОНСКОГ МОМЕНТА И РЕАКЦИЈА ВЕЗА У ЗГЛОБОВИМА.....	7
2.1. Преглед метода уравнотежења механизма.....	7
2.2. Минимизација динамичких реакција веза код равнoг серијског манипулатора коришћењем интерполационих полинома и додавањем противтегова.....	9
2.2.1. Динамичка анализа двочланог равнoг манипулатора коришћењем еквивалентног система од две концентрисане масе и метода трансформације брзине.....	10
2.2.2. Одређивање динамичких реакција веза.....	14
2.2.3. Формулисање оптимизационог проблема.....	16
2.2.4. Нумерички примери.....	18
2.3. Динамичко уравнотежење зглобног четвороугаоног механизма применом вишекритеријумске оптимизације и субпопулацијског алгорита свица (SP-FA).....	22
2.3.1. Кинематичка и динамичка анализа четворочланог механизма.....	23
2.3.2. Оптимизациони процес.....	27
2.3.2.1 Субпопулацијски алгоритам свица (SP-FA).....	28
2.3.2.2 Дефинисање функције циља.....	33
2.3.2.3 Вишекритеријумска оптимизација.....	33
2.3.3. Резултати.....	34

2.4. Динамичко уравнотежење зглобног четвороугаоног механизма применом хибридног алгоритма свица и кукавичје претраге (Hybrid Cuckoo Search and Firefly Algorithm H-CS-FA).....	37
2.4.1. Нови метод за одређивање реакција веза код четвороугаоног механизма.....	38
2.4.2. Оптимизациони процес.....	43
2.4.2.1 Алгоритам кукавичје претраге (Cuckoo Search – CS).....	44
2.4.2.2 Алгоритам свица (Firefly Algorithm - FA).....	46
2.4.2.3 Хибридни алгоритам кукавичје претраге и алгоритма свица (H-CS-FA).....	47
2.4.3. Функције циља.....	50
2.4.4. Нумерички резултати.....	51
2.5. Закључне напомене уз 2. поглавље.....	62
3. ДИНАМИЧКО МОДЕЛИРАЊЕ МАНИПУЛАТОРА СА ЈЕДНИМ ЕЛАСТИЧНИМ ЧЛАНОМ.....	64
3.1. Уводна разматрања.....	64
3.2. Моделирање манипулатора са еластичним члановима.....	66
3.3. Моделирање манипулатора са једним еластичним чланом применом новог метода са концентрисаним масама.....	67
3.4. Формулисање диференцијалних једначина кретања манипулатора.....	70
3.4.1. Одређивање кинетичке енергије.....	70
3.4.2. Одређивање потенцијалне енергије.....	73
3.4.3. Диференцијалне једначине кретања еластичног члана манипулатора....	73
3.5. Одређивање реакција веза на контакту штапа и главчине.....	74
3.6. Нумерички примери.....	79
3.6.1. Динамичко понашање еластичног члана манипулатора у покретном координатном систему са задатим кретањем главчине.....	79
3.6.2. Динамичко понашање еластичног члана манипулатора са задатим погонским моментом који делује на главчину.....	83

3.7. Закључне напомене уз Поглавље 3.....	88
4. ОПТИМАЛНА СИНТЕЗА ПОДЕСИВИХ РАВНИХ МЕХАНИЗАМА ЗА ГЕНЕРИСАЊЕ ЗАТВОРЕНЕ ПУТАЊЕ.....	89
4.1. Уводне напомене.....	89
4.2. Формулација проблема синтезе зглобног четвороугаоног механизма.....	91
4.2.1. Позициона анализа.....	91
4.2.2. Пројектни параметри.....	92
4.2.3. Функција циља и ограничења.....	92
4.3. Формулација проблема синтезе кривајно клипног механизма.....	93
4.3.1. Позициона анализа.....	93
4.3.2. Дефинисање пројектних параметара и функције циља.....	95
4.4. Алгоритам сивог вука (GWO).....	97
4.4.1. Математички модел.....	98
4.4.2. Псеудо-код GWO алгоритма.....	99
4.5. Нумерички примери.....	100
4.5.1. Пример 1– Оптимална синтеза зглобног четвороугаоника.....	100
4.5.2. Пример 2 – Оптимална синтеза кривајно клипног механизма.....	103
4.6. Закључне напомене уз Поглавље 4.....	108
5. ЗАКЉУЧАК.....	109
Литература.....	113

ЛИСТА ОЗНАКА

$L_i (i = 1, \dots, n)$ - дужине чланова механизма (манипулатора)

$m_i (i = 1, \dots, n)$ - масе чланова механизма (манипулатора)

$\varphi_i (i = 1, \dots, n)$ - угао који члан манипулатора заклапа са x -осом

$\tau_i (i = 1, \dots, n)$ - погонски момент

$J_i (i = 1, \dots, n)$ - момент инерције

T - кинетичка енергија

\mathbf{M} - матрица инерције

\mathbf{y} - вектор Декартових координата концентрисаних маса и терета у односу на координатни систем Oxy

\mathbf{B} - матрица трансформације брзина

$\dot{\mathbf{q}}$ - вектор генералисаних брзина

\mathbf{Q}_φ - вектор генералисаних сила

g - убрзање Земљине теже

$s_i (i = 1, \dots, n)$ - прекобројне координате

$\lambda_r (r = 1, \dots, n)$ - Лагранжеви множитељи веза

δ_{ij} - Кронекеров (Кronecker) делта симбол

$X_{O_i}^d, Y_{O_i}^d (i = 1, \dots, n)$ - компоненте динамичких реакција веза

$R_{O_i}^d (i = 1, \dots, n)$ - интензитети динамичких реакција веза

$w_i (i = 1, \dots, n)$ - тежински коефицијенти

$b_i (i = 1, \dots, p)$ - пројектне променљиве

CR - константа вероватноће укрштања

MF - фактор скалирања

$a_i (i = 1, \dots, n)$ - коефицијенти полинома

FA - алгоритам свица

F_{shx}, F_{shy} - силе које се јављају као последица инерције

M_{sh} - момент који настаје као последица инерције

SP-FA - субпопулацијски алгоритам свица (Sub-population Firefly Algorithm)

$F_i(\mathbf{X}) (i = 1, \dots, n)$ - функција циља

$g_j(\mathbf{X}) \leq 0$ - ограничења функција циља

$\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_D\}$ - вектор пројектних променљивих

МОО - вишекритеријумска оптимизација (Multi Objective Optimization)

CS - алгоритам кукавичје претраге (Cuckoo Search)

$q_i (i = 1, \dots, n)$ - генералисане координате

$Q_{j^{(*)}}^a, Q_{j^{(**)}}^a (j = 1, \dots, n)$ - генералисане активне силе

$\omega_p (p = 1, \dots, n)$ - вектор угаоне брзине

$\epsilon_p (p = 1, \dots, n)$ - вектор угаоног убрзања

$C_p (p = 1, \dots, n)$ - средиште маса

$V_{Cp} (p = 1, \dots, n)$ - брзина средишта маса

$\mathbf{a}_{Cp} (p = 1, \dots, n)$ - убрзање средишта маса

$I_{Cp} (p = 1, \dots, n)$ - момент инерције око средишње осе

$x_{Cp}, y_{Cp} (p = 1, \dots, n)$ - Декартове координате средишта маса

Н-CS-FA - хибридни алгоритам кукавичје претраге и алгоритма свица (Hybrid Cuckoo Search and Firefly Algorithm)

$I(r)$ - интензитет сијања свица

I_s - интензитет светлости извора

β - привлачност свица

γ - промена привлачности свица

p_a - вероватноћа откривања кукавичјег јајета

$iter_{max}$ - максималан број итерација

n_f - број свитаца

α - параметар рандомизације

J_H - момент инерције главчине

r_H - радијус главчине

m_p - маса терета који је моделиран као материјална тачка

J_p - момент инерције терета

E - Јунгов модул еластичности

I_z - момент инерције попречног пресека штапа

A - површина попречног пресека штапа

ρ - густина материјала штапа

w_i - релативно транслаторно померање у зглобу

ϕ_i - релативна ротација у зглобу

$k_{L,i} (i = 1, \dots, n)$ - крутости цилиндричних опруга у зглобовима

$k_{R,i} (i = 1, \dots, n)$ - крутости спиралних опруга у зглобовима

k - коефицијент смицања

G - модул смицања

Π - потенцијална енергија система крутих тела

$\delta W(\tau)$ - виртуални рад од обртног момента

GWO – алгоритам сивог вука (Grey Wolf Optimizer)

1. УВОД

1.1 Историја развоја механизма

Механизам је систем елемената који су уређени тако да преносе кретање на унапред одређен начин. Другим речима, скуп крутих или еластичних чланова повезаних стационарним (склерономним) везама који се крећу под дејством сила и обављају одређене функције назива се механизам [1].

Први механизми датирају још из периода древних Египћана који су осмислили примитивне машине за изградњу пирамида и других споменика. Ови древни народи користили су полугу и стрму раван, док се појава точка и осовине везује за Месопотамију и период 3000-4000 година пре нове ере. Почетак индустријске револуције означава прекретницу у развоју механизма. James Watt (1736-1819) је први извршио синтезу механизма за вођење клипова у тада актуелним парним моторима. Почетак прошлог века тј. период пре Другог светског рата везује се за настанак највећег дела теоријских истраживања која се тичу кинематике механизма. Крај прошлог и почетак овог века у знаку су рачунарских технологија и примене истих у решавању проблема како анализе тако и синтезе механизма.

Нагли развој индустрије и технологије условио је масовну употребу различитих типова механизма. Данас, готово да не постоји област индустрије у којој се механизми не примењују. Најчешће се јављају као саставни делови машина и уређаја у којима се користе за преношење сила и момената, као и за манипулацију предметима. У пракси, свака машина или уређај који се креће представља неку врсту механизма. Најједноставнији пример је ланчани погон код бицикла. Даље, механизми се примењују у аутомобилској индустрији и то код система управљања, система ослањања и код клипних мотора. Велику примену механизми налазе код грађевинских машина (трактори, дизалице, багери), у роботици и системима аутоматског управљања, а у новије време развојем биоинжењеринга своје место су пронашли и у медицини.

На основу претходно изнетог, као нимало једноставан инжењерски задатак, намеће се проблем пројектовања механизма који морају задовољити најразличитије захтеве савремене индустрије.



а)



б)



в)



г)

Слика 1.1 Неки од примера употребе механизма у савременој индустрији: (а) портална лучка обртна дизалица [2], (б) систем вешања код аутомобила [3], (в) кибернетска шака [4], (г) индустријски робот [5]

1.2 Нове тенденције и принципи у проучавању механизма

Проучавање механизма врши се кроз два поступка: анализу и синтезу. Први корак у поступку анализе механизма је тзв. кинематичка анализа која подразумева одређивање брзина и убрзања чланова механизма у циљу обезбеђивања жељеног кретања. У другом кораку врши се динамичка анализа тј. механизми се анализирају као динамички системи у којима се јављају оптерећења узрокована убрзањима. Укратко, задатак кинематичке анализе је обезбеђивање функционалности механизма, док динамичка анализа има за циљ проверу прихватљивости индукованих сила. Синтеза, односно пројектовање механизма представља најсложенији део теорије механизма.

Циљ ове дисертације је представљање савремених приступа у кинематичкој и динамичкој анализи механизма. „Савременост“ у анализи механизма може се сагледати са више аспеката. Најпре, представљени су нови или модификовани аналитички методи који омогућавају једноставније извођење диференцијалних једначина кретања и одређивање динамичких величина за различите типове механизма са крутим члановима. Поред тога, процес анализе проширен је и на савремене механизме са еластичним члановима који имају низ предности у односу на конвенционалне механизме са крутим члановима: ниже трошкове израде, веће радне брзине, мању потрошњу енергије. У циљу рачунски ефикасне и поједностављене динамичке анализе ових сложених механизма предложен је нов приступ који омогућава моделирање механизма са еластичним члановима на бази система крутих тела.

Са друге стране, савремени приступ подразумева примену модерних оптимизационих техника у пројектовању механизма. Процес оптимизације подразумева генерисање најбољих решења под задатим ограничењима. У процесу оптимизације потребно је извршити трансформацију реалног модела у математички модел. Тражење минимума или максимума функције којом се проблем математички моделира је уствари тражење оптималног решења [6]. Решавање практичних инжењерских проблема применом поступка оптимизације није нимало једноставно. Осим што морају разумети суштину проблема који се решава, инжењери морају познавати програмирање и оптимизационе алгоритме како би извршили адекватно подешавање параметара и/или одговарајуће модификације алгоритма у складу са постављеним проблемом. Данас је у примени велики број оптимизационих метода које на мање или више успешан начин могу довести до оптималног решења проблема.

Поступак оптимизације, тј. различите оптимизационе технике примењују се у овој дисертацији како у процесу анализе, тако и у процесу синтезе различитих типова равних механизма. Применом савремених метода оптимизације у процесу анализе механизма омогућено је уравнотежење механизма, односно смањење динамичких оптерећења која настају као последица инерцијалних сила. Уравнотежење механизма од посебне је важности за постизање стабилности у раду истих. Поред тога, утиче на смањење вибрација и буке, што је један од предуслова за дуг радни век механизма. Ефикасност савремених оптимизационих алгоритама тестирана је и у поступку синтезе механизма као генератора путање. Укратко, коришћење савремених приступа у пројектовању механизма заснива се на примени оптимизационих алгоритама који су настали као резултат укрштања (хибридизације) постојећих, као и употреби побољшаних (модификованих) верзија алгоритама.

Како процес пројектовања (анализе и синтезе) механизма укључује и процес оптимизације тј. примену савремених метода оптимизације, то ће у наредном одељку у најкраћем бити изложен развој и подела оптимизационих алгоритама.

1.3 Подела и развој оптимизационих алгоритама

Класификацију оптимизационих алгоритама могуће је извршити на различите начине. Један од начина класификације подразумева сврставање свих метода оптимизације у три групе: градијентне методе, методе директног претраживања и стохастичке методе оптимизације. Осим тога, оптимизациони алгоритми могу се поделити на егзактне и хеуристичке [7]. Егзактни алгоритми припадају класи детерминистичких алгоритама и гарантују налажење оптималног решења. Супротно, хеуристички алгоритми су итеративног карактера и не гарантују да је пронађено решење и оптимално. Међутим, хеуристичке методе показале су се као веома ефикасне у решавању конкретних и специфичних проблема, што је условило њихов даљи развој и усавршавање. Као резултат тог унапређивања, крајем XX и почетком XXI века, настају метахеуристички или универзални хеуристички алгоритми који су применљиви на широк спектар проблема [8].

Поделу метахеуристичких алгоритама могуће је извршити на различите начине. Тако је Talbi [9] поделио све метахеуристичке алгоритме на детерминистичке и стохастичке. Даље, постоји подела метахеуристичких алгоритама базиране на популацији решења (population-based) и алгоритме који користе само једно потенцијално решење (single-solution based). Поред тога, у литератури се бележи подела метахеуристичких алгоритама који користе меморију тј. памте претходна решења (memory usage methods) и оне које немају могућност памћења претходних решења (memoryless methods). На крају, метахеуристички алгоритми могу се класификовати на биолошки инспирисане (bio-inspired) и оне који то нису (non bio-inspired).

У овој дисертацији акценат је на употреби метахеуристичких алгоритама који су инспирацију нашли у процесима и појавама који се дешавају у природи (нпр. процес еволуције), али и у различитим животињским системима (јата птица, риба, колоније мравља, пчела). Најбитнији период у развоју биолошки инспирисаних алгоритама је друга половина прошлог века. Наиме, 1975. године Holland [10] објављује прву књигу која се бави проучавањем генетских алгоритама. Увођењем различитих математичких оператора, генетски алгоритам моделира Дарвинову теорију еволуције и процес природне селекције. Неколико година касније, нашавши инспирацију у процесу каљења

метала [11], Scott, Gelatt и Vecchi развијају алгоритам симулираног каљења (Simulated Annealing – SA). Поступак оптимизације колонијом мрава описао је 1992. године Dorigo у својој дисертацији [12] која се бави оптимизацијом и природним алгоритмима. Три године касније, инспирисани интелигенцијом риба и птица, Kennedy и Eberhart [13] развијају оптимизацију ројем честица (Particle Swarm Optimization – PSO). У потрази за што ефикаснијим алгоритмима који се могу успешно применити на широк спектар оптимизационих проблема, Geem, Kim и Loganathan [14] развијају алгоритам хармонијске претраге (Harmony Search – HS). Почетак XXI века у знаку је развоја нових биолошки инспирисаних алгоритама попут алгоритма свица (Firefly Algorithm – FA), алгоритма кукавице (Cuckoo Search – CS) и алгоритма слепог миша (Bat Algorithm – BA) које је развио Xin-She Yang [15-18]. Године 2012. први пут је примењен Krill Herd алгоритам [19] који симулира окупљање рачића у јато, а две године касније Mirjalili [20] креира алгоритам сивог вука.

Нови метахеуристички алгоритми развијају се перманентно и њихов број је у сталном порасту. Детаљнији преглед постојећих алгоритама дао је Yang [21], док се примена биолошки инспирисаних алгоритама у пројектовању механизма може видети у референцама [22-31]. Истраживање [32] које је извршио Fister показало је да постоји више од 40 врста метахеуристичких алгоритама, али да то није коначан број, јер природа представља неисцрпну инспирацију за истраживаче. Као што је већ речено, у овој дисертацији биће коришћени неки од горе поменутих алгоритама било у изворном облику, или као модификоване и хибридне верзије.

1.4 Садржај дисертације

У **првом поглављу** дата су уводна разматрања о историјском развоју механизма и њиховој примени у савременим условима. Представљени су конвенционални приступи у проучавању механизма, али и модерне тенденције и трендови у пројектовању истих. Имајући у виду чињеницу да ће у наредним поглављима ове дисертације бити коришћени различити оптимизациони алгоритми, то је у оквиру овог поглавља дат и кратак осврт на њихов развој и поделу.

У **другом поглављу** извршена је кинематичка и динамичка анализа различитих типова равних механизма са крутим члановима. Представљени су како конвенционални, тако и нови, рачунски ефикаснији приступи (базирани на системима крутих тела) у динамичкој анализи механизма. Коришћењем предложених приступа

добијају се диференцијалне једначине кретања, на основу којих се даље одређују динамичка оптерећења за разматрани тип механизма. У овом поглављу акценат је на уравнотежењу механизма тј. потпуном или делимичном поништавању динамичких оптерећења насталих као резултат дејства инерцијалних сила. Представљене су традиционалне технике уравнотежења које се базирају на додавању противтегова на чланове механизма, али је много више пажње посвећено савременим техникама уравнотежења које се заснивају на коришћењу поступка оптимизације. Кроз одговарајуће нумеричке примере показана је ефикасност предложених техника за уравнотежење равних механизма.

У **трећем поглављу** процес кинематичке и динамичке анализе проширен је на механизме са еластичним члановима. У оквиру овог поглавља представљен је нов приступ на бази система крутих тела који је коришћен за динамичку анализу обртног еластичног манипулатора са једним чланом. Еластични члан манипулатора замењен је еквивалентним системом лаких крутих штапова који носе концентрисане масе, а затим су формиране диференцијалне једначине кретања у матричном облику. Поред тога, одређене су реакције веза на споју крутог и еластичног члана манипулатора. Ваљаност и тачност предложеног приступа показана је кроз одговарајуће нумеричке примере.

У **четвртном поглављу** заокружен је процес пројектовања равних механизма. Поступак оптималне синтезе примењен је код два типа равних механизма: зглобног четвороугаоног механизма и кривајно клипног механизма. Циљ је оптимизовати путању задату скупом унапред дефинисаних тачака, тј. извршити синтезу механизма као генератора путање. У поступку оптималне синтезе примењен је алгоритам сивог вука који припада класи биолошки инспирисаних алгоритама новијег датума. Ефикасност алгоритма потврђена је тестирањем на одговарајућим нумеричким примерима.

Напоследку, у **петом поглављу** дати су закључци и кратак резиме свега што је урађено у овој дисертацији. Осим тога, указано је на правце даљих истраживања чиме би се заокружила целина о примени савремених приступа у поступцима анализе и синтезе равних механизма.

Програми коришћени у поступцима оптимизације написани су у програмским пакетима Mathematica и Matlab Release 2009b.

2. УРАВНОТЕЖЕЊЕ РАВАНСКИХ МЕХАНИЗАМА МИНИМИЗАЦИЈОМ ПОГОНСКОГ МОМЕНТА И РЕАКЦИЈА ВЕЗА У ЗГЛОБОВИМА

2.1 Преглед метода уравнотежења механизма

Кретање механизма узрокује појаву инерцијалних сила и момената који се преносе на непокретне ослонце и стварају динамичка оптерећења која негативно утичу на функционалност механизма. Овај негативни утицај огледа се у стварању вибрација и буке, непрецизности извршних чланова, појави замора и трења. Како масовна производња као императив савремене индустрије подразумева употребу механизма са великим радним (оперативним) брзинама, то је елиминисање горе наведених негативних утицаја од пресудног значаја. У циљу обезбеђивања уједначеног рада механизма и при великим радним брзинама прибегава се уравнотежењу, тј. потпуном или делимичном поништавању динамичких оптерећења насталих као резултат инерције. Уравнотежењем механизма не утиче се само на смањење вибрација, већ се постиже боља динамика, поузданост и тачност механизма. Осим тога, одређивање реакција веза игра важну улогу у напонској анализи и димензионисању механизма.

Постоје два начина уравнотежења механизма: статичко уравнотежење и динамичко уравнотежење. Статичко уравнотежење подразумева уравнотежење сила које су резултат инерције, а појављују се у непокретним ослонцима механизма. Услов за постизање статичког уравнотежења је да сума свих сила током кретања мора бити једнака нули. Да би се постигло уравнотежење сила потребно је средиште маса начинити стационарним (непокретним). Први покушај статичког уравнотежења начињен је давне 1902. године када је Fischer [33] предложио метод „главних вектора“. У предложеном методу уравнотежење механизма врши се у односу на сваки појединачни члан, а затим се одређују тачке на члановима механизма у односу на које је постигнута статичка равнотежа. Verkoф и Lowen [34] су 1968. године предложили метод „линеарно независних

вектора“ којим се захтева способност прерасподеле масе чланова механизма на такав начин да укупно средиште маса постаје стационарно. Проширење ове теорије извршили су Lowen и Terper [35] и решили проблем уравнотежења равних механизма коришћењем метода унутрашње прерасподеле масе. Walker и Oldham [36] су додавањем противтегова на чланове механизма решили проблем статичког уравнотежења.

Динамичко уравнотежење подразумева истовремено уравнотежење сила и момента који се јављају у ослоњцима механизма, а настали су као последица дејства инерцијалних сила [37]. Постизање динамичког уравнотежења подразумева да морају бити испуњена следећа два услова: 1) сума свих сила мора бити једнака нули и 2) сума свих момената такође мора бити једнака нули. Потпуно уравнотежење сила и момената који се јављају у ослоњцима равних механизма и данас представља сложен проблем и у литератури се среће само у појединачним примерима (Elliott, Tesar [38]). Стога се најчешће прибегава техникама делимичног уравнотежења. Тако су 1971. године Berkof и Lowen [39] представили теорију најмањег квадрата којом се оптимизује момент код статички уравнотеженог четворочланог механизма. Приступ који је предложио Hoskey [40] заснива се на прерасподели масе спојке четворочланог механизма чиме ниво енергије остаје приближно константан, што подразумева да је обртни момент близак нули. Tricamo и Lowen [41,42] представили су технике уравнотежења на бази противтегова којима се истовремено минимизирају вредности реакција веза у зглобовима, погонски момент и момент настао као последица инерцијалних сила, док силе настале као резултат инерције имају максималну вредност.

Коришћењем противтегова за уравнотежење сила и момента насталих као последица инерције долази до повећања масе и инерције целокупног механизма. Такви механизми су робусни, захтевају већи утрошак материјала и већи простор за смештај, што са економског аспекта најчешће није прихватљиво. Да би се то избегло, у новије време се у циљу уравнотежења све више примењују оптимизационе технике. Развој савремених технологија и примена конвенционалних [43] и савремених метода оптимизације омогућава потпуно или делимично уравнотежење динамичких оптерећења. Проблем динамичког уравнотежења четворочланог механизма коришћењем генетског алгоритма разматран је у [44], док у [45] исти аутори анализирају оптимални дизајн равних механизма коришћењем TLBO алгоритма. Динамичко уравнотежење зглобног четвороугла коришћењем два еволуциона алгоритма под називом генетски алгоритам сортирања без доминације и вишекритеријумска оптимизација ројем честица предложио је Farmani [46]. Erkaуа [47] је представио практичан метод на бази генетског алгоритма којим се постиже смањење динамичких оптерећења услед инерцијалних сила које делују на четворочлани механизам. Guo, Morita и Torii [48] предлажу нови метод који

представља комбинацију метода прерасподеле масе и метода противтегова при чему се редукација динамичких оптерећења постиже коришћењем генетског алгорита. Осврт на досадашња истраживања, преглед литературе из ове области и сумирани резултати постигнути различитим методама уравнотежења механизма дати су у [49, 50, 51].

У наставку овог поглавља биће разматрана три случаја уравнотежења различитих типова раванских механизма. У првом случају анализираће се два начина минимизације динамичких реакција веза код раванског манипулатора – коришћењем интерполационих полинома и додавањем противтегова. У другом и трећем случају биће разматрано динамичко уравнотежење зглобног четворочланог механизма на бази прерасподеле масе чланова уз примену поступка оптимизације тј. коришћењем савремених билошки инспирисаних алгоритама.

2.2 Минимизација динамичких реакција веза код раванског серијског манипулатора коришћењем интерполационих полинома и додавањем противтегова

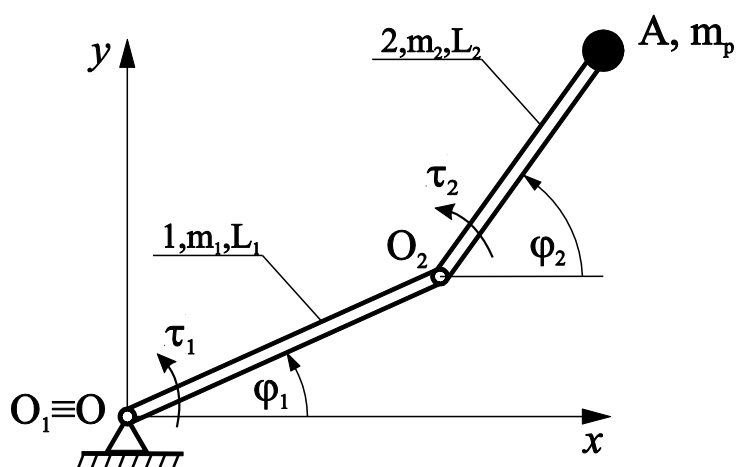
У овом одељку биће разматрана минимизација реакција веза у зглобовима раванског манипулатора са два степена слободе кретања. Анализираће се два поступка којима се постиже уравнотежење тј. минимизација динамичких реакција веза (реакције веза у зглобовима које потичу од инерцијалних сила). У првом поступку, уравнотежење динамичких реакција веза постиже се оптималним избором закона промене угла обртања чланова манипулатора. Други начин, којим се остварује минимизација ових реакција, заснива се на коришћењу противтегова који се додају на чланове манипулатора [52]. Манипулатор носи терет, чији утицај не сме бити занемарен код одређивања динамичких реакција веза. Одељак 2.2 настао је на основу резултата публикованих у [52], који су проистекли из истраживања током израде ове дисертације.

Због своје једноставности и широке заступљености у различитим сферама индустрије, овај тип манипулатора често је разматран у литератури. Минимизација погонског момента код серијског манипулатора са два степена слободе кретања коришћењем методе оптималне прерасподеле масе чланова анализирана је у [53,54]. Исти оптимизациони проблем разматран је у [55] коришћењем методе противтегова [56, 1]. Harl, Oblak и Butinar [57] постигли су смањење реакција веза у зглобовима адекватним избором дужине чланова манипулатора. Са друге стране, проблем раздвајања динамичких једначина манипулатора описан је у [43].

Овде је циљ поређење ефикасности две методе којима се постиже уравнотежење динамичких реакција веза у зглобовима манипулатора. У првој методи уравнотежење динамичких реакција веза остварује се применом интерполационих полинома [58], док се у другој методи исти циљ постиже додавањем противтегова на чланове манипулатора. Слична истраживања, која се базирају на примени предложених метода за уравнотежење динамичких реакција веза, не постоје у доступној литератури. За потребе динамичке анализе која следи, биће предложен и нов метод за одређивање динамичких реакција веза у симболичком облику. Коришћењем Лагранжевих једначина са множитељима веза [59,60], применом метода трансформације брзина [61] и представљањем чланова манипулатора еквивалентним системом са концентрисаним масама омогућено је израчунавање динамичких реакција веза. Још једном треба нагласити да је Поглавље 2.2 проистекло из резултата који су публиковани у [52], а исти су настали током израде ове дисертације.

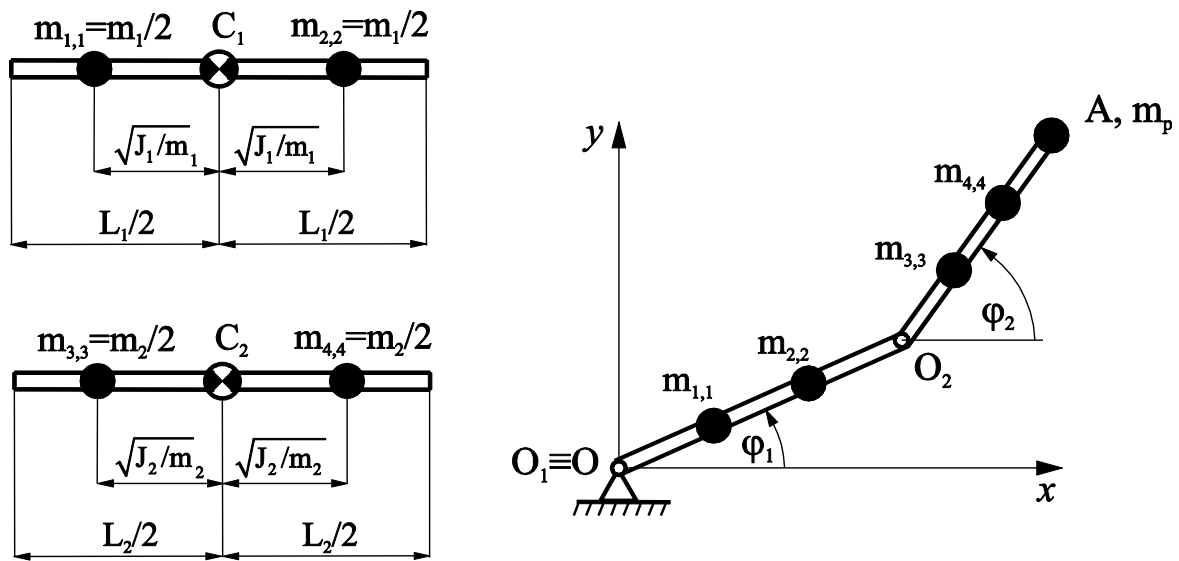
2.2.1 Динамичка анализа двочланог раванског манипулатора коришћењем еквивалентног система од две концентрисане масе и метода трансформације брзине

На Сл.2.1 приказан је равански серијски манипулатор са два степена слободе кретања који је предмет овог разматрања. Чланови манипулатора моделирају се као хомогени штапови. Међусобна веза чланова манипулатора, као и веза са основом остварена је обртним зглобовима. Дужине чланова манипулатора су L_1 и L_2 , док су одговарајуће масе чланова m_1 и m_2 . За крај манипулатора везан је терет А који се моделира као честица чија је маса m_p . Манипулатор је смештен у вертикалној равни Oxy . Углови φ_1 и φ_2 дефинишу положај чланова манипулатора у односу на правац осе Ox .



Слика 2.1 Равански серијски манипулатор са два степена слободе

Манипулатор приказан на слици 2.1 погони се применом момената τ_1 и τ_2 који делују у зглобовима O_1 и O_2 , респективно. На основу [62], сваки члан манипулатора може се заменити динамички еквивалентним системом концентрисаних маса, као што је то приказано на слици 2.2. На истој слици, тежишни моменти инерције у правцима нормала на чланове 1 и 2, означени су са J_1 и J_2 , респективно. Према Routh-у [63], члан манипулатора и систем концентрисаних маса динамички су еквивалентни уколико имају исте масе, исти положај средишта маса и исти момент инерције одређен у односу на средиште маса члана. Минималан број концентрисаних маса у еквивалентним системима којима се представљају једнодимензионални чланови (прави штапови) који су предмет овог истраживања, износи два [64]. Важно је истаћи да се коришћење еквивалентних система са две концентрисане масе примењује код техника оптималног уравнотежења које се заснивају на додавању противтегова и интерполационим полиномима. Међутим, примена методе оптималне расподеле масе намеће потребу за коришћењем еквивалентних система који садрже три концентрисане масе (видети [65,54,64,66]).



Слика 2.2 Моделирање чланова манипулатора помоћу две концентрисане масе

Примењујући еквивалентан систем са две концентрисане масе (слика 2.2) којим се моделирају крути чланови манипулатора, кинетичка енергија манипулатора може се записати на следећи начин:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{y}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{y}} \tag{2.1}$$

где $\mathbf{M} = \text{diag}(m_{1,1}, m_{1,1}, \dots, m_{4,4}, m_{4,4}, m_p, m_p)$ означава матрицу инерције, док вектор $\mathbf{y} = (x_1, y_1, \dots, x_4, y_4, x_p, y_p)^T$ представља вектор Декартових координата концентрисаних

маса и терета у односу на координатни систем Oxy . Координате концентрисаних маса описане су релацијама које следе:

$$x_1 = \left(\frac{L_1}{2} - \sqrt{\frac{J_1}{m_1}} \right) \cos \varphi_1 ; \quad (2.2)$$

$$y_1 = \left(\frac{L_1}{2} - \sqrt{\frac{J_1}{m_1}} \right) \sin \varphi_1 ; \quad (2.3)$$

$$x_2 = \left(\frac{L_1}{2} + \sqrt{\frac{J_1}{m_1}} \right) \cos \varphi_1 ; \quad (2.4)$$

$$y_2 = \left(\frac{L_1}{2} + \sqrt{\frac{J_1}{m_1}} \right) \sin \varphi_1 ; \quad (2.5)$$

$$x_3 = L_1 \cos \varphi_1 + \left(\frac{L_2}{2} - \sqrt{\frac{J_2}{m_2}} \right) \cos \varphi_2 ; \quad (2.6)$$

$$y_3 = L_1 \sin \varphi_1 + \left(\frac{L_2}{2} - \sqrt{\frac{J_2}{m_2}} \right) \sin \varphi_2 ; \quad (2.7)$$

$$x_4 = L_1 \cos \varphi_1 + \left(\frac{L_2}{2} + \sqrt{\frac{J_2}{m_2}} \right) \cos \varphi_2 ; \quad (2.8)$$

$$y_4 = L_1 \sin \varphi_1 + \left(\frac{L_2}{2} + \sqrt{\frac{J_2}{m_2}} \right) \sin \varphi_2 ; \quad (2.9)$$

$$x_P = L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos \varphi_2 ; \quad (2.10)$$

$$y_P = L_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin \varphi_2 ; \quad (2.11)$$

Први изводи по времену једначина (2.2-2.11) су облика:

$$\dot{x}_1 = -\left(\frac{L_1}{2} - \sqrt{\frac{J_1}{m_1}} \right) \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 ; \quad \dot{y}_1 = \left(\frac{L_1}{2} - \sqrt{\frac{J_1}{m_1}} \right) \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 ; \quad (2.12)$$

$$\dot{x}_2 = -\left(\frac{L_1}{2} + \sqrt{\frac{J_1}{m_1}} \right) \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 ; \quad \dot{y}_2 = \left(\frac{L_1}{2} + \sqrt{\frac{J_1}{m_1}} \right) \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 ; \quad (2.13)$$

$$\dot{x}_3 = -L_1 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - \left(\frac{L_2}{2} - \sqrt{\frac{J_2}{m_2}} \right) \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 ; \quad \dot{y}_3 = L_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + \left(\frac{L_2}{2} - \sqrt{\frac{J_2}{m_2}} \right) \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 ; \quad (2.14)$$

$$\dot{x}_4 = -L_1 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - \left(\frac{L_2}{2} + \sqrt{\frac{J_2}{m_2}} \right) \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 ; \quad \dot{y}_4 = L_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + \left(\frac{L_2}{2} + \sqrt{\frac{J_2}{m_2}} \right) \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 ; \quad (2.15)$$

$$\dot{x}_P = -L_1 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 - L_2 \dot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 ; \quad \dot{y}_P = L_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 + L_2 \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 ; \quad (2.16)$$

Како су координате концентрисаних маса изражене у функцији углова φ_1 и φ_2 , то се може формирати следећа матрична једначина:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} \quad (2.17)$$

где $\mathbf{B} \in R^{10 \times 2}$ означава матрицу трансформације брзина која је функција генералисаних координата φ_1 и φ_2 :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{L_1}{2} - \sqrt{\frac{J_1}{m_1}}\right) \sin \varphi_1 & 0 \\ \left(\frac{L_1}{2} - \sqrt{\frac{J_1}{m_1}}\right) \cos \varphi_1 & 0 \\ -\left(\frac{L_1}{2} + \sqrt{\frac{J_1}{m_1}}\right) \sin \varphi_1 & 0 \\ \left(\frac{L_1}{2} + \sqrt{\frac{J_1}{m_1}}\right) \cos \varphi_1 & 0 \\ -L_1 \sin \varphi_1 & -\left(\frac{L_2}{2} - \sqrt{\frac{J_2}{m_2}}\right) \sin \varphi_2 \\ L_1 \cos \varphi_1 & \left(\frac{L_2}{2} + \sqrt{\frac{J_2}{m_2}}\right) \cos \varphi_2 \\ -L_1 \sin \varphi_1 & -\left(\frac{L_2}{2} + \sqrt{\frac{J_2}{m_2}}\right) \sin \varphi_2 \\ L_1 \cos \varphi_1 & \left(\frac{L_2}{2} + \sqrt{\frac{J_2}{m_2}}\right) \cos \varphi_2 \\ -L_1 \sin \varphi_1 & -L_2 \sin \varphi_2 \\ L_1 \cos \varphi_1 & L_2 \cos \varphi_2 \end{bmatrix}$$

док је $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2]^T$ вектор генералисаних брзина. Диференцирањем једначине (2.17) по времену добија се следећа релација:

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{B}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{B}}\dot{\mathbf{q}} \quad (2.18)$$

Коначно, диференцијалне једначине кретања разматраног манипулатора могу се формирати коришћењем Лагранжевих једначина друге врсте [60,67]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T - \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \mathbf{Q}_\varphi \quad (2.19)$$

где је $\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = [\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1}, \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2}]$, $\frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} = [\frac{\partial T}{\partial \varphi_1}, \frac{\partial T}{\partial \varphi_2}]$, док $\mathbf{Q}_\varphi = [Q_{\varphi_1}, Q_{\varphi_2}]^T$ означава вектор генералисаних сила које одговарају генералисаним координатама

$\varphi_i (i=1,2)$, респективно, и $\mathbf{q} = [\varphi_1, \varphi_2]^T$. Примењујући једначину (2.1) леве стране једначине (2.19) могу се записати у облику (видети [61]):

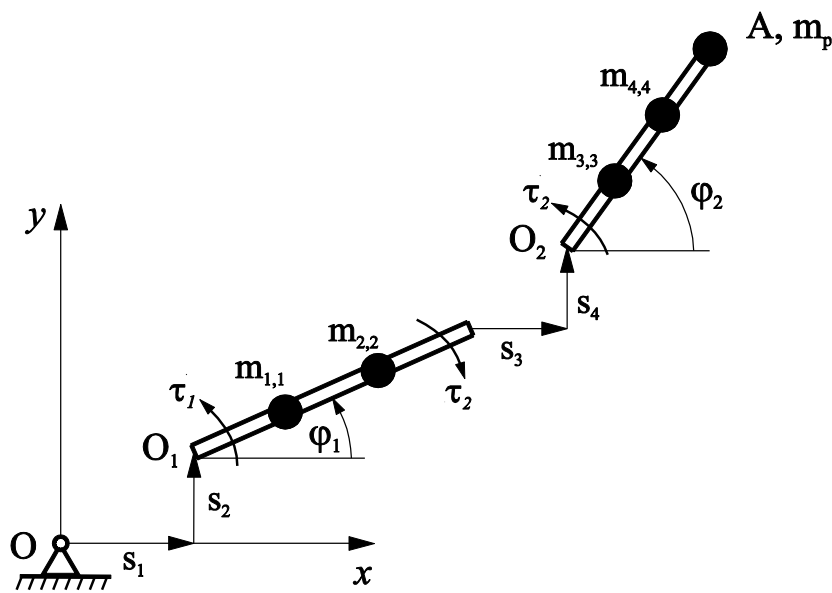
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} = \left(\frac{\partial \dot{\mathbf{y}}}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) \mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}, \quad i=1,2 \quad (2.20)$$

Коришћењем једначина (2.17), (2.18) и (2.20) диференцијалне једначине кретања разматраног манипулатора (2.19) попримају форму:

$$\mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{V}} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}_\varphi \quad (2.21)$$

2.2.2 Одређивање динамичких реакција веза

Како је циљ овог Одељка одређивање динамичких реакција веза, то ће у даљој анализи бити узето $g=0$, где је g убрзање Земљине теже. Динамичке реакције веза разматраног манипулатора одређују се применом општег метода који је описан у [59,60]. Пратећи приступ који је предложио Lurie [59,60], неопходно је извршити имагинарно пресецање зглобова O_1 и O_2 , како би се одредиле реакција веза у истим (видети сл. 2.3).



Слика 2.3 Имагинарно пресецање зглобова манипулатора

У општем случају, пресецањем зглобова повећава се броја степени слободне кретања. Након имагинарног пресецања зглобова O_1 и O_2 , број степени слободне разматраног манипулатора увећан је за четири. Уводе се четири нове координате $s_i (i=1, \dots, 4)$ које се односе на спречена померања у зглобовима (слика 2.3). На овај начин, кретање

манипулатора може се разматрати као кретање са прекобројним координатама s_1, \dots, s_4 , при чему важе следећа ограничења:

$$f_i \equiv s_i = 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (2.22)$$

Једначине (2.17) и (2.18) сада имају облик:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_1\dot{\mathbf{s}} \quad (2.23)$$

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{B}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{B}}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_1\ddot{\mathbf{s}} \quad (2.24)$$

где је $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_4]^T$ и $\mathbf{B}_1 \in R^{10 \times 4}$ је константна матрица. Следећи корак јесте формирање диференцијалних једначина коришћењем Лагранжевих једначина са множитељима веза [60,67]. За манипулатор приказан на слици 2.3, диференцијалне једначине кретања могу се записати у следећем облику:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \varphi_i} = Q_{\varphi_i}^*, \quad i = 1, 2 \quad (2.25)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \dot{s}_j} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial s_j} = Q_{s_j}^* + \sum_{r=1}^4 \lambda_r \frac{\partial f_r}{\partial s_j}, \quad j = 1, \dots, 4 \quad (2.26)$$

где је $T^* = T^*(\varphi_i, \dot{\varphi}_i, s_j, \dot{s}_j)$ ($i = 1, 2; j = 1, \dots, 4$), док λ_r ($r = 1, \dots, 4$) означава Лагранжеве множитеље веза. Будући да је претпостављено $g = 0$ за разматрани манипулатор биће:

$$Q_{\varphi_i}^* = \tau_i \quad (i = 1, 2), \quad Q_{s_j}^* = 0 \quad (j = 1, \dots, 4) \quad (2.27)$$

док на основу једначине (2.9) важи:

$$\frac{\partial f_r}{\partial s_j} = \delta_{rj}, \quad r, j = 1, \dots, 4 \quad (2.28)$$

где је δ_{rj} Кронекеров (Kronecker) делта симбол [60,67].

Слично као у одељку 2.2.1, диференцијалне једначине (2.25) и (2.26) могу се записати у матричном облику:

$$\mathbf{B}^T \mathbf{M} \mathbf{B} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}^T \mathbf{M} \mathbf{B}_1 \ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{B}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}_{\varphi}^* \quad (2.29)$$

$$\mathbf{B}_1^T \mathbf{M} \mathbf{B} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_1^T \mathbf{M} \mathbf{B}_1 \ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{B}_1^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\lambda} \quad (2.30)$$

где је $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \dots, \lambda_4]^T$ вектор Лагранжевих множитеља и $\mathbf{Q}_{\varphi}^* = [\tau_1, \tau_2]^T$.

Затим, заменом релација:

$$\ddot{s}_j(t) \equiv 0, \quad j = 1, \dots, 4 \quad (2.31)$$

које следе из (2.22), у једначине (2.29) и (2.30), једначина (2.29) даје диференцијалне једначине кретања манипулатора непосредно пре пресецања зглобова, док једначина (2.30) даје изразе за компоненте динамичких реакција веза:

$$\left[X_{O1}^d, Y_{O1}^d, X_{O2}^d, Y_{O2}^d \right]^T \equiv \lambda_0 = \mathbf{B}_1^T \mathbf{M} \mathbf{B} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_1^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.32)$$

или у развијеној форми:

$$\begin{aligned} X_{O1}^d = (\lambda_1)_0 = \frac{1}{2} \left[-L_1 (m_1 + 2m_2 + 2m_p) (\dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 + \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1) - \right. \\ \left. -L_2 (m_2 + 2m_p) (\ddot{\phi}_2 \sin \phi_2 + \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2) \right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} Y_{O1}^d = (\lambda_2)_0 = \frac{1}{2} \left[-L_1 (m_1 + 2m_2 + 2m_p) (\dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 + \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1) - \right. \\ \left. -L_2 (m_2 + 2m_p) (\dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 - \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2) \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} X_{O2}^d = (\lambda_3)_0 = -\frac{1}{2} \left[2(m_2 + m_p) L_1 (\dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 + \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1) + \right. \\ \left. + (m_2 + 2m_p) L_2 (\dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2 + \ddot{\phi}_2 \sin \phi_2) \right] \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} Y_{O2}^d = (\lambda_4)_0 = \frac{1}{2} \left[-2L_1 (m_2 + m_p) (\dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 - \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1) - \right. \\ \left. -L_2 (m_2 + 2m_p) (\dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 - \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2) \right] \end{aligned} \quad (2.36)$$

где ознака $(\bullet)_0$ означава величину (\bullet) која је израчуната за $s_i(t) \equiv 0$, $(i = 1, \dots, 4)$.

Интензитети динамичких реакција веза у зглобовима O_1 и O_2 разматраног манипулатора

су: $R_{O1}^d = \sqrt{(X_{O1}^d)^2 + (Y_{O1}^d)^2}$ и $R_{O2}^d = \sqrt{(X_{O2}^d)^2 + (Y_{O2}^d)^2}$, респективно.

2.2.3 Формулисање оптимизационог проблема

Функција циља дефинише се на сличан начин као у [53]:

$$F = \frac{w_1}{\delta} \sqrt{\sum_{i=0}^{\delta} f_1^2(t_i)} + \frac{w_2}{\delta} \sqrt{\sum_{i=0}^{\delta} f_2^2(t_i)} \quad (2.37)$$

где су w_1 и w_2 тежински коефицијенти чије су вредности $w_1 = w_2 = 0.5$, δ је број дискретних положаја манипулатора у интервалу $(0, t_f]$, где t_f представља време за које кретање треба да се заврши. Величине испод корена одређене су следећим релацијама:

$$f_1(t_i) = \sqrt{(X_{O1}^d(t_i))^2 + (Y_{O1}^d(t_i))^2},$$

$$f_2(t_i) = \sqrt{(X_{O2}^d(t_i))^2 + (Y_{O2}^d(t_i))^2}$$

где је $t_i = (it_f) / \delta$ тренутак који одговара i -том дискретном положају манипулатора. Треба напоменути да уколико је циљ минимизација реакције у само једном зглобу, нпр. R_{O1}^d , вредности тежинских коефицијената треба подесити на $w_1 = 1.0$ и $w_2 = 0$. Супротно, када је циљ минимизација реакције R_{O2}^d треба изабрати $w_1 = 0$ и $w_2 = 1.0$.

За решавање оптимизационог проблема потребно је дефинисати пројектне променљиве b_i ($i = 1, \dots, p$) које су обухваћене у матрици колони $\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_p]^T$. Даље, за сваку променљиву треба дефинисати ограничења која могу бити задата у облику једнакости:

$$g_j(\mathbf{b}) = 0, \quad j = 1, \dots, p_1 \quad (2.38)$$

као и у облику неједнакости:

$$b^* \leq h_k(\mathbf{b}) \leq b^{**}, \quad k = 1, \dots, p_2 \quad (2.39)$$

где су b^* и b^{**} константе. Избор пројектних променљивих као и ограничења (2.38) и (2.39) зависи од избора оптимизационих метода. Овде је за минимизацију функције циља (2.37) у складу са ограничењима (2.38) и (2.39) примењен алгоритам диференцијалне еволуције који су предложили Storn и Price [68]. Алгоритам диференцијалне еволуције припада групи еволуционих алгоритама, а заснива се на представљању хромозома реалним бројевима. Ова оптимизациона техника је једноставна за коришћење, одликује се брзом конвергенцијом ка глобалном минимуму и поседује бројне предности у поређењу са конвенционалним оптимизационим алгоритмом (за више детаља видети [68]). За потребе нумеричког прорачуна који следи, потребно је дефинисати вредности контролних променљивих алгоритма диференцијалне еволуције: $CR = 0.5$ (константа вероватноће укрштања), $MF = 0.6$ (фактор скалирања).

2.2.4 Нумерички примери

У циљу провере ефикасности предложених метода уравнотежења, разматран је манипулатор чији су параметри преузети из литературе [43,69] и приказани у Табели 2.1. Осим тога, извршене су и одговарајуће нумеричке симулације.

Параметар	Ознака	Вредност
Маса члана 1	m_1	12[kg]
Маса члана 2	m_2	6[kg]
Маса терета	m_P	4[kg]
Дужина члана 1	L_1	0.5[m]
Дужина члана 2	L_2	0.5[m]
Угао обртања члана 1 у поч.тренутку	$\varphi_1(0)$	0
Угао обртања члана 1 у поч.тренутку	$\varphi_2(0)$	0
Угао обртања члана 1 у крајњем тренутку t_f	$\varphi_1(t_f)$	$\pi[rad]$
Угао обртања члана 2 у крајњем тренутку t_f	$\varphi_2(t_f)$	$3\pi/2[rad]$

Табела 2.1 Параметри манипулатора

Такође, узето је $\delta = 200$. За вредности параметара из Табеле 2.1, функција F има вредност $F^* = 0.220271N$. Треба приметити да су у почетном и крајњем тренутку кретања угаона брзина и угаоно убрзање једнаки нули.

а) Минимизација реакција веза на бази оптималног избора закона промене угла обртања чланова манипулатора

Закони промене угла обртања претпостављени су у облику интерполационих полинома [58] на следећи начин:

$$\varphi_1(t) = \varphi_1(0) + (\varphi_1(t_f) - \varphi_1(0)) \sum_{k=0}^6 a_k^{(1)} \left(\frac{t}{t_f}\right)^k \quad (2.40)$$

$$\varphi_2(t) = \varphi_2(0) + (\varphi_2(t_f) - \varphi_2(0)) \sum_{k=0}^6 a_k^{(2)} \left(\frac{t}{t_f}\right)^k \quad (2.41)$$

Из услова $\varphi_1(0) = \varphi_2(0) = 0$, $\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) = 0$ и $\ddot{\varphi}_1(0) = \ddot{\varphi}_2(0) = 0$ следи да је $a_j^{(1)} = 0$ ($j = 0, \dots, 2$) и $a_j^{(2)} = 0$ ($j = 0, \dots, 2$), док услови $\varphi_1(t_f) = \pi$, $\varphi_2(t_f) = 3\pi/2$, $\dot{\varphi}_1(t_f) = \dot{\varphi}_2(t_f) = 0$ и $\ddot{\varphi}_1(t_f) = \ddot{\varphi}_2(t_f) = 0$ подразумевају следећа ограничења на коефицијенте полинома:

$$a_3^{(1)} + a_4^{(1)} + a_5^{(1)} + a_6^{(1)} = 1, \quad (2.42)$$

$$a_3^{(2)} + a_4^{(2)} + a_5^{(2)} + a_6^{(2)} = 1, \quad (2.43)$$

$$3a_3^{(1)} + 4a_4^{(1)} + 5a_5^{(1)} + 6a_6^{(1)} = 0, \quad (2.44)$$

$$3a_3^{(2)} + 4a_4^{(2)} + 5a_5^{(2)} + 6a_6^{(2)} = 0, \quad (2.45)$$

$$6a_3^{(1)} + 12a_4^{(1)} + 20a_5^{(1)} + 30a_6^{(1)} = 0, \quad (2.46)$$

$$6a_3^{(2)} + 12a_4^{(2)} + 20a_5^{(2)} + 30a_6^{(2)} = 0 \quad (2.47)$$

Вектор пројектних променљивих дефинисан је на следећи начин:

$$\mathbf{b} = \left[a_3^{(1)}, \dots, a_6^{(1)}, a_3^{(2)}, \dots, a_6^{(2)} \right]^T \quad (2.48)$$

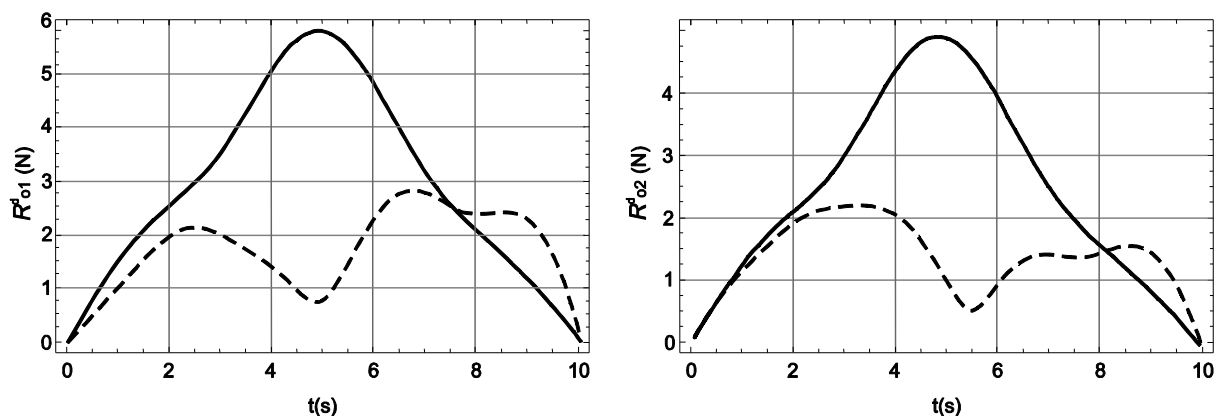
Оптимизациони проблем решава се у складу са једначинама ограничења (2.42) – (2.47), као и ограничењима која следе а задата су у облику неједнакости:

$$-100 \leq a_i^{(1)} \leq 100, \quad -100 \leq a_i^{(2)} \leq 100, \quad i = 3, \dots, 6 \quad (2.49)$$

У разматраном случају решење проблема минимизације гласи:

$$\begin{aligned} a_6^{(1)} &= 15.885, & a_5^{(1)} &= -41.6551, & a_4^{(1)} &= 32.6551, \\ a_3^{(1)} &= -5.885, & a_6^{(2)} &= -8.7111, & a_5^{(2)} &= 32.1333, \\ a_4^{(2)} &= -41.1333, & a_3^{(2)} &= 18.7111, & F_{\min} &= 0.117662 N. \end{aligned}$$

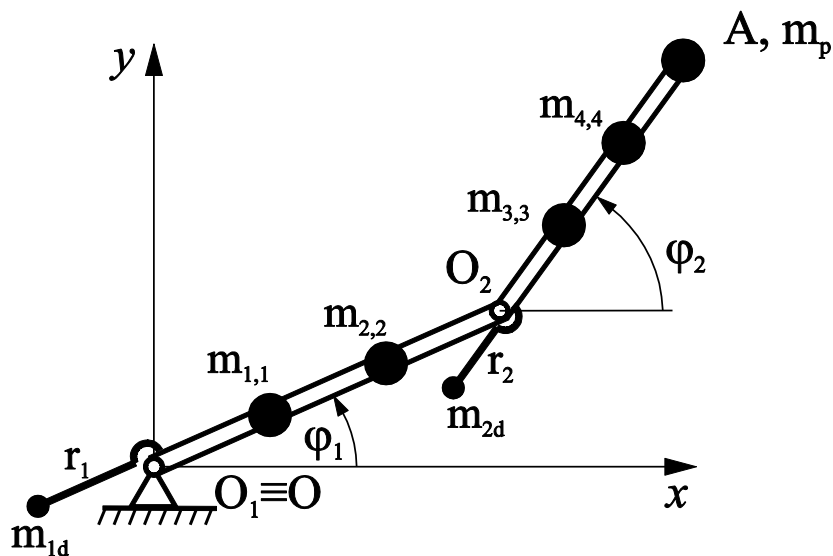
На овај начин, задавањем закона промене угла обртања чланова манипулатора у облику интерполационих полинома, постигнуто је смањење вредности функције циља тј. смањење динамичких реакција веза од 46,6%. Интензитети реакција R_{O1}^d и R_{O2}^d у зависности од времена приказани су на Слици 2.4.



Слика 2.4 Интензитети динамичких реакција веза (метод интерполационих полинома): Неоптимизована вредност (пуна линија) и минимизирана вредност (испрекидана линија)

б) Минимизација динамичких реакција веза коришћењем противтегова

Овде ће бити описан поступак минимизације динамичких реакција веза коришћењем методе противтегова [56,1]. Противтегови се додају на крајеве чланова манипулатора, односно на исти начин као што је то урађено у [43,55,70] (слика 2.5).



Слика 2.5 Додавање противтегова на чланове манипулатора у циљу постизања минимизације динамичких реакција веза

Масе противтегова означене су са m_{1d} и m_{2d} , док растојања r_i ($i = 1, 2$), између средишта маса противтегова и зглобова, одређују положај противтегова у односу на чланове манипулатора (видети Сliku 2.5).

Додавањем противтегова и применом метода који је детаљно описан у одељку 2.2.2 добијају се изрази за компоненте динамичких реакција веза:

$$X_{O1}^d = \frac{1}{2} \left[- (m_2 L_2 + 2m_P L_2 - 2r_2 m_{2d}) (\dot{\phi}_2^2 \cos \varphi_2 + \ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2) - \right. \\ \left. - (L_1 m_1 + 2m_2 L_1 + 2m_{2d} L_1 + 2m_P L_1 - 2r_1 m_{1d}) (\dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_1 + \ddot{\phi}_1 \sin \varphi_1) \right] \quad (2.50)$$

$$Y_{O1}^d = \frac{1}{2} \left[- (m_2 L_2 + 2m_P L_2 - 2r_2 m_{2d}) (\dot{\phi}_2^2 \sin \varphi_2 - \ddot{\phi}_2 \cos \varphi_2) - \right. \\ \left. - (L_1 m_1 + 2m_2 L_1 + 2m_{2d} L_1 + 2m_P L_1 - 2r_1 m_{1d}) (\dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_1 - \ddot{\phi}_1 \cos \varphi_1) \right] \quad (2.51)$$

$$X_{O2}^d = -L_1 (m_2 + m_{2d} + m_P) (\dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_1 + \ddot{\phi}_1 \sin \varphi_1) - \\ - \frac{1}{2} (L_2 m_2 + 2L_2 m_P - 2r_2 m_{2d}) (\dot{\phi}_2^2 \cos \varphi_2 + \ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2) \quad (2.52)$$

$$Y_{O2}^d = -L_1 (m_2 + m_{2d} + m_P) (\dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_1 - \ddot{\phi}_1 \cos \varphi_1) - \\ - \frac{1}{2} (L_2 m_2 + 2L_2 m_P - 2r_2 m_{2d}) (\dot{\phi}_2^2 \sin \varphi_2 - \ddot{\phi}_2 \cos \varphi_2) \quad (2.53)$$

Вектор пројектних променљивих дефинисан је на следећи начин:

$$\mathbf{b} = [m_{1d} r_1, m_{2d}, r_2]^T \quad (2.54)$$

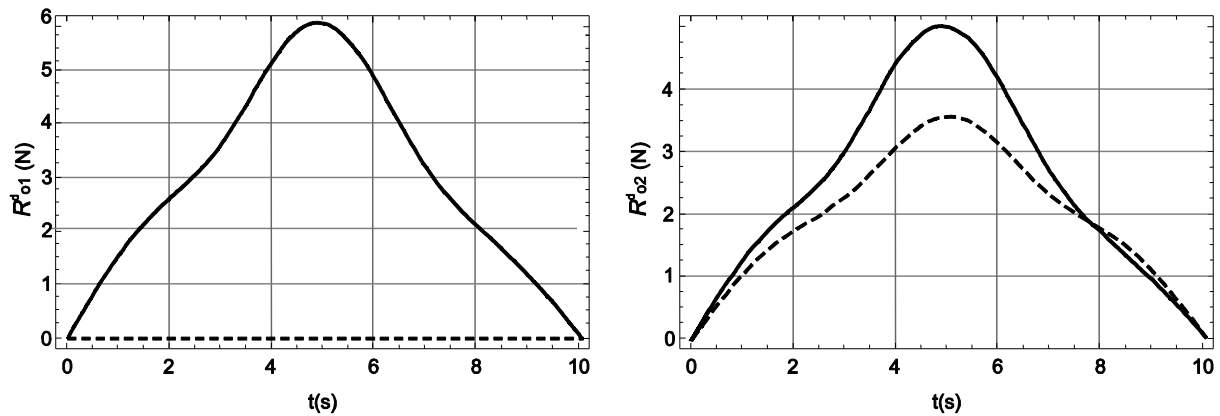
Постоје само ограничења променљивих у облику неједнакости (2.39), а дефинишу се као:

$$0 \leq m_{1d} r_1 \leq 12, \quad 0 \leq m_{2d} \leq 12, \quad 0 \leq r_2 \leq 0.5 \quad (2.55)$$

Решавањем задатог оптимизационог проблема (2.37)–(2.39) применом алгоритма диференцијалне еволуције добијају се следеће вредности пројектних променљивих:

$$m_{1d} r_1 = 11.5 \text{ kgm}, \quad m_{2d} = 7 \text{ kg}, \quad r_2 = 0.5 \text{ m} \quad (2.56)$$

За ове вредности променљивих добијен је минимум функције циља који износи 0.074888 N . Тиме је остварено смањење вредности функције циља од 66% у односу на почетну (неоптимизовану) вредност. Овим је показана ефикасност предложеног метода за уравнотежење динамичких реакција веза разматраног манипулатора. Промена интензитета реакција R_{O1}^d и R_{O2}^d у току времена приказана је на Слици 2.6.



Слика 2.6 Интензитети динамичких реакција веза (метод противтегова): Неоптимизована вредност (пуна линија) и минимизирана вредност (испрекидана линија)

Посматрајући слику 2.6 може се уочити да не постоје динамичке реакције веза у зглобу O_1 . Дакле, примена методе противтегова резултира анулирањем ових реакција. Аналитички услови за тај случај могу се добити из једначина (2.50) – (2.53) као што следи:

$$m_2 L_2 + 2m_p L_2 - 2r_2 m_{2d} = 0 \quad (2.57)$$

$$L_1 m_1 + 2m_2 L_1 + 2m_{2d} L_1 + 2m_p L_1 - 2r_1 m_{1d} = 0 \quad (2.58)$$

Треба запазити да вредности (2.56) задовољавају услове (2.57) и (2.58). Слично као у [43], практична примена разматране методе противтегова може се постићи коришћењем покретљивих маса (инерција) m_{1d} и m_{2d} које се призматичним зглобовима везују за чланове 1 и 2, респективно.

2.3 Динамичко уравнотежење зглобног четворочланог механизма применом вишекритеријумске оптимизације и субпопулацијског алгоритма свица

У овом одељку размотриће се динамичко уравнотежење зглобног четворочланог механизма на бази прерасподеле масе чланова и применом поступка оптимизације. За разлику од претходног одељка где се уравнотежење манипулатора постиже додавањем противтегова на чланове, овде ће бити описан поступак уравнотежења динамичких оптерећења (која су резултат инерције) применом савременог биолошки инспирисаног

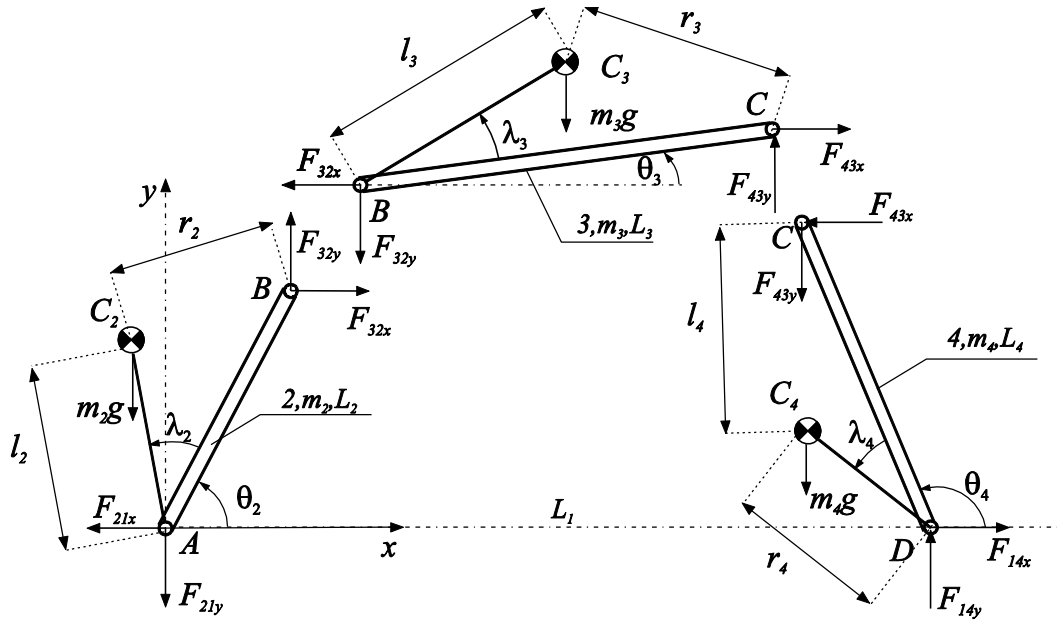
оптимизационог алгоритма. Одељак 2.3 је проистекао на основу резултата публикованих у референци [71], који су настали у процесу истраживања током израде ове дисертације.

Како је речено на почетку овог поглавља, додавањем противтегова на чланове механизма могуће је извршити потпуно уравнотежење инерцијалних сила. Међутим, коришћење противтегова узрокује повећање масе и инерције целокупног механизма. Као резултат веће масе и инерције јављају се увећане вредности реакција веза, погонског момента и момента услед инерције. У циљу побољшања функционалности механизма потребно је пронаћи компромис између динамичких величина механизма тј. извршити делимично уравнотежење истих. Другим речима, проблем уравнотежења треба решавати као оптимизациони проблем. У том смислу потребно је изабрати одговарајући оптимизациони алгоритам, дефинисати пројектне променљиве и ограничења, и на крају дефинисати функцију циља којом ће бити обухваћене динамичке величине механизма које треба минимизирати.

Овде ће проблем динамичког уравнотежења зглобног четвороугла бити решен коришћењем методе прерасподеле масе чланова механизма и применом суб-популацијског алгоритма свица који представља побољшану верзију стандардног алгоритма свица (Firefly Algorithm – FA). Биће описане модификације тј. побољшања која је претрпео стандардни алгоритам свица. За разлику од претходног примера где је коришћењем тежинских коефицијената (w_1 и w_2) вишекритеријумски оптимизациони проблем сведен на једнокритеријумски, овде ће се за решавање проблема уравнотежења користити нов приступ у вишекритеријумској оптимизацији.

2.3.1 Кинематичка и динамичка анализа четворочланог механизма

На слици 2.7 приказан је зглобни четвороугаони механизам који је предмет даље анализе. Дужине чланова разматраног четворочланог механизма су L_i ($i = 2, 3, 4$), док су одговарајуће масе чланова m_i ($i = 2, 3, 4$). Положај чланова механизма у односу на правац x -осе дефинише се угловима θ_i ($i = 2, 3, 4$).



Слика 2.7 Зглобни четворочлани механизам

Циљ кинематичке анализе је одређивање положаја, брзина и убрзања чланова механизма у циљу обезбеђивања жељеног кретања. Одређивање положаја средишта маса чланова механизма у односу на координатни систем Ax представља први корак у кинематичкој анализи:

$$x_{C2} = r_{2A} \cos(\theta_2 + \lambda_2) \quad (2.59)$$

$$y_{C2} = r_{2A} \sin(\theta_2 + \lambda_2) \quad (2.60)$$

$$x_{C3} = L_2 \cos \theta_2 + r_{3B} \cos(\theta_3 + \lambda_3) \quad (2.61)$$

$$y_{C3} = L_2 \sin \theta_2 + r_{3B} \sin(\theta_3 + \lambda_3) \quad (2.62)$$

$$x_{C4} = L_1 + r_{4D} \cos(\theta_4 + \lambda_4) \quad (2.63)$$

$$y_{C4} = r_{4D} \sin(\theta_4 + \lambda_4) \quad (2.64)$$

Диференцирањем једначина (2.59)-(2.64) по времену одређују се брзине и убрзања средишта маса чланова механизма чиме се завршава кинематичка анализа.

Динамичка анализа подразумева решавање инверзног динамичког проблема, тј. одређивање реакција веза у зглобовима и погонског момента у функцији угла θ_2 , којим се дефинише положај погонског члана механизма. Динамичка анализа разматраног четворочланог механизма заснива се на примени диференцијалних Newton-Euler-ових диференцијалних једначина кретања [72,73]:

$$\sum \mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} \quad \sum \mathbf{M} = J_C \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (2.65)$$

Пошто је реч о раванском проблему, за сваки покретни члан механизма могу се написати по три диференцијалне једначине кретања. За члан 2, диференцијалне једначине су облика:

$$\left. \begin{aligned} m_2 \ddot{x}_{C2} &= -F_{21x} + F_{32x} \\ m_2 \ddot{y}_{C2} &= -F_{21y} + F_{32y} - m_2 g \\ J_{C2} \ddot{\theta}_2 &= M_{21} - F_{21x} l_{2y} + F_{21y} l_{2x} - F_{32x} r_{2y} + F_{32y} r_{2x} \end{aligned} \right\} \quad (2.66)$$

Слично, за чланове 3 и 4 разматраног четворочланог механизма диференцијалне једначине кретања могу се записати у облику система једначина (2.67) и (2.68), респективно:

$$\left. \begin{aligned} m_3 \ddot{x}_{C3} &= -F_{32x} + F_{43x} \\ m_3 \ddot{y}_{C3} &= -F_{32y} + F_{43y} - m_3 g \\ J_{C3} \ddot{\theta}_3 &= -F_{32x} l_{3y} + F_{32y} l_{3x} - F_{43x} r_{3y} + F_{43y} r_{3x} \end{aligned} \right\} \quad (2.67)$$

$$\left. \begin{aligned} m_4 \ddot{x}_{C4} &= -F_{43x} + F_{41x} \\ m_4 \ddot{y}_{C4} &= -F_{43y} + F_{41y} - m_4 g \\ J_{C4} \ddot{\theta}_4 &= F_{41x} l_{4y} + F_{41y} l_{4x} + F_{43x} r_{4y} + F_{43y} r_{4x} \end{aligned} \right\} \quad (2.68)$$

На овај начин добија се систем од девет једначина у којима су непознате реакције веза у зглобовима и погонски момент. Поменути систем једначина може се једноставније решити представљањем истог у матричном облику:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (2.69)$$

где: $\mathbf{B} = [m_2 \ddot{x}_{C2}, m_2 \ddot{y}_{C2} + m_2 g, J_{C2} \ddot{\theta}_2, m_3 \ddot{x}_{C3}, m_3 \ddot{y}_{C3} + m_3 g, J_{C3} \ddot{\theta}_3, m_4 \ddot{x}_{C4}, m_4 \ddot{y}_{C4} + m_4 g, J_{C4} \ddot{\theta}_4]^T$ је матрица трансформације брзина, $\mathbf{X} = [F_{21x}, F_{21y}, F_{32x}, F_{32y}, F_{43x}, F_{43y}, F_{41x}, F_{41y}, M_{21}]^T$ је вектор којим се дефинишу реакције веза у зглобовима и погонски момент механизма, и \mathbf{A} је 9×9 матрица дефинисана на следећи начин:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l_{2y} & l_{2x} & -r_{2y} & r_{2x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l_{3y} & l_{3x} & -r_{3y} & r_{3x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{4y} & r_{4x} & l_{4y} & l_{4x} & 0 \end{bmatrix}$$

Величине l_{ix}, l_{iy} ($i=2,3,4$) које фигуришу у једначинама (2.66)-(2.68) одређују се коришћењем релација:

$$l_{ix} = l_i \cos(\theta_i + \lambda_i), \quad l_{iy} = l_i \sin(\theta_i + \lambda_i), \quad (i=2,3,4) \quad (2.70)$$

На сличан начин могу се дефинисати величине r_{ix}, r_{iy} ($i=2,3,4$):

$$r_{ix} = r_i \cos(\theta_i - \beta_i), \quad r_{iy} = r_i \sin(\theta_i - \beta_i), \quad (i=2,3,4) \quad (2.71)$$

где r_i ($i=2,3,4$) представља растојање од средишта маса i -тог члана до одговарајућег зглоба (слика 2.7) и одређује се на основу релације:

$$r_i = \sqrt{l_i^2 + L_i^2 - 2l_i L_i \cos \lambda_i} \quad (i=2,3,4) \quad (2.72)$$

где β_i ($i=2,3,4$) означава углове $\angle C_2BA$, $\angle C_3CB$ и $\angle C_4CD$, респективно, а одређује се на основу израза [47,73]:

$$\beta_i = \arccos\left(\frac{L_i^2 + r_i^2 - l_i^2}{2L_i r_i}\right), \quad (2.73)$$

Углови θ_3 и θ_4 дефинишу положаје спојке и шеталице у односу на правац x -осе и могу се записати у функцији угаоног положаја θ_2 погонског члана [1,47,73]:

$$\theta_3 = 2 \arctan\left[-\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2a}(b^2 - 4ac)^{1/2}\right] \quad (2.74)$$

$$\theta_4 = \arccos\left[\frac{1}{L_4}(L_2 \cos \theta_2 + L_3 \cos \theta_3 - L_1 \cos \theta_1)\right] \quad (2.75)$$

где су параметри a , b и c дефинисани на следећи начин:

$$a = 2L_3L_1 \cos \theta_1 - 2L_2L_3 \cos \theta_2 + L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - L_4^2 - 2L_2L_1 \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

$$b = 4L_3(L_2 \sin \theta_2 - L_1 \sin \theta_1)$$

$$c = 2L_2L_3 \cos \theta_2 - 2L_3L_1 \cos \theta_1 + L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - L_4^2 - 2L_2L_1 \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

Силе инерције механизма се преко непокретних зглобова преносе на непокретну подлогу. Ове силе могу се приказати у виду две компоненте - једне у правцу x -осе и друге у правцу y -осе, а дефинишу се на следећи начин:

$$F_{shx} = F_{41x} + F_{21x} \quad (2.76)$$

$$F_{shy} = F_{41y} + F_{21y} \quad (2.77)$$

Слично, момент који настаје као последица инерције [51] може се записати у облику:

$$M_{sh} = F_{41x}L_1 \sin \theta_1 + F_{41y}L_1 \cos \theta_1 \quad (2.78)$$

2.3.2 Оптимизациони процес

Важан корак у процесу оптимизације јесте избор одговарајућег оптимизационог алгоритма. При томе, постоји стална дилема који алгоритам треба применити како би постављени проблем био решен на најбољи начин. У неким случајевима градијентне методе показале су се као веома успешне, јер на ефикасан начин доводе до глобалног оптимума проблема. Међутим, примена ових метода захтева одређивање првог и другог извода функције циља, што у практичним инжењерским проблемима није једноставан задатак. Осим тога, потребно је задати почетне вредности пројектних променљивих у уском опсегу, односно на такав начин да морају бити блиске жељеним (оптималним) вредностима. Ово су главни разлози за ограничену употребу градијентних метода.

Наведени недостаци могу се избећи применом савремених биолошки инспирисаних оптимизационих алгоритама. Главне особине ових алгоритама које их препоручују за решавање инжењерских проблема јесу: једноставност алгорита, једноставност примене и разноврстност решења која они генеришу. Осим тога, биолошки инспирисани алгоритми имају способност брзе конвергенције ка глобалном оптимуму оптимизационог проблема. Две битне карактеристике биолошки инспирисаних алгоритама су: генерисање нових решења која су боља од претходних и поседовање механизма који ће их извући из простора локалне претраге.

За решавање проблема минимизације реакција веза овде ће бити примењен субпопулацијски алгоритам свица који представља побољшану верзију стандардног алгоритма свица, а припада групи биолошки инспирисаних алгоритама.

2.3.2.1 Субпопулацијски алгоритам свица (SP-FA)

Алгоритам свица (Firefly Algorithm – FA) припада класи савремених биолошки инспирисаних алгоритама. Правила понашања ових инсеката у природи послужила су Yang-у [74] као инспирација за креирање поменутог алгорита. Ова правила понашања [75] заснивају се на чињеници да је привлачност јединки дефинисана интензитетом треперења (светлости), а не зависи од пола јединки. Стога, примена алгорита свица захтева адекватно математичко моделирање промене интензитета светлости, као и правилно формулисање привлачности. У циљу поједностављења, претпоставља се да је привлачност свица дефинисана јачином (интензитетом) светлости, што је повезано са вредношћу функције циља [74,76,77].

Субпопулацијски алгоритам свица представља модификовану верзију стандардног алгорита свица. У циљу добијања бољих карактеристика алгорита, извршене су три модификације стандардног алгорита свица. Овим модификацијама омогућена је боља претрага простора решења и задовољење свих ограничења у сваком кораку итерације.

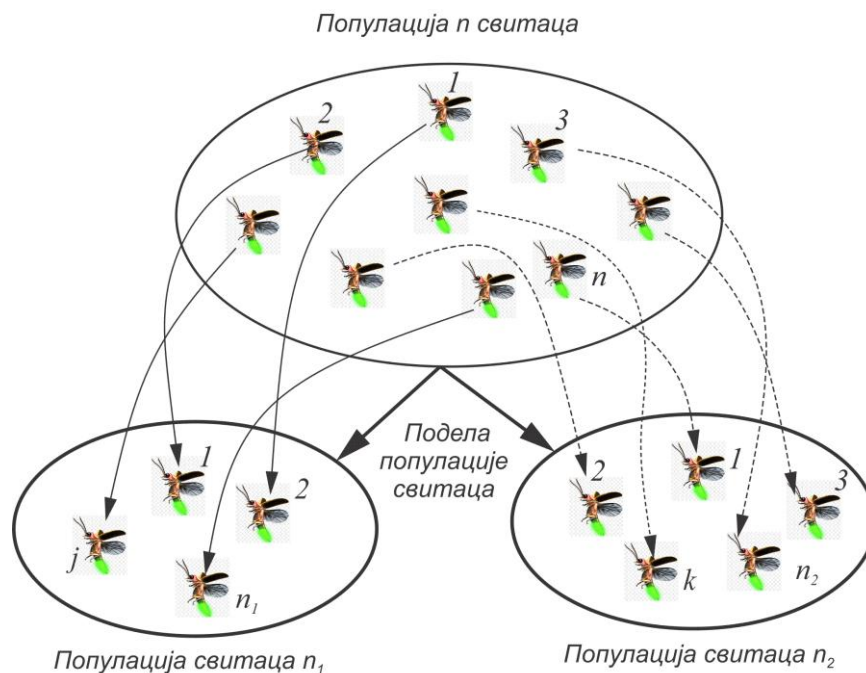
Модификације стандардног FA подразумевају [71,78]:

1. Поделу једне популације свитаца на две
2. Увођење оператора укрштања
3. Непрекидно тражење нових пројектних променљивих како би биле задовољене функције ограничења

Прва модификација подразумева насумичну поделу постојеће популације свитаца на две нове. Предложена модификација заступљена је у сваком кораку итерације. У овире ове модификације потребно је у једној од новоформираних популација увести генератор броја свитаца. (слика 2.8)

На слици 2.8 укупан број свитаца означен је са n , бој свитаца у популацији 1 означен је са n_1 , док је $n_2 = n - n_1$ број свитаца у популацији 2.

За сваког свица (агента претраге) у новоформираним популацијама одређује се вредност функције циља. На основу ове вредности врши се рангирање свитаца и одређује јединка са најбољом вредношћу функције циља у оквиру нових популација. Одређивање најбољег свица у популацији 1 подразумева одређивање најбоље вредности функције циља f_1 и одговарајућег положаја свица $x \rightarrow \text{популација}_1(x)$ у коме је та вредност постигнута. Исто важи и за популацију 2 тј. потребно је одредити најбољу вредност функције циља f_2 и положај свица $y \rightarrow \text{популација}_2(y)$.



Слика 2.8 Подела једне популације свитаца на две нове популације

Друга модификација, која је примењена у циљу побољшања стандардног ФА, омогућава бољу претрагу простора решења. Реализација ове модификације остварује се укрштањем свитаца, односно заменом положаја свитаца из обе популације. Свитац на позицији x у популацији 1, замењује свица на позицији y у популацији 2, и обрнуто (Алгоритам 2.1 – линије 36,37,38).

Након укрштања, врши се корекција положаја свитаца у обе популације. Ови кориговани положаји одређени су положајем „новог“ најбољег свитаца. Напослетку, сви свици се групишу у једну популацију, из које ће насумичном поделом настати две нове. Тиме се понавља процедура претраге простора решења.

Последња модификација стандардног ФА има за циљ да у сваком тренутку обезбеди задовољење задатих ограничења. Уколико нису задовољена сва ограничења, не прекида се циклус тражења променљивих тј. свитац наставља кретање (по принципу Lévy лета) у простору могућих решења.

Применом предложених модификација на стандардни алгоритам свитаца, омогућено је креирање субпопулацијског алгоритма свитаца (SP-FA). Псеудо код SP-FA дат је у оквиру Алгоритма 2.1 [71,78].

Алгоритам 2.1. Субпопулацијски алгоритам свица (SP-FA) [71,78]1: **почетак**2: Дефинисање функције циља $f(\mathbf{X})$, $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ 3: Дефинисање укупног броја свица у популацији - n 4: Дефинисање броја пројектних променљивих - d 5: Дефинисање коефицијента апсорпције светлости- γ 6: Дефинисање броја пролаза NR 7: Генерисање почетне популације свица x_i ($i = 1, \dots, n$)8: %% **1. модификација –дељење једне популације на две**

9: увођење фактора поделе тј. формирање две нове популације

10: n_1 број свица у популацији 1 $< n$ 11: $n_2 = n - n_1$ број свица у популацији 212: креирање случајног низа са индексом почетне популације: sk

13: %% Померање свица из почетне популације ка популацији 1

14: **за свако** i ($i = 1, \dots, n_1$)15: **популација1** (i) = $x(sk(i))$ 16: **крај** i

17: %% Померање свица из почетне популације ка популацији 2

18: **за свако** i ($i = n_1 + 1, \dots, n$)19: **популација2** ($i - n_1$) = $x(sk(i))$ 20: **крај** i 21: %% **Крај 1.модификације**22: **док је испуњено** ($t < NR$)23: %% **3. модификација – проверка функције ограничења**

24: %% За популацију 1

25: **за свако** i ($i = 1, \dots, n_1$)26: **све док се не задовоље сва ограничења**

27: израчунај нову вредност пројектних променљивих помоћу Лèву лета у популацији 1

28: крај

29: крај i

30: %% За популацију 2

25: за свако $i (i = 1, \dots, n_2)$

26: све док се не задовоље сва ограничења

27: израчунај нову вредност пројектних променљивих помоћу Лèву лета у популацији 2

28: крај

29: крај i

30: %% 2. Модификација – укрштање свитаца

31: Одређивање интензитета сијања за обе популације

33: Рангирање свитаца и тражење тренутно најбољег решења у популацији 1: f_1 у положају $x (1 \leq x \leq n_1)$.

34: Рангирање свитаца и тражење тренутно најбољег решења у популацији 2: f_2 у положају $y (1 \leq y \leq n_2)$

35: %% Укрштање свитаца са најбољим решењима:

36: $temp = популација1(x)$

37: $популација1(x) = популација2(y)$

38: $популација2(y) = temp$

39: %% Корекција положаја свитаца у обе популације

40: за свако $i (i = 1, \dots, n_1)$ %% сваки свитац из популације 1

41: за свако $j (j = 1, \dots, n_1)$ %% сваки свитац из популације 1

42: ако је испуњено ($I_j^1 > I_i^1$)

43: Помери свица i ка свицу j у d -димензионалном простору

44: Промени привлачност сразмерно растојању r помоћу $\exp[-\gamma r]$

45: Израчунај ново решење и ажурирај интензитет светлости

- 46: *завршетак процеса*
- 47: *крај j*
- 48: *крај i*
- 49: *за свако $i (i = 1, \dots, n_2)$ %% свици из популације 2*
- 50: *за свако $j (j = 1, \dots, n_2)$ %% свици из популације 2*
- 51: *ако је испуњено ($I_j^2 > I_i^2$)*
- 52: *Помери свица i ка свицу j у d -димензионалном простору*
- 53: *Промени привлачност сразмерно растојањем r помоћу $\exp[-\gamma r]$*
- 54: *Израчунај ново решење и ажурирај интензитет светлости*
- 55: *завршетак процеса*
- 56: *крај j*
- 57: *крај i*
- 58: %% **наставак 1. модификације**
- 59: Регруписање свитаца у појединачној популацији
- 60: Увођење фактора поделе
- 61: n_1 %% број свитаца у популацији 1 $< n$
- 62: $n_2 = n - n_1$ %% број свитаца у популацији 2
- 63: креирање случајног низа са индексом почетне популације: sk
- 64: %% Померање свитаца из почетне популације ка популацији 1
- 65: *за свако $i (i = 1, \dots, n_1)$*
- 66: *популација1 (i) = $x(sk(i))$*
- 67: *крај i*
- 68: %% Померање свитаца из почетне популације ка популацији 2
- 69: *за свако $i (i = n_1 + 1, \dots, n)$*
- 70: *популација2 ($i - n_1$) = $x(sk(i))$*
- 71: *крај i*
- 72: %% **Крај 1. модификације**

73: **крај**

74: завршетак процеса и представљање резултата

2.3.2.2 Дефинисање функције циља

Како је циљ извршити динамичко уравнотежење четворочланог механизма, односно минимизирати реакције веза у непокретним ослонцима и динамичка оптерећења услед инерције, то се проблем може дефинисати на следећи начин:

$$\min(F_1(\mathbf{X}), F_2(\mathbf{X}), \dots, F_8(\mathbf{X})) \quad (2.79)$$

при услову $g_j(\mathbf{X}) \leq 0$, $j = 1, \dots, m$ где је $F_i(\mathbf{X})$ ($i = 1, \dots, 8$) функција циља, $g_j(\mathbf{X}) \leq 0$ су ограничења функција и m је број ограничења. $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_D\}$ представља вектор пројектних променљивих, док је са D означен број пројектних променљивих. У овом примеру, врши се истовремена минимизација осам функција циља:

$$f_j = \frac{1}{\delta} \sqrt{\sum_{i=0}^{\delta} F_j^2(t_i)}, \quad (j = 1, 2, \dots, 8), \text{ где је } \delta = 200 \text{ и } t = 0:0.01:0.2; \quad (2.80)$$

$$f_1 = F_{21x}, f_2 = F_{21y}, f_3 = F_{41x}, f_4 = F_{41y}, f_5 = F_{shx}, f_6 = F_{shy}, f_7 = M_{sh}, f_8 = M_{21} \quad (2.81)$$

Решавање разматраног оптимизационог проблема подразумева дефинисање вектора пројектних променљивих \mathbf{X} :

$$\mathbf{X} = \{L_1, L_2, L_3, L_4, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, m_2, m_3, m_4, J_{C2}, J_{C3}, J_{C4}, l_2, l_3, l_4\} \quad (2.82)$$

Након овога, за сваку пројектну променљиву потребно је дефинисати горњу и доњу границу (Табела 1).

2.3.2.3 Вишекритеријумска оптимизација

На основу претходно наведеног, динамичко уравнотежење зглобног четвороугаоног механизма подразумева истовремену минимизацију осам функција циља које су дефинисане релацијом (2.81). Другим речима, разматрани проблем могуће је решити применом вишекритеријумске оптимизације.

Комплексни оптимизациони проблеми који садрже више од једне функције циља могу се успешно решити применом вишекритеријумске оптимизације (МОО - Multi Objective Optimization). Уопштено, МОО примењује се у готово свим областима када

треба донети одлуку која подразумева компромис између два или више супротстављених циљева. Са аспекта математике, вишекритеријумски оптимизациони проблем може се формулисати на следећи начин:

$$\min \{F_1(\mathbf{X}), F_2(\mathbf{X}), \dots, F_m(\mathbf{X})\} \quad (2.83)$$

где је $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ вектор пројектних променљивих и m број функција циља ($m \geq 2$). За разлику од једнокритеријумске оптимизације, код МОО не постоји јединствено решење којим се истовремено оптимизује свака од дефинисаних функција циља. Дакле, у случају вишекритеријумске оптимизације функције циља су опречне и постоји већи број оптималних решења.

У литератури се за решавање проблема вишекритеријумске оптимизације најчешће примењују две методе:

1. метода тежинских коефицијената
2. метода *Pareto* фронта

У првој методи коришћењем тежинских коефицијената (фактора) врши се линеаризација проблема, односно формирање јединствене функције циља. Овим се проблем вишекритеријумске оптимизације своди на једнокритеријумски оптимизациони проблем. Код методе *Pareto* фронта линеаризација проблема постиже се коришћењем најбољих вредности за сваку од функција циља. Ове вредности су еквивалент тежинским факторима тј. омогућавају трансформацију вишекритеријумске у једнокритеријумску оптимизацију.

Овде се примењује приступ који се разликује од обе претходне поменуте методе, у коме се врши истовремена оптимизација неколико функција циља.

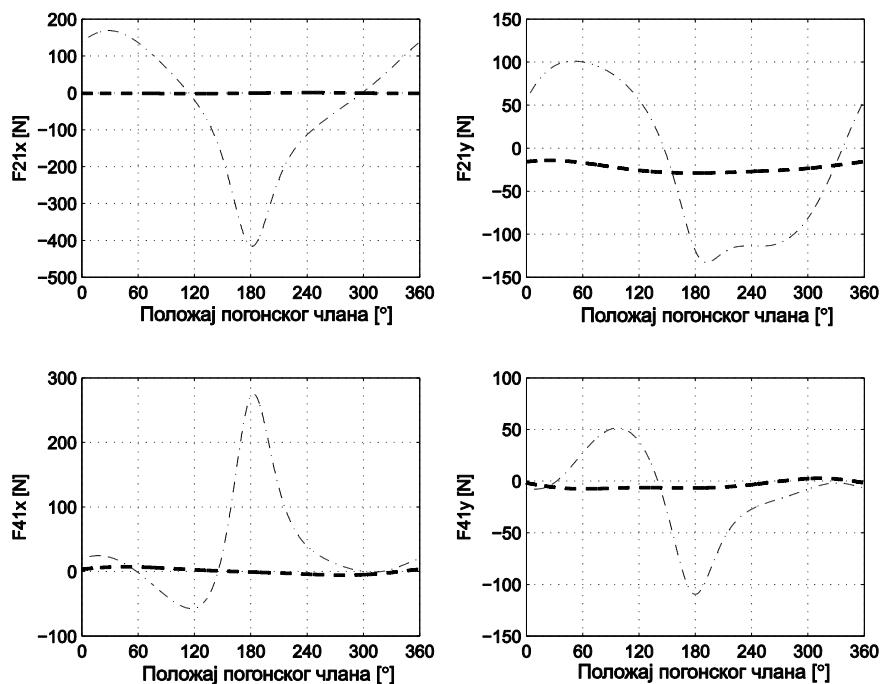
2.3.3 Резултати

Проблем динамичког уравнотежења зглобног четворочланог механизма разматра се као вишекритеријумски оптимизациони проблем за чије решавање се примењује суб-популацијски алгоритам свица. Погонски члан 2 ротира константном угаоном брзином $\omega_2 = 300 \text{ o/min}$. За разматрани механизам дефинисане су пројектне променљиве. Почетне вредности (узете из [47]) и оптималне вредности пројектних променљивих, као и границе истих дате су у Табели 2.2.

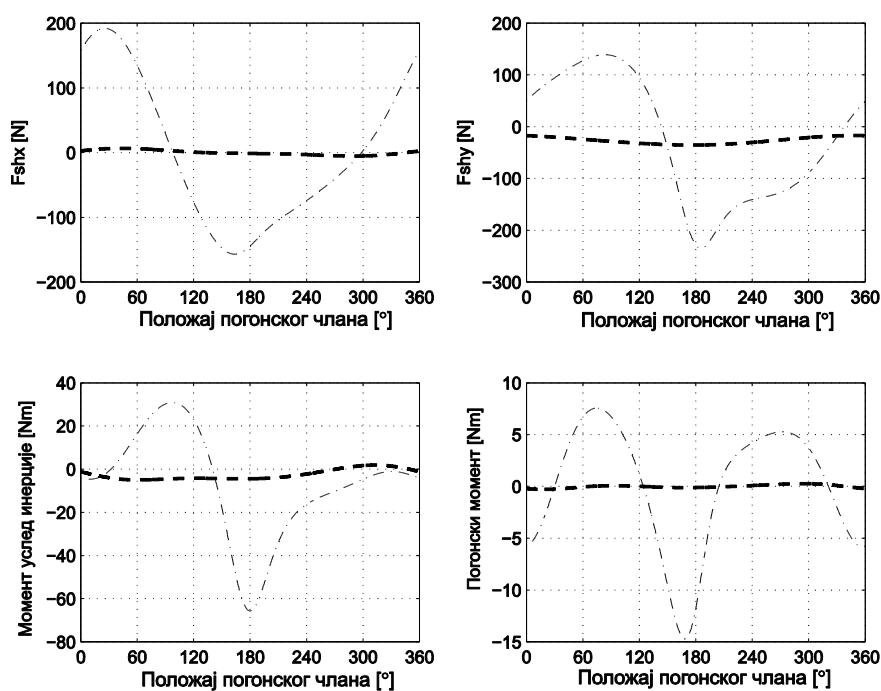
Пројектне променљиве	Почетне (оригиналне) вредности	Оптимизоване вредности	Границе
L_1 (mm)	600	669.60	400-700
L_2 (mm)	100	54.76	50-130
r_{2A} (mm)	50	74.30	20-100
m_2 (kg)	0.360	1	0-3
J_{C2} (kgm ²)	$4.13 \cdot 10^{-4}$	$53.01 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4} - 60 \cdot 10^{-4}$
λ_2 (rad)	0	3.09	0-6
L_3 (mm)	400	600	200-600
r_{3B} (mm)	200	10.26	10-400
m_3 (kg)	1.296	1.21	0.8-1.6
J_{C3} (kgm ²)	$1.87 \cdot 10^{-2}$	$2.42 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2} - 7 \cdot 10^{-2}$
λ_3 (rad)	0	2.89	0-3
L_4 (mm)	320	471.72	200-500
r_{4D} (mm)	160	250	50-250
m_4 (kg)	1.046	0.50	0.5-1.5
J_{C4} (kgm ²)	$9.85 \cdot 10^{-3}$	$9.94 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3} - 18 \cdot 10^{-3}$
λ_4 (rad)	0	0.036	0.00001-2

Табела 2.2 Почетне и оптимизоване вредности пројектних променљивих код четворочланог механизма

Реакције веза у непокретним ослоњцима код неоптимизованог и оптимизованог механизма приказане су на слици 2.9. Може се уочити (видети слику 2.9) да су интензитети реакција веза у непокретним ослоњцима добијени поступком вишекритеријумске оптимизације значајно мањи у поређењу са неоптимизованим вредностима истих.



Слика 2.9. Неоптимизоване и оптимизоване вредности реакција веза у непокретним ослонцима



Сл. 2.10. Неоптимизоване и оптимизоване вредности динамичких оптерећења услед инерције и погонског момента

На слици 2.10 приказана су динамичка оптерећења услед инерције као и погонски момент у функцији угла θ_2 , којим се дефинише положај погонског члана.

Применом субпопулацијског алгоритма свица постигнуто је смањење вредности реакција веза у непокретним ослонцима, погонског момента и динамичких оптерећења

услед инерције (слика 2.10). Процентуална смањења вредности свих динамичких величина разматраног четворочланог механизма дата су у Табели 2.3.

Процентуално смањење вредности динамичких величина коришћењем SP-FA алгоритма [%]	
F_{21x} [N]	99,256
F_{21y} [N]	71,883
F_{41x} [N]	92,907
F_{41y} [N]	85,120
F_{shx} [N]	96,777
F_{shy} [N]	75,848
M_{sh} [Nm]	83,393
M_{21} [Nm]	97,536

Табела 2.3. Процентуално смањење вредности динамичких оптерећења

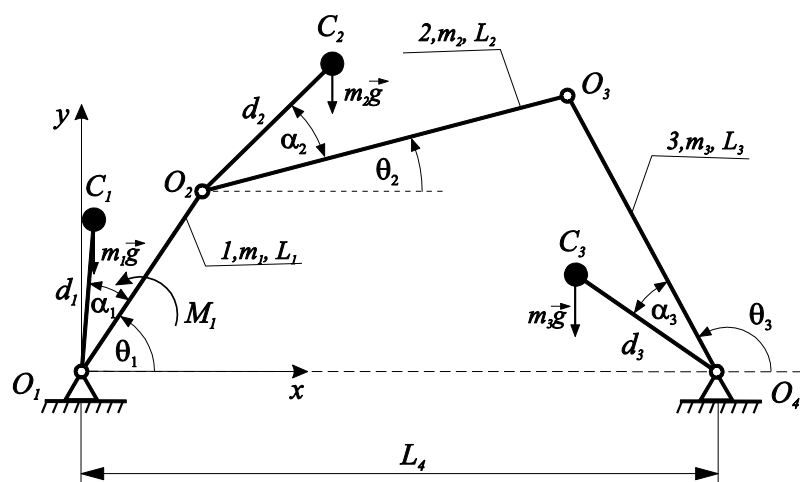
2.4. Динамичко уравнотежење зглобног четворочланог механизма применом хибридног алгоритма свица и кукавичје претраге (Hybrid Cuckoo Search and Firefly Algorithm H-CS-FA)

Слично као у одељку 2.3, и овде ће се размотрити динамичко уравнотежење зглобног четворочланог механизма. У циљу минимизације сила и момента који су резултат инерције најпре је потребно извршити одређивање реакција веза. Супротно одељку 2.3 где су реакције веза одређене на конвенционалан начин (коришћењем диференцијалних једначина кретања у равни), овде ће у исту сврху бити предложен нови метод. Новопредложени метод може се применити код крутих раванских затворених кинематичких ланаца, а базира се на коришћењу апсолутних углова обртања. Проблем уравнотежења се слично као у претходном одељку решава као вишекритеријумски оптимизациони проблем. Међутим, треба нагласити да се за решавање оптимизационог проблема примењује хибридни алгоритам [79,80] настао укрштањем два биолошки инспирисана алгоритма – алгоритма свица (FA) и алгоритма кукавичје претраге (CS). Важно је истаћи да за разлику од примера описаног у одељку 2.3, где је разматран проблем минимизације реакција веза у непокретним ослоњцима, овде ће бити извршено

уравнотежење реакција веза у свим зглобовима. У доступној литератури не постоје референце у којима је разматран проблем уравнотежења реакција веза у свим зглобовима четворочланог механизма.

Одељак 2.4 проистекао је на основу референце [78]. Предложени аналитички метод, оптимизациони алгоритми и одговарајући резултати приказани у овом одељку, настали су у истраживачком процесу током израде ове дисертације и публиковани су у [80].

Предмет даље анализе је зглобни четворочлани механизам смештен у вертикалној равни O_1xy (Слика 2.11). Дужине чланова механизма су L_1, L_2 и L_3 , док су одговарајуће масе чланова m_1, m_2 и m_3 . Положај чланова механизма у односу на правац x -осе дефинише се угловима θ_1, θ_2 и θ_3 , респективно.



Слика 2.11 Четворочлани механизам

2.4.1 Нови метод за одређивање реакција веза код зглобног четворочланог механизма

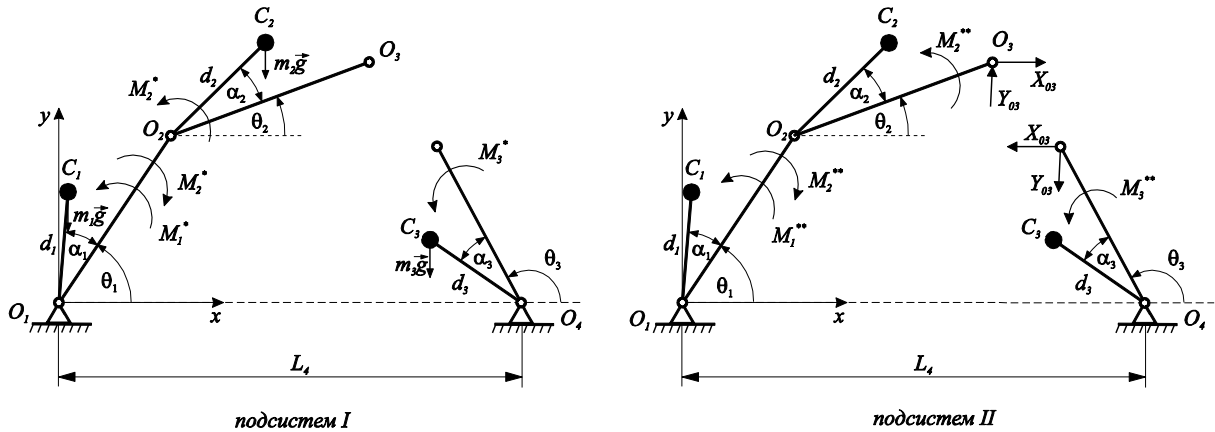
У овом одељку биће изложен нов метод који омогућава одређивање реакција веза код раванских затворених кинематичких ланаца. Ланац се састоји од крутих тела која су међусобно повезана обртним зглобовима. Приступ за одређивање реакција веза у зглобовима система крутих тела са гранањем, који је описан у [81], представља основ за развој овог новог метода. За разлику од поменутог метода [81] који се заснива на коришћењу релативних углова обртања између суседних тела која су повезана обртним зглобовима, овде ће се користити апсолутни углови обртања тела у кинематичком ланцу. Ова модификација омогућава поједностављење процедуре одређивања реакција веза у поређењу са поступком који је предложен у [81]. Поред тога, извршиће се проширење метода [81] на случај раванског затвореног ланца система крутих тела.

Као што је раније описано, у циљу одређивања реакција веза у одговарајућим зглобовима потребно је имагинарно пресећи зглобове. Према [82], након пресецања зглоба O_3 (видети Сл.2.11) кретање разматраног зглобног четвороугла може се разложити на истовремена кретања два механизма, која су означена са I и II , и приказана на слици 2.12. Чланови механизма II су лаки (немају масу).

Погонски моменти који делују у зглобовима O_1, O_2 и O_4 механизма I означени су са M_1^*, M_2^* и M_3^* , док су са M_1^{**}, M_2^{**} и M_3^{**} означени одговарајући погонски моменти у механизму II . С обзиром да су зглобови O_2, O_3 и O_4 зглобног четвороугла приказаног на Сл.2.11 пасивни (у њима не делују погонски спрегови сила), морају бити задовољени следећи услови [82]:

$$M_2^* + M_2^{**} = 0 \tag{2.84}$$

$$M_3^* + M_3^{**} = 0 \tag{2.85}$$



Слика 2.12 Четворочлани механизам еквивалентно представљен помоћу два подсистема I и II

На чланове (V_p) ($p = 1, 2, 3$) механизма I делују системи спољних сила који се могу представити еквивалентним системом сила који се састоји од сила F_p^* ($p = 1, 2, 3$) које пролазе кроз средишта маса C_p ($p = 1, 2, 3$), респективно и које се дефинишу на следећи начин:

$$F_p^* = \begin{bmatrix} 0 & -m_p g & 0 \end{bmatrix}, \quad p = 1, 2, 3 \tag{2.86}$$

и спрегова сила са моментима M_p^* ($p = 1, 2, 3$) који се дефинишу релацијама:

$$M_1^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_1^* - M_2^* \end{bmatrix}, \tag{2.87}$$

$$M_2^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_2^* \end{bmatrix}, \tag{2.88}$$

$$M_3^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_3^* \end{bmatrix}, \tag{2.89}$$

где је g убрзање Земљине теже.

Слично, за механизам II биће:

$$\mathbf{F}_1^{**} = [0 \ 0 \ 0], \quad (2.90)$$

$$\mathbf{F}_2^{**} = [X_{O_3} \ Y_{O_3} \ 0] \quad (2.91)$$

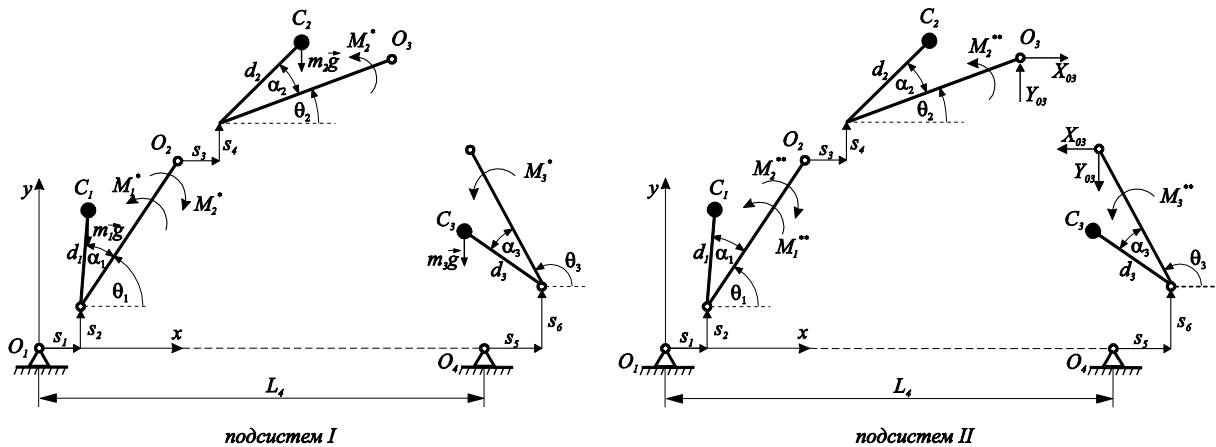
$$\mathbf{F}_3^{**} = [-X_{O_3} \ -Y_{O_3} \ 0] \quad (2.92)$$

$$\mathbf{M}_1^{**} = [0 \ 0 \ M_1^{**} \ -M_2^{**}] \quad (2.93)$$

$$\mathbf{M}_2^{**} = [0 \ 0 \ M_2^{**} + X_{O_3}(d_2 \sin(\theta_2 + \alpha_2) - L_2 \sin \theta_2) + Y_{O_3}(-d_2 \cos(\theta_2 + \alpha_2) + L_2 \cos \theta_2)], \quad (2.94)$$

$$\mathbf{M}_3^{**} = [0 \ 0 \ M_3^{**} + X_{O_3}(-d_3 \sin(\theta_3 + \alpha_3) + L_3 \sin \theta_3) - Y_{O_3}(-d_3 \cos(\theta_3 + \alpha_3) + L_3 \cos \theta_3)], \quad (2.95)$$

где X_{O_3} и Y_{O_3} представљају компоненте реакције у зглобу O_3 дуж x и y осе, респективно.



Слика 2.13 Увођење прекобројних координата код механизмима I и II

Увођењем прекобројних координата s_1, \dots, s_6 , према процедури која је описана у [59,60], кретања механизмима I и II могу се описати помоћу генерализаних координата q_1, \dots, q_9 , где је $q_i \equiv \theta_i$ ($i=1,2,3$) и $q_{3+r} \equiv s_r$ ($r=1, \dots, 6$) и где важе следећа ограничења (видети слику 2.13):

$$f_r \equiv q_{3+r} = 0, \quad r = 1, \dots, 6 \quad (2.96)$$

Треба запазити да координате s_1, \dots, s_6 представљају спречена (недозвољена) померања у зглобовима O_1, O_2 и O_4 . Ограничење (2.96) имплицира следеће релације:

$$\dot{q}_{3+r} \equiv 0, \quad \ddot{q}_{3+r} \equiv 0, \quad r = 1, \dots, 6 \quad (2.97)$$

Применом Капе-ових једначина са неодређеним множителјима веза [83] на механизам I , добијају се следеће релације:

$$Q_{i(*)}^a + Q_{i(*)}^{in} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.98)$$

$$Q_{3+r(*)}^a + Q_{3+r(*)}^{in} + \lambda_{r(*)} = 0, \quad r = 1, \dots, 6 \quad (2.99)$$

Слично важи и за механизам II :

$$Q_{i(**)}^a + Q_{i(**)}^{in} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.100)$$

$$Q_{3+r(**)}^a + Q_{3+r(**)}^{in} + \lambda_{r(**)} = 0, \quad r = 1, \dots, 6 \quad (2.101)$$

где $Q_{j(*)}^a$ ($j = 1, \dots, 9$) и $Q_{j(**)}^a$ ($j = 1, \dots, 9$) означавају генералисане активне силе које одговарају генералисаним координатама q_1, \dots, q_9 и које се одређују следећим изразима:

$$Q_{j(*)}^a = \sum_{p=1}^3 \left(\mathbf{M}_p^* \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_p}{\partial \dot{q}_j} + \mathbf{F}_p^* \frac{\partial \mathbf{V}_{C_p}}{\partial \dot{q}_j} \right), \quad j = 1, \dots, 9 \quad (2.102)$$

$$Q_{j(**)}^a = \sum_{p=1}^3 \left(\mathbf{M}_p^{**} \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_p}{\partial \dot{q}_j} + \mathbf{F}_p^{**} \frac{\partial \mathbf{V}_{C_p}}{\partial \dot{q}_j} \right), \quad j = 1, \dots, 9 \quad (2.103)$$

Величине $Q_{j(*)}^{in}$ ($j = 1, \dots, 9$) и $Q_{j(**)}^{in}$ ($j = 1, \dots, 9$) представљају генералисане инерцијалне силе које одговарају генералисаним координатама q_1, \dots, q_9 и одређују се релацијама:

$$Q_{j(*)}^{in} = - \sum_{p=1}^3 \left(m_p \mathbf{a}_{C_p}^T \frac{\partial \mathbf{V}_{C_p}}{\partial \dot{q}_j} + I_{C_p} \boldsymbol{\varepsilon}_p^T \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_p}{\partial \dot{q}_j} \right), \quad j = 1, \dots, 9 \quad (2.104)$$

$$Q_{j(**)}^{in} = 0, \quad j = 1, \dots, 9 \quad (2.105)$$

У изразима (2.102)-(2.105), величине $\boldsymbol{\omega}_p = [0 \ 0 \ \dot{\theta}_p]^T$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_p = [0 \ 0 \ \ddot{\theta}_p]^T$ означавају угаону брзину и угаоно убрзање члана (V_p), респективно, док се векторима $\mathbf{V}_{C_p} = [\dot{x}_{C_p} \ \dot{y}_{C_p} \ 0]^T$ и $\mathbf{a}_{C_p} = [\ddot{x}_{C_p} \ \ddot{y}_{C_p} \ 0]^T$ дефинишу брзина и убрзање средишта маса C_p , респективно. Аксијални момент инерције за средишњу осу члана (V_p) означен је са I_{C_p} , док се Декартове координате x_{C_p} ($p = 1, 2, 3$) и y_{C_p} ($p = 1, 2, 3$) средишта маса C_p ($p = 1, 2, 3$) дефинишу релацијама:

$$x_{C_1} = s_1 + d_1 \cos(\theta_1 + \alpha_1) \quad (2.106)$$

$$y_{C_1} = s_2 + d_1 \sin(\theta_1 + \alpha_1) \quad (2.107)$$

$$x_{C_2} = s_1 + L_1 \cos \theta_1 + s_3 + d_2 \cos(\theta_2 + \alpha_2) \quad (2.108)$$

$$y_{C_2} = s_2 + L_1 \sin \theta_1 + s_4 + d_2 \sin(\theta_2 + \alpha_2) \quad (2.109)$$

$$x_{C_3} = L_4 + s_5 + d_3 \cos(\theta_3 + \alpha_3) \quad (2.110)$$

$$y_{C_3} = s_6 + d_3 \sin(\theta_3 + \alpha_3) \quad (2.111)$$

Решавањем једначине (2.98) и (2.100) по M_2^* , M_2^{**} , M_3^* и M_3^{**} и заменом добијених вредности у једначине (2.84) и (2.85), одређују се компоненте реакције везе у зглобу O_3 :

$$\begin{aligned} X_{O_3} = & -\frac{1}{2L_2L_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)} \left[d_2L_1L_3m_2 (\cos(\alpha_1 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_3) + \cos(\alpha_2 - \theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) \ddot{\theta}_1 + \right. \\ & + 2(d_2^2L_3m_2 + J_{C_2}L_3) \ddot{\theta}_2 \cos \theta_3 + 2L_2(J_{C_3} + m_3d_3^2) \ddot{\theta}_3 \cos \theta_2 + d_2L_1L_3m_2 \dot{\theta}_1^2 (\sin(\alpha_2 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_3) \\ & + \sin(\alpha_2 - \theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) + d_2gL_3m_2 (\cos(\alpha_2 + \theta_2 - \theta_3) + \cos(\alpha_2 + \theta_2 + \theta_3)) + \\ & \left. + d_2gL_2m_3 (\sin(\alpha_3 + \theta_2 + \theta_3) + \cos(\alpha_3 + \theta_2 + \theta_3)) \right] \quad (2.112) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{O_3} = & -\frac{1}{2L_2L_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)} \left[d_2L_1L_3m_2 (\sin(\alpha_2 - \theta_1 + \theta_2 + \theta_3) - \sin(\alpha_2 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_3)) \ddot{\theta}_1 + \right. \\ & + 2(d_2^2L_3m_2 + J_{C_2}L_3) \ddot{\theta}_2 \sin \theta_3 + 2L_2(J_{C_3} + m_3d_3^2) \ddot{\theta}_3 \sin \theta_2 + d_2L_1L_3m_2 \dot{\theta}_1^2 (\cos(\alpha_2 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_3) \\ & - \cos(\alpha_2 - \theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) + d_2gL_3m_2 (\sin(\alpha_2 + \theta_2 + \theta_3) - \sin(\alpha_2 + \theta_2 - \theta_3)) + \\ & \left. + d_3gL_2m_3 (\sin(\alpha_3 + \theta_2 + \theta_3) - \sin(\alpha_3 - \theta_2 + \theta_3)) \right] \quad (2.113) \end{aligned}$$

при чему су ограничења (2.97) узета у обзир. На основу једначине (2.99) следи:

$$\lambda_{1(*)} = m_1 (\ddot{x}_{C_1})_0 + m_2 (\ddot{x}_{C_2})_0, \quad (2.114)$$

$$\lambda_{2(*)} = (m_1 + m_2)g + m_1 (\ddot{y}_{C_1})_0 + m_2 (\ddot{y}_{C_2})_0, \quad (2.115)$$

$$\lambda_{3(*)} = m_2 (\ddot{x}_{C_2})_0, \quad (2.116)$$

$$\lambda_{4(*)} = m_2g + m_2 (\ddot{y}_{C_2})_0, \quad (2.117)$$

$$\lambda_{5(*)} = m_3 (\ddot{x}_{C_3})_0, \quad (2.118)$$

$$\lambda_{6(*)} = m_3g + m_3 (\ddot{y}_{C_3})_0, \quad (2.119)$$

Слично, на основу једначине (2.101) следи:

$$\lambda_{1(**)} = \lambda_{3(**)} = -X_{O_3}, \quad (2.120)$$

$$\lambda_{2(**)} = \lambda_{4(**)} = -Y_{O_3}, \quad (2.121)$$

$$\lambda_{5(**)} = X_{O_3}, \quad (2.122)$$

$$\lambda_{6(**)} = Y_{O3} \quad (2.123)$$

где нотација $(\bullet)_0$ подразумева вредност величине (\bullet) која је израчуната за $q_4 = \dots = q_9 = 0$.

Коначно, компоненте реакција веза у зглобовима O_1, O_2 и O_4 дуж x и y осе, респективно, могу се записати у облику:

$$X_{O1} = \lambda_{1(*)} + \lambda_{1(**)} = m_1 (\ddot{x}_{C1})_0 + m_2 (\ddot{x}_{C2})_0 - X_{O3} \quad (2.124)$$

$$Y_{O1} = \lambda_{2(*)} + \lambda_{2(**)} = m_1 (\ddot{y}_{C1})_0 + m_2 (\ddot{y}_{C2})_0 + (m_1 + m_2)g - Y_{O3} \quad (2.125)$$

$$X_{O2} = \lambda_{3(*)} + \lambda_{3(**)} = m_2 (\ddot{x}_{C2})_0 - X_{O3} \quad (2.126)$$

$$Y_{O2} = \lambda_{4(*)} + \lambda_{4(**)} = m_2 (\ddot{y}_{C2})_0 + m_2 g - Y_{O3} \quad (2.127)$$

$$X_{O4} = \lambda_{5(*)} + \lambda_{5(**)} = m_3 (\ddot{x}_{C3})_0 + X_{O3} \quad (2.128)$$

$$Y_{O4} = \lambda_{6(*)} + \lambda_{6(**)} = m_3 (\ddot{y}_{C3})_0 + m_3 g + Y_{O3} \quad (2.129)$$

У једначинама (2.112), (2.113) и (2.124)-(2.129) фигуришу величине θ_2 и θ_3 , којима се дефинишу положаји спојке и шеталице у односу на правац x -осе. Поступак одређивања ових величина детаљно је приказан у одељку 2.3.1.

На крају, треба додати да се новопредложени метод за одређивање реакција веза у зглобовима заснива на техници којом се уводе спречена релативна померања у зглобовима, а која је описана у [84]. Метод који је овде представљен не захтева формирање Јакобијевих матрица из једначина веза, као и њихових псеудо-инверзних матрица. Наиме, у предложеном методу, за одређивање положаја одговарајућег члана механизма користи се само једна апсолутна координата (апсолутни угао обртања), док се у [84] користе три координате. Тиме је у рачунском смислу остварена предност предложеног метода у односу на приступ у [84].

2.4.2 Оптимизациони процес

Вишекритеријумски оптимизациони процес спроводи се коришћењем хибридног алгоритма који је настао укрштањем односно, комбиновањем алгоритма кукавичје претраге (Cuckoo Search – CS) и алгоритма свица (Firefly Algorithm – FA). Уопштено, хибридни алгоритам комбинује два или више алгоритама за решавање задатог оптимизационог проблема. У поступку хибридизације, циљ је коришћење добрих особина основних алгоритама, како би новонастали алгоритам био бољи од основних. Укрштањем ова два биолошки инспирисана алгоритма креиран је хибридни алгоритам

кукавичје претраге и алгоритма свица (Hybrid Cuckoo Search and Firefly Algorithm – H-CS-FA) [79].

У тексту који следи, укратко ће бити изложене карактеристике алгоритма кукавичје претраге и алгоритма свица тј. предности и недостаци обе методе, које су послужиле као инспирација за њихово укрштање (хибридизацију).

2.4.2.1 Алгоритам кукавичје претраге (Cuckoo Search – CS)

Алгоритам кукавичје претраге (Cuckoo Search - CS) представља нов метахеуристички алгоритам који су предложили Yang и Deb [85]. Ауторима је као инспирација за креирање алгоритма послужило понашање ове јединке у природи, односно начин на који претражује простор како би пронашла гнездо у које ће положити своје јаје.

Овај алгоритам има широку примену у решавању веома сложених оптимизационих проблема. Отуда се у литератури може наћи велики број радова у којима је алгоритам кукавичје претраге примењен, како у изворном облику, тако и у модификованим и хибридним облицима. Више детаља о примени основног алгоритма кукавичје претраге (CS) може се видети у [85,86].

Кукавице полажу јаја у гнезда других птица, тако да птице домаћини касније брину о њиховим младунцима. Како се јаја кукавица излегу раније од јаја других птица, то кукавице углавном бирају гнезда у која су јаја тек постављена. Излегањем кукавице из јајета, ствара се сигнал који покреће излегање јаја домаћина гнезда. На овај начин осигурава се снабдевање храном, а тиме и опстанак.

У алгоритму кукавице, потенцијално решење је свако гнездо. Моделирање репродукције у CS алгоритму базира се на коришћењу следећа три правила [85]:

1. Свака кукавица полаже јаје у гнездо које је насумично одабрано;
2. Најбоље гнездо је носилац следеће генерације кукавица;
3. Број расположивих гнезда домаћина је фиксан (ограничен), а вероватноћа да птица домаћин открије јаје кукавице означава се са p_a , где $p_a \in [0,1]$.

CS има једноставан алгоритам, и његов псеудо код (Алгоритам 2.2) преузет је из [85]. На почетку, генерише се почетна популација величине n , која је насумично распоређена у простору претраге. Почетне вредности пројектних променљивих бирају се насумично, а у простору претраге дефинишу се доњом и горњом границом.

Са аспекта математике, генерисање новог гнезда описује се релацијом:

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + \alpha_c \otimes Levy(\lambda) \quad (2.130)$$

где је $\alpha_c > 0$ величина корака чија вредност зависи од оптимизационог проблема. Величина корака множи се Lévy расподелом (дистрибуцијом) и такво случајно кретање назива се Lévy лет [76,77].

У потрази за храном, птице се крећу по принципу Lévy лета који представља варијацију насумичног кретања. При том, дужина корака у Lévy лету одређује се на основу Lévy расподеле. Уобичајено је да величина корака износи $L/100$, где је L величина простора који се претражује. Слично, и животиње у недостатку хране изводе кретање које се може апроксимирати Lévy летом.

Детаљан опис CS алгоритма може се видети у [85]. Yang и Deb [85] су дошли до закључка да CS алгоритам проналази оптимално решење за вредности параметра n од 15 до 25 и за параметар p_a од 0.15 до 0.25.

Алгоритам 2.2 Псеудо код CS алгоритма [85]

- 1: Функција циља $f(\mathbf{X})$, $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$
 - 2: Генерисање популације од n гнезда x_i ($i = 1, 2, \dots, n$)
 - 3: **while** ($t < \text{max број итерација}$)
 - 4: Израчунавање квалитета избора кукавица помоћу Lévy лета, F_i
 - 5: $f_{new} = \min(F)$;
 - 6: Случајни избор између n генерисаних гнезда (j -то гнездо)
 - 7: **if** ($F_i > F_j$)
 - 8: Замени гнездо j новим решењем
 - 9: **end if**
 - 10: Израчунавање вероватноће откривања гнезда, $p_a = f(p_a, t)$
 - 11: **if** ($\text{rand} \geq p_a$)
 - 12: Напуштање лошег гнезда и увођење новог
 - 13: Израчунавање квалитета избора кукавица помоћу Lévy лета, F_i
 - 14: $f_{new} = \min(F)$;
 - 15: **end if**
 - 16: **if** ($f_{new} < f_{\min}$)
 - 17: Прихватање новог решења, $f_{\min} = f_{new}$
 - 18: **end if**
 - 19: Рангирање решења и налажење тренутно најбољег
 - 20: **end while**
 - 21: Завршетак процеса и представљање резултата
-

2.4.2.2 Алгоритам свица (Firefly Algorithm - FA)

Као што је речено у одељку 2.3.2.1, алгоритам свица представља савремен биолошки инспирисан алгоритам који је креирао X.S. Yang [86]. У FA алгоритму, полази се од претпоставке да је вредност функције циља повезана са привлачношћу ових инсеката. Са друге стране, привлачност свица дефинисана је јачином (интензитетом) њихове светлости. Интензитет светлости $I(r)$, мења се обрнуто пропорционално квадрату растојања од извора [86]:

$$I(r) = I_s / r^2, \quad (2.131)$$

где је I_s интензитет светлости извора. За средину са фиксним коефицијентом апсорпције светлости, γ , промена интензитета светлости дата је следећом једначином [86]:

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r} \quad (2.132)$$

где је I_0 почетни интензитет светлости.

Привлачност свица, β , дефинише се следећим изразима [86]:

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^2}, \text{ или } \beta = \frac{\beta_0}{1 + r^2} \quad (2.133)$$

где је β_0 привлачност при $r = 0$.

Промена привлачности дефинише се параметром γ и његова вредност је веома важна у одређивању брзине конвергенције [86]. У теорији $\gamma \in [0, \infty]$, али у пракси овај параметар варира од 0.1 до 10.

У наставку је приказан псеудо код алгоритма свица који је преузет из [86].

Алгоритам 2.3 Псеудо код алгоритма свица [86]

- 1: **begin**
- 2: Функција циља $F(\mathbf{X})$, $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$
- 3: Дефинисање укупног броја свица у популацији n_f
- 4: Генерисање почетне популације свица x_i ($i = 1, 2, \dots, n_f$)
- 5: Дефинисање броја променљивих d
- 6: Интензитет светлости I_i на x_i одређен је помоћу $F(x_i)$
- 7: Дефинисање коефицијента апсорпције светлости γ
- 8: Дефинисање броја итерација $iter \max$
- 9: **while** ($t < iter \max$)
- 10: **for** $i = 1 : n_f$ %% свих n свица
- 11: **for** $j = 1 : n_f$ %% свих n свица

```

12:      if ( $I_j > I_i$ )
13:      Померање  $i$ -тог свица у правцу  $j$ -тог у  $d$ -димензионом простору
14:      Варирање привлачности са растојањем  $r$  помоћу  $\exp[-\gamma r]$ 
15:      Израчунавање нових решења и ажурирање интензитета треперења
16:      end if
17:      end for j
18:      end for i
19:      Рангирање свитаца и налажење тренутно најбољег решења
20:      end while
21:      Завршетак процеса и представљање резултата

```

2.4.2.3 Хибридни алгоритам кукавичје претраге и алгоритма свица (H-CS-FA)

Хибридни алгоритам који је овде примењен представља комбинацију два алгоритма: алгоритма кукавичје претраге (CS) и алгоритма свица (FA). Код оба алгоритма, генерисање нових решења врши се по принципу Lévy лета. Разлика између ових алгоритма је та што у CS алгоритму постоји механизам одбацивања „лошег“ решења, док FA алгоритам нема ту способност. Одбацивањем „лошег“ решења, CS алгоритам може у неком тренутку да напусти добар правац у тражењу оптималног решења [79]. Ово је велики недостатак којим се продужава време проналажења оптимума.

Са друге стране, мана FA алгоритма је непрекидно сортирање решења, које се врши у сваком итеративном кораку. Тиме се повећава вероватноћа да алгоритам „упадне“ у зону локалних оптимума, што опет продужава време проналаска оптималног решења.

Основа хибридног алгоритма који је предложен у [79] је CS алгоритам. У алгоритам кукавичје претраге уметнут је део алгоритма свица (осенчени редови у алгоритму 2.4). Наиме, након проналажења „лоших“ гнезда (решења) не долази до одбацивања истих, већ се на постојећи CS алгоритам додаје део алгоритма свица. Укључивањем дела алгоритма свица проналази се јединка са највећим интензитетом светлости (проналази се најбоље решење међу лошим).

Алгоритам 2.4 Псеудо код H-CS-FA алгоритма [79,80]

```

1:  Функција циља  $F(\mathbf{X})$ ,  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ 
2:  Дефинисање броја параметара који се оптимизују  $d$ 
3:  Дефинисање број итерација  $iter$  max
4:  Дефинисање граница пројектних променљивих %% горња  $UB$  и доња граница  $LB$ 
5:  Дефинисање броја гнезда,  $n$ 
6:  Иницијализација популације од  $n$  гнезда  $x_{j,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), ( $j = 1, 2, \dots, d$ )
7:  Иницијализација првих најбољих решења,  $F_{\min}$ 

```

```

8:   while ( $t < iter\ max$ )
9:       Израчунавање квалитета избора кукавице помоћу  $L'evu$  лета,  $F_i$ 
10:       $F_{new} = \min(F)$ 
11:      Случајни избор гнезда међу  $n$  генерисаних ( $j$ -th nest)
12:      if ( $F_i > F_j$ )
13:          Замени  $j$ -то гнездо новим решењем
14:      end if
15:      for  $i = 1 : n$  %% свих  $n$  гнезда
16:      for  $j = 1 : n$  %% свих  $n$  гнезда
17:          if ( $F_j > F_i$ )
18:              Померање  $i$ -те кукавице у правцу  $j$  у  $d$ -димензионом простору
19:              Варирање привлачности са растојањем  $r$  преко  $exp[-\gamma r]$ 
20:              Израчунавање нових решења и ажурирање јачине светлости
21:          end if
22:      end for  $j$ 
23:      end for  $i$ 
24:       $F_{new} = \min(F)$ 
25:      if ( $F_{new} < F_{min}$ )
26:          Прихватање новог решења,  $F_{min} = F_{new}$ 
27:      end if
28:      Рангирање свитаца и проналажење тренутно најбољег решења
29:  end while
30: Завршетак процеса и представљање резултата

```

За решавање проблема вишекритеријумске оптимизације овде се користи нов приступ који се базира на симултаном, односно паралелном претраживању. Након постављања почетног решења за сваку од функција циља, у сваком пролазу се проверава да ли је задовољен критеријум оптималности. Уколико критеријум оптималности није задовољен за све функције циља, алгоритам поново започиње проверу у новој итерацији. У супротном, тј. када је критеријум оптималности задовољен за све функције циља, то решење се проглашава најбољим и са њиме се упоређују вредности функције циља у следећем итеративном циклусу (Алгоритам 2.5). На овај начин избегава се ризик погрешне процене у вредностима тежинских фактора за сваку функцију циља, односно скраћује се време претраживања. Другим речима, избегава се циклус тражења најбољих вредности за сваку функцију циља, јер се цео процес одиграва у једном итеративном циклусу претраживања. Осенчени редови у Алгоритму 2.5 показују да се из матрице решења $n \times d$ (где је n - број гнезда и d - број пројектних променљивих) бира само оно

решење код кога је испуњено да су сви елементи новогенерисаног реда матрице решења мањи од одговарајућих елемената до тада најбољег решења [79,80].

Алгоритам 2.5 Псеудо код Н-CS-FA алгоритма у МОО [79,80]

```

1: Дефинисање скупа функција циља,  $m$ 
2: Функција циља  $\min F(\mathbf{X}) = \min \{F_1(\mathbf{X}), F_2(\mathbf{X}), \dots, F_m(\mathbf{X})\}$ ,  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ 
3: Defining the number of parameters that optimize  $d$ 
4: Дефинисање броја итерација  $iter\ max$ 
5: Дефинисање граница пројектних променљивих  $%%$  горња  $UB$  и доња граница  $LB$ 
6: Дефинисање броја гнезда,  $n$ 
7: Иницијализација популације од  $n$  гнезда  $x_{j,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), ( $j = 1, 2, \dots, d$ )
8: Иницијализација првих најбољих решења за све функције циља,
 $F_{\min} = [F_{\min 1}, F_{\min 2}, \dots, F_{\min k}]$ 
9: while ( $i < iter\ max$ )
10:     for  $k = 1 : m$   $%%$  за све функције циља
11:         Израчунај квалитет избора кукавице помоћу L'evy лета,  $F_{i.k}$ 
12:          $F_{new}[k] = F_{newk}$ 
13:     next  $k$ 
14:      $F_{new} = \min(F)$ ,  $F_{new} = \{F_{new1}, F_{new2}, \dots, F_{newk}\}$ ,
15:     Случајна селекција између  $n$  генерисаних гнезда ( $j$  гнездо)
16:      $%%$  уметнути део FA алгоритма
17:      $fulfill\_the\_condition = True$ 
18:     for  $k = 1 : m$   $%%$  за све функције циља
19:         if ( $F_{newik} > F_{newjk}$ )
20:              $fulfill\_the\_condition = True$ 
21:         else
22:              $fulfill\_the\_condition = False$ 
23:     end if
24:     next  $k$ 
25:     if  $fulfill\_the\_condition$ 
26:         Замени гнездо  $j$  новим решењем
27:     end if
28:     for  $i = 1 : n$   $%%$  свих  $n$  гнезда
29:          $fulfill\_the\_condition = True$ 
30:     for  $j = 1 : n$   $%%$  свих  $n$  гнезда
31:         for  $k = 1 : m$   $%%$  за све функције циља
32:             if ( $F_{jk} > F_{ik}$ )
33:                  $fulfill\_the\_condition = True$ 

```

```

34:         else
35:             fulfill_the_condition=False
36:         end if
37:         next k
38:         if fulfill_the_condition
39:             Помери  $i$ -ту кукавицу у  $j$ -правцу у  $d$ -димензионом простору
40:             Варирање привлачности са растојањем  $r$  преко  $\exp[-\gamma r]$ 
41:             Израчунавање нових решења и ажурирање јачине треперења
42:         end if
43:     end for j
44: end for i
45: fulfill_the_condition=True
46: for k = 1:m %% за све функције циља
47:     if ( $F_{new}[k] \leq F_{min}[k]$ )
48:         fulfill_the_condition=True
49:     else
50:         fulfill_the_condition=False
51:     end if
52: next k
53: if fulfill_the_condition
54:     Прихватање новог решења, ( $F_{min} = F_{new}$ )
55: end if
56: Рангирање свитаца и проналажење тренутно најбољег решења
57: end while
58: Завршетак процеса и представљање резултата

```

2.4.3 Функције циља

У циљу минимизације погонског момента, динамичких оптерећења услед инерције и реакција веза у свим зглобовима тј. ради постизања динамичког уравнотежења разматраног четворочланог механизма, и овде ће бити примењен нов приступ у вишекритеријумској оптимизацији, који се заснива на истовременој (симултаној) минимизацији неколико функција циља. Проблем се дефинише на следећи начин:

$$\min \{ F_1(\mathbf{X}), F_2(\mathbf{X}), \dots, F_m(\mathbf{X}) \} \quad (2.134)$$

под условом $g_j(\mathbf{X}) \leq 0$, ($j = 1, \dots, m$) где су $F_i(\mathbf{X})$ ($i = 1, \dots, m$) функције циља, $g_j(\mathbf{X}) \leq 0$ су ограничења и m је број ограничења. $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_d\}^T$ представља вектор пројектних променљивих, док је са d означен број пројектних променљивих.

Вектор пројектних променљивих \mathbf{X} обухвата шеснаест променљивих и дефинише се на следећи начин:

$$\mathbf{X} = \{L_1, L_2, L_3, L_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, m_1, m_2, m_3, J_{C_1}, J_{C_2}, J_{C_3}, d_1, d_2, d_3\} \quad (2.135)$$

Напоследку, за сваку пројектну променљиву треба дефинисати горњу и доњу границу. Границе пројектних променљивих приказане су у Табели 4.

2.4.4 Нумерички резултати

За решавање оптимизационог проблема примењује се поступак вишекритеријумске оптимизације и Н-С-Ф-А алгоритма. Погонски члан 2 ротира константном угаоном брзином $\omega_1 = 300 \text{ o/min}$. Разматрају се следећа три случаја.

Случај 1 - У овом случају оптимизују се реакције у сва четири зглоба задатог механизма тј. врши се истовремена минимизација осам функција циља. За разлику од бројних примера у доступној литератури у којима се оптимизују само реакције веза у непокретним ослоњцима, релације које следе показују да су функције циља изабране тако да обухватају реакције у свим зглобовима разматраног четворочланог механизма.

$$f_j = \frac{1}{\delta} \sqrt{\sum_{i=0}^{\delta} F_j^2(t_i)}, \quad (j=1, 2, \dots, 8), \quad \text{где је } \delta = 200 \text{ и } t = 0:0.01:0.2; \quad (2.136)$$

$$f_1 = X_{O_1}, f_2 = Y_{O_1}, f_3 = X_{O_2}, f_4 = Y_{O_2}, f_5 = X_{O_3}, f_6 = Y_{O_3}, f_7 = X_{O_4}, f_8 = Y_{O_4} \quad (2.137)$$

Случај 2 - У овом случају врши се оптимизација погонског момента и реакција веза у сва четири зглоба. Другим речима, истовремено се минимизира девет функција циља:

$$f_j = \frac{1}{\delta} \sqrt{\sum_{i=0}^{\delta} F_j^2(t_i)}, \quad (j=1, 2, \dots, 9), \quad \text{где је } \delta = 200 \text{ и } t = 0:0.01:0.2; \quad (2.138)$$

$$f_1 = X_{O_1}, f_2 = Y_{O_1}, f_3 = X_{O_2}, f_4 = Y_{O_2}, f_5 = X_{O_3}, f_6 = Y_{O_3}, f_7 = X_{O_4}, f_8 = Y_{O_4}, f_9 = M_1 \quad (2.139)$$

Случај 3 - Применом Н-С-Ф-А алгоритма у овом случају врши се истовремена минимизација три функције циља које обухватају силе (у правцу x и y осе) и момент који су резултат инерције:

$$f_j = \frac{1}{\delta} \sqrt{\sum_{i=0}^{\delta} F_j^2(t_i)}, \quad (j=1, 2, 3) \quad \text{где је } \delta = 200 \text{ и } t = 0:0.01:0.2; \quad (2.140)$$

$$f_1 = F_{shx}, f_2 = F_{shy}, f_3 = M_{sh} \quad (2.141)$$

У Табели 2.4 приказане су почетне вредности пројектних променљивих (узете из [47]), оптималне вредности пројектних променљивих, као и њихове границе.

Пројектне променљиве	Оригина лне вредност и (узете из [47])	Случај 1			Случај 2			Случај 3			Границе
		FA	CS	H-CS-FA	FA	CS	H-CS-FA	FA	CS	H-CS-FA	
L_1 (m)	0.100	0.104	0.120	0.080	0.819	0.120	0.080	0.119	0.120	0.080	0.08-0.120
L_2 (m)	0.400	0.366	0.441	0.480	0.406	0.458	0.480	0.394	0.453	0.427	0.320-0.480
L_3 (m)	0.320	0.369	0.256	0.256	0.319	0.256	0.256	0.315	0.256	0.256	0.256-0.384
L_4 (m)	0.600	0.611	0.529	0.568	0.566	0.557	0.607	0.549	0.536	0.557	0.480-0.720
α_1 (rad)	0	0.422	3.642	3.197	1.974	2.998	2.982	3.063	3.023	3.144	0-2*pi
α_2 (rad)	0	0.100	5.311	1.799	2.459	1.022	0.947	0.046	6.283	3.951	0-2*pi
α_3 (rad)	0	0.862	5.711	2.482	1.465	4.476	1.583	5.992	1.990	1.984	0-2*pi
m_1 (kg)	0.360	0.215	0.010	1.535	1.967	3.000	1.721	2.172	1.200	1.000	0.01-3
m_2 (kg)	1.296	1.326	1.000	0.800	0.923	0.800	0.831	1.434	1.600	1.010	0.8-1.6
m_3 (kg)	1.046	0.886	1.007	0.819	0.841	1.394	0.857	0.879	0.634	0.532	0.5-1.5
J_{C_1} (kgm ²)	$4.13 \cdot 10^{-4}$	$34.39 \cdot 10^{-4}$	$43.31 \cdot 10^{-4}$	$30.634 \cdot 10^{-4}$	$51.43 \cdot 10^{-4}$	$49.04 \cdot 10^{-4}$	$26.705 \cdot 10^{-4}$	$55.59 \cdot 10^{-4}$	$53.01 \cdot 10^{-4}$	$45.156 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}-60 \cdot 10^{-4}$
J_{C_2} (kgm ²)	$1.87 \cdot 10^{-2}$	$4.07 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$5.575 \cdot 10^{-2}$	$6.567 \cdot 10^{-2}$	$3.39 \cdot 10^{-2}$	$2.122 \cdot 10^{-2}$	$2.5 \cdot 10^{-2}$	$4.1 \cdot 10^{-2}$	$2.191 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}-7 \cdot 10^{-2}$
J_{C_3} (kgm ²)	$9.85 \cdot 10^{-3}$	$13.47 \cdot 10^{-3}$	$15.61 \cdot 10^{-3}$	$8.001 \cdot 10^{-3}$	$17.925 \cdot 10^{-3}$	$9.98 \cdot 10^{-3}$	$8.002 \cdot 10^{-3}$	$14.23 \cdot 10^{-3}$	$12.25 \cdot 10^{-3}$	$10.101 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}-18 \cdot 10^{-3}$
d_1 (m)	0.050	0.016	0.072	0.048	0.034	0.057	0.0535	0.081	0.100	0.082	0.001-0.1
d_2 (m)	0.200	0.070	0.086	0.041	0.025	0.807	0.048	0.049	0.116	0.007	0.001-0.400
d_3 (m)	0.160	0.044	0.0933	0.002	0.016	0.039	0.010	0.112	0.091	0.001	0.001-0.320

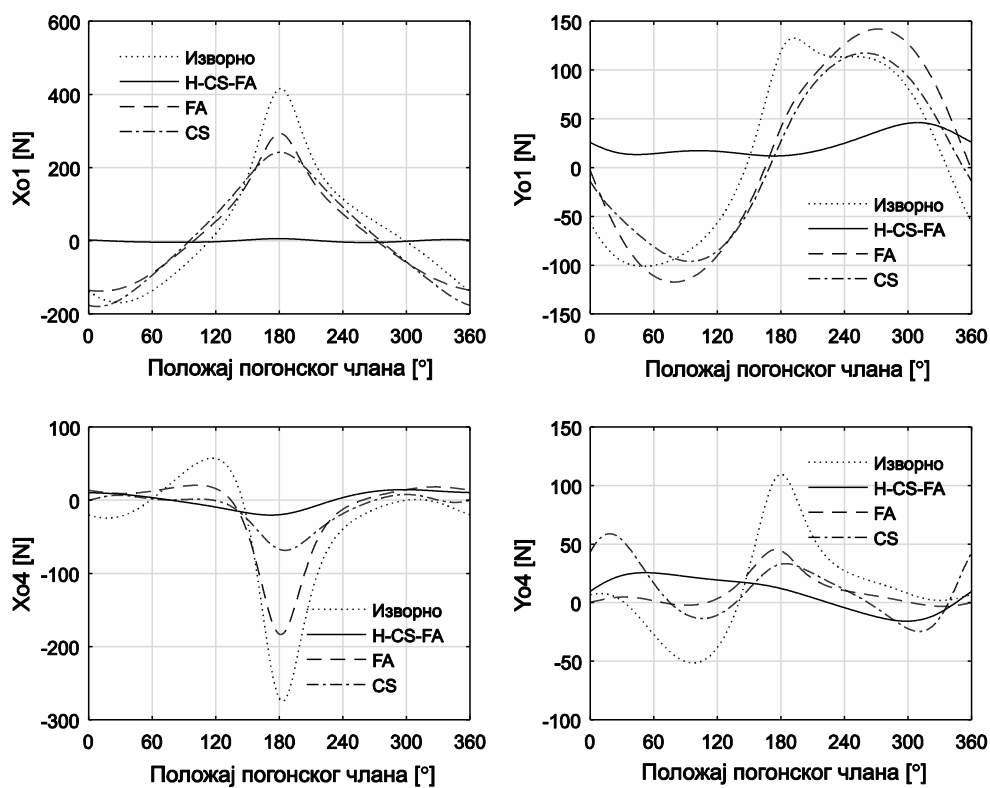
Табела 2.4 Оригиначне (неоптимизоване) вредности параметара зглобног четвороугла

Контролни параметри алгоритма коришћени у поступку оптимизације за сва три случаја дати су у Табели 2.5.

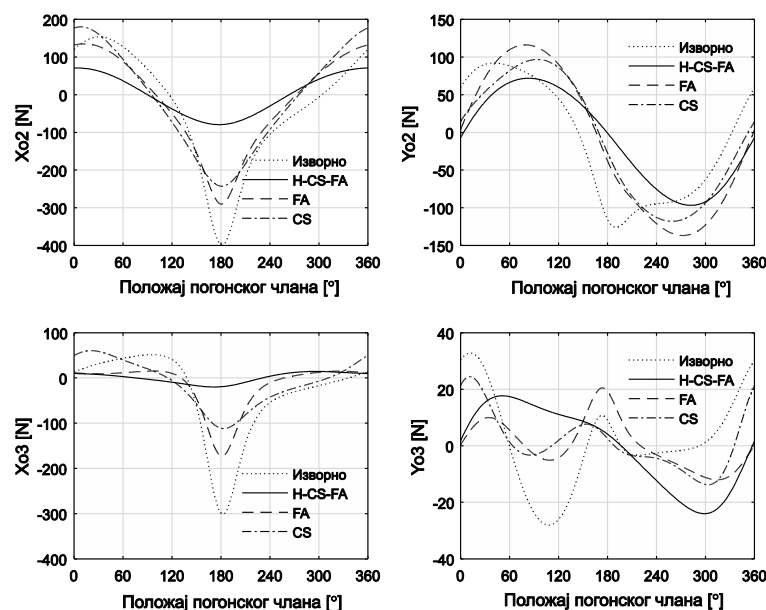
Параметар	Ознака	Вредност
Број гнезда	n	25
Вероватноћа откривања кукавичјег јајета	p_a	0.25
Максималан број итерација	$iter\ max$	500
Број свитаца	n_f	40
Параметар рандомизације	α	0.5
Коефицијент апсорпције	γ	1
Привлачност	β_0	0.2
Број пројектних променљивих	d	16

Табела 2.5 Контролни параметри H-CS-FA алгоритма

На слици 2.14 приказане су реакције веза у непокретним ослоњцима код неоптимизованог и оптимизованог механизма за *Случај 1*.

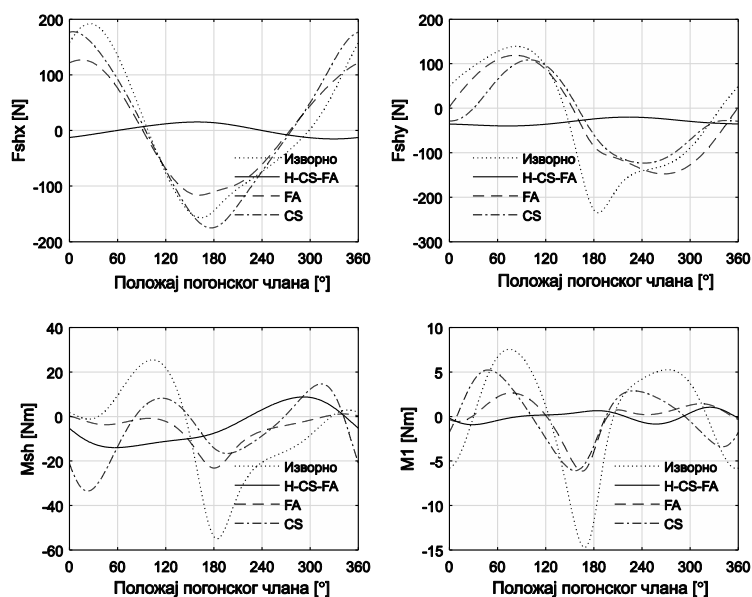


Сл.2.14 Неоптимизоване и оптимизоване вредности реакција веза у непокретним ослоњцима (*Случај 1*)



Сл. 2.15 Неоптимизоване и оптимизоване вредности реакција веза у зглобовима O_2 и O_3 (Случај 1)

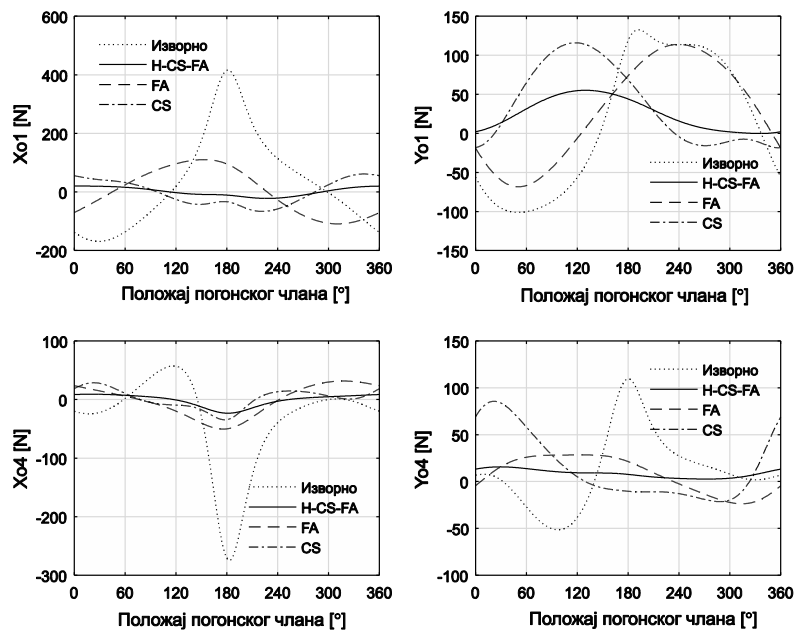
Слично, неоптимизоване и оптимизоване вредности реакција веза у покретним зглобовима O_2 и O_3 приказане су на слици 2.15. Оптимизоване вредности реакција веза у свим ослонцима значајно су мање у поређењу са почетним вредностима истих. Коришћењем хибридног алгоритма постигнуто је смањење од 97.834%, 71.329%, 80.633% и 53.898%, у вредностима X_{O1}, Y_{O1}, X_{O4} и Y_{O4} , респективно. Реакције у покретним зглобовима, X_{O2}, Y_{O2}, X_{O3} и Y_{O3} смањене су за 61.586% , 23.615%, 84.641% и 1.919%, респективно.



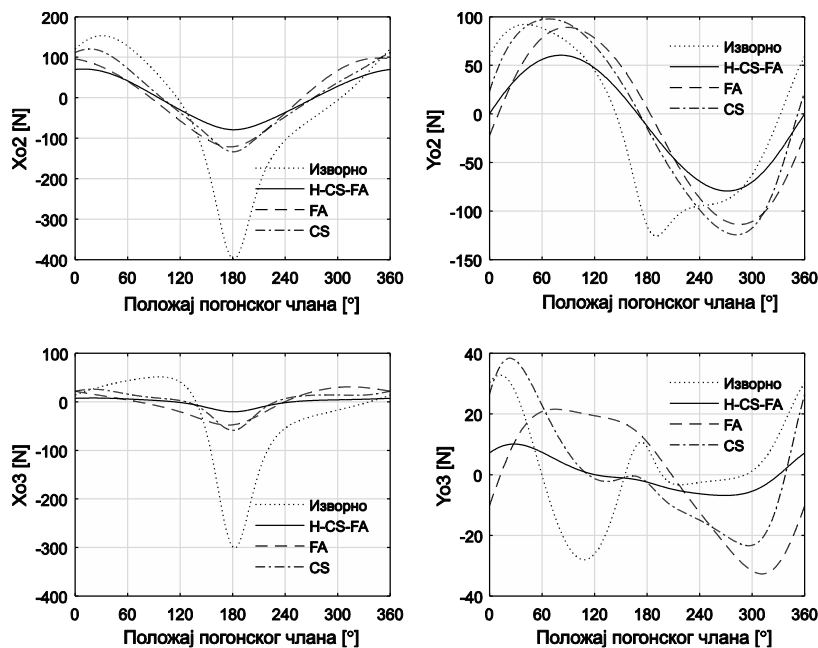
Сл.2.16 Неоптимизоване и оптимизоване вредности погонског момента и динамичких оптерећења услед инерцијалних сила (Случај1)

Слика 2.16 приказује вредности динамичких оптерећења услед инерције као и вредност погонског момента, пре и након поступка оптимизације, за *Случај 1*.

У *Случају 2*, применом H-CS-FA алгоритма у поступку оптимизације добијају се вредности реакција веза у непокретним ослонцима које су значајно мање у поређењу са неоптимизованим вредностима.



Сл.2.17 Неоптимизоване и оптимизоване вредности реакција веза у непокретним ослонцима (*Случај 2*)

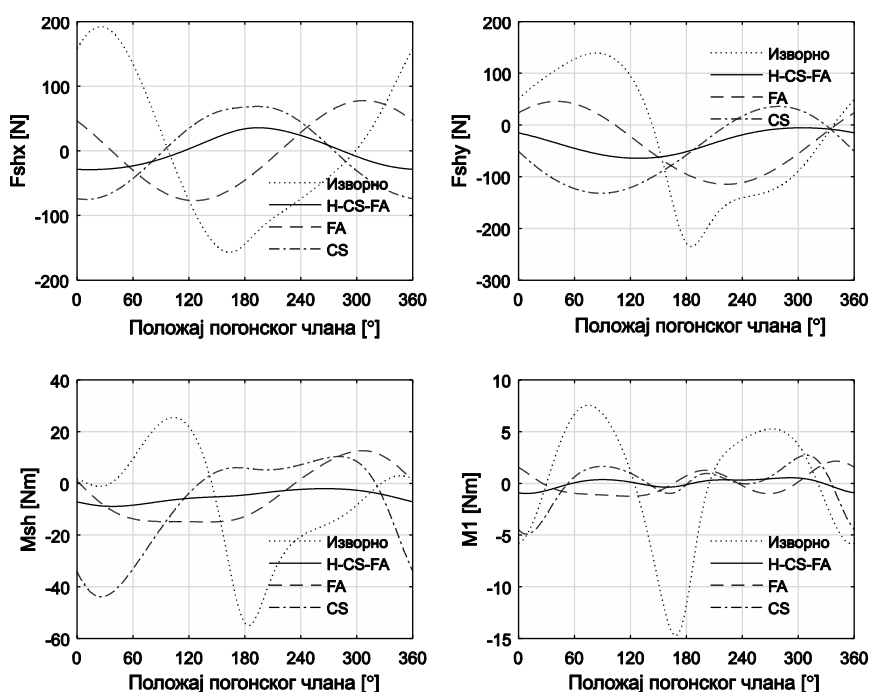


Сл.2.18 Неоптимизоване и оптимизоване вредности реакција веза у зглобовима O_2 и O_3 (*Случај 2*)

Другим речима, применом хибридног алгоритма постигнуто је смањење од 90.293%, 69.216%, 84.639% и 72.665%, у вредностима X_{O1}, Y_{O1}, X_{O4} и Y_{O4} , респективно (слика 2.17).

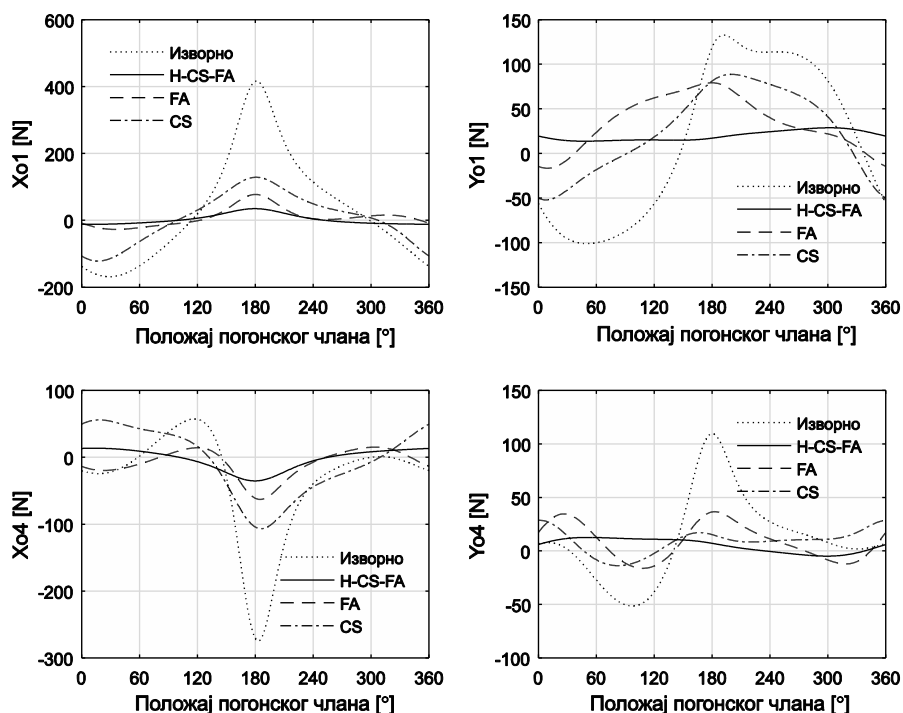
Слично, реакције веза у покретним зглобовима, X_{O2}, Y_{O2}, X_{O3} и Y_{O3} смањене су за 62.992%, 36.711%, 89.406% и 61.962%, респективно, док је оптимална вредност погонског момента умањена за 92.546% у односу на изворну (неоптимизовану) вредност (слика 2.18).

Промена вредности сила (дуж оса x и y) и момента који су резултат инерције као и погонског момента, пре и након поступка оптимизације, за *Случај 2*, приказана је на слици 2.19.



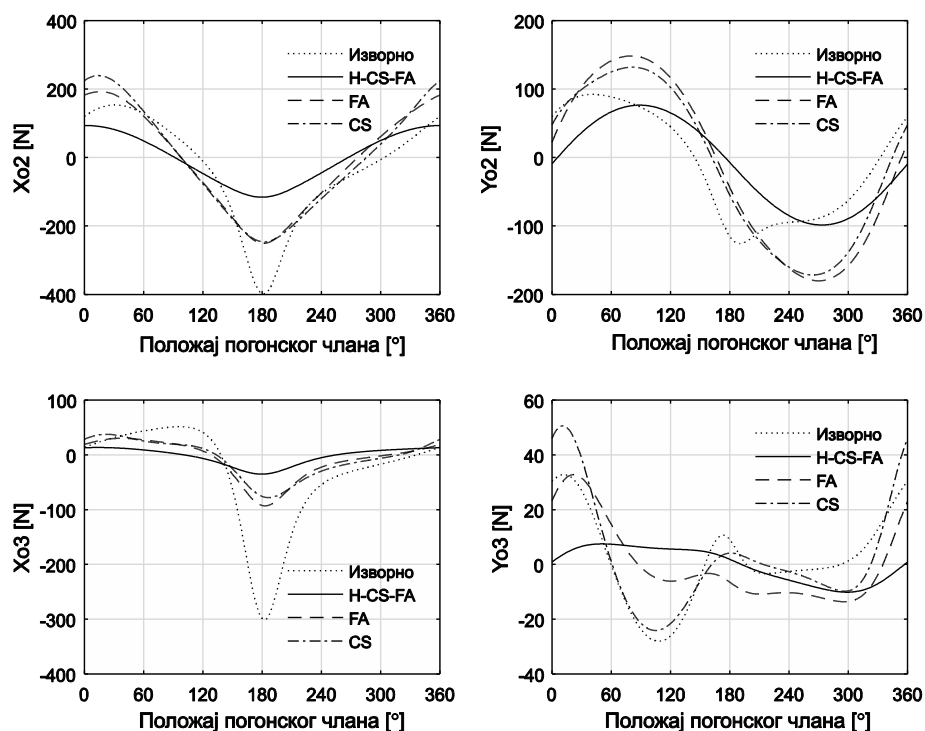
Сл.2.19 Неоптимизоване и оптимизоване вредности динамичких оптерећења услед инерције и погонског момента (*Случај 2*)

На слици 2.20 представљене су изворне (неоптимизоване) и оптимизоване вредности реакција веза у непокретним ослонцима за *Случај 3* код посматраног четворочланог механизма.

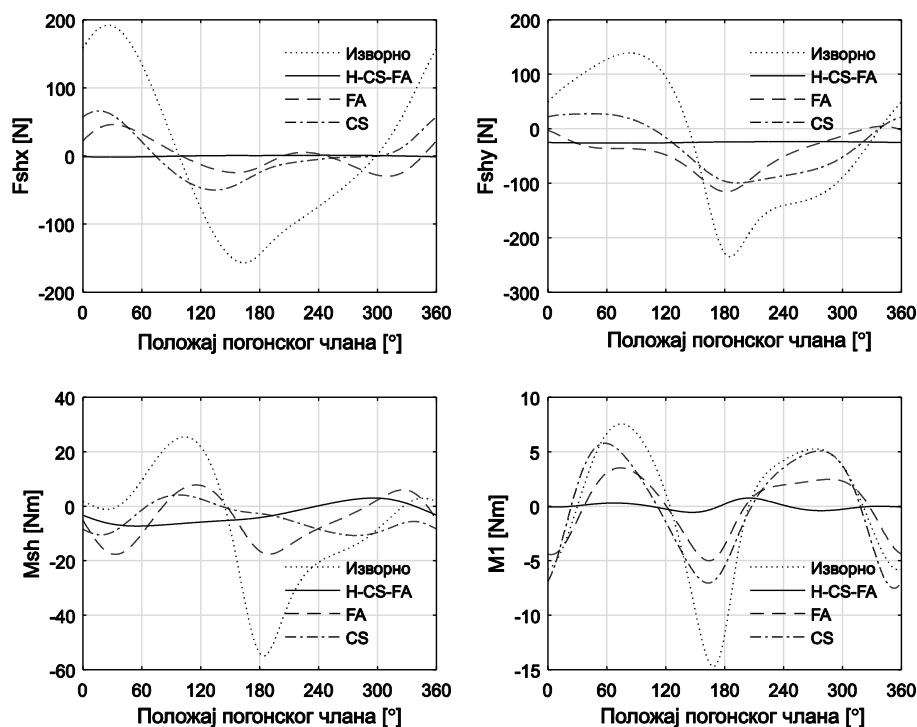


Сл. 2.20 Неоптимизоване и оптимизоване вредности реакција веза у непокретним ослоњцима (Случај 3)

Реакције веза у зглобовима O_2 и O_3 за Случај 3 приказане су на слици 2.21, док су динамичка оптерећења услед инерције за исти случај приказана на слици 2.22.



Сл.2.21 Неоптимизоване и оптимизоване вредности реакција веза у зглобовима O_2 и O_3 (Случај 3)



Сл.2.22 Неоптимизоване и оптимизоване вредности компонената инерцијалне силе, инерцијалног момента и погонског момента (Случај3)

Применом поступка оптимизације у *Случају 3* постигнуто је значајно смањење вредности реакција веза у зглобовима O_2 и O_3 , погонског момента и динамичких оптерећења насталих као резултат инерције.

Резултати приказани сликама 2.14-2.22 добијени су на основу оптималних вредности пројектних променљивих које су дате у Табели 4. На истим сликама приказани су резултати добијени применом хибридног H-CS-FA алгоритма, као и резултати добијени применом основних алгоритама (CS и FA). Добијени резултати недвосмислено показују ефикасност хибридног алгоритма.

Посматрајући Табелу 2.4, може се уочити да се оптималне вредности неких пројектних променљивих $(L_1, L_2, L_3, m_2, J_{C_3}, d_3)$ подударују са горњом/доњом границом за ове променљиве. Из тог разлога извршено је проширење простора претраге, тј. проширене су границе ових променљивих како би се тестирала осетљивост H-CS-FA алгоритма.

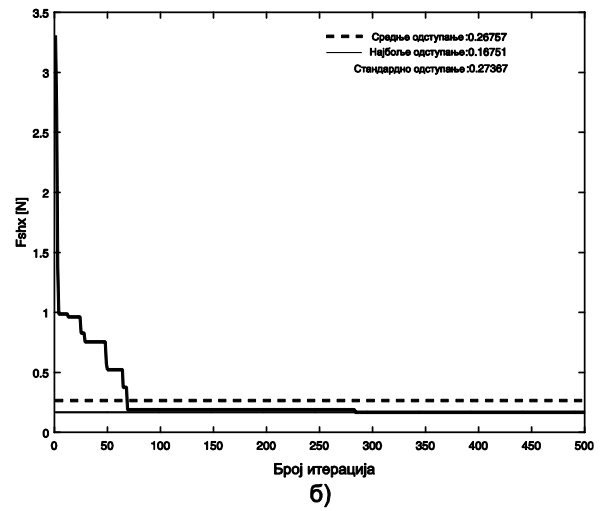
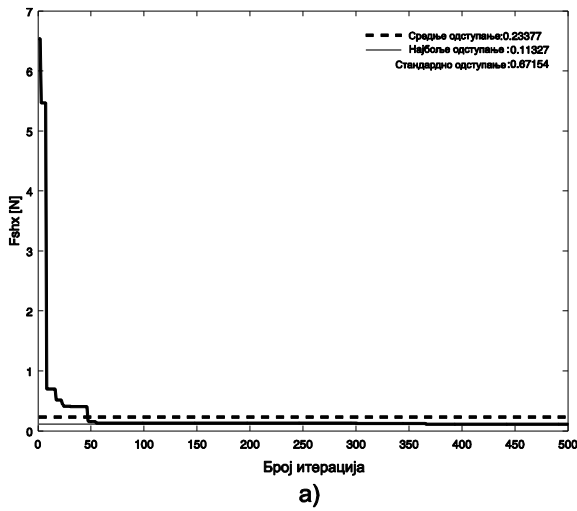
Оптималне вредности пројектних променљивих и проширене границе за горе наведене променљиве приказане су у Табели 2.6.

Случај 3			
Пројектне променљиве	Оригиналне вредности ([47])	Н-CS-FA	Границе
L_1 (m)	0.100	0.064	0.04-0.120
L_2 (m)	0.400	0.518	0.320-0.680
L_3 (m)	0.320	0.174	0.100-0.384
L_4 (m)	0.600	0.584	0.480-0.720
α_1 (rad)	0	3.223	0-2*pi
α_2 (rad)	0	5.543	0-2*pi
α_3 (rad)	0	2.876	0-2*pi
m_1 (kg)	0.360	1.040	0.01-3
m_2 (kg)	1.296	0.847	0.6-1.6
m_3 (kg)	1.046	0.560	0.5-1.5
J_{C_1} (kgm ²)	4.13*10 ⁻⁴	23.214*10⁻⁴	2*10 ⁻⁴ -60*10 ⁻⁴
J_{C_2} (kgm ²)	1.87*10 ⁻²	3.56*10⁻²	2*10 ⁻² -7*10 ⁻²
J_{C_3} (kgm ²)	9.85*10 ⁻³	16.32*10⁻³	6*10⁻³- 18*10⁻³
d_1 (m)	0.050	0.0527	0.001-0.1
d_2 (m)	0.200	0.0804	0.001-0.400
d_3 (m)	0.160	0.00057	0.0005-0.320

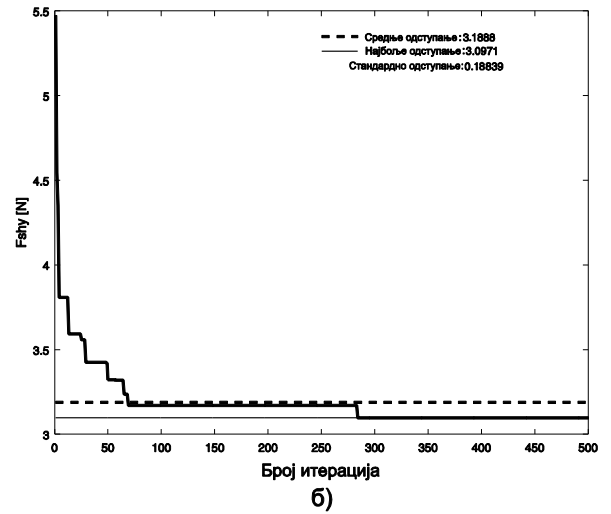
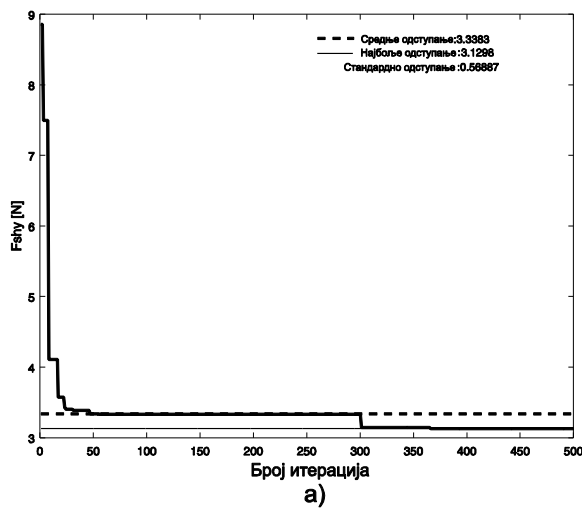
Табела 2.6 Оригинални и оптимизовани параметри четворочланог механизма за проширени простор претраге

Треба истаћи да је проширење простора претраге извршено само за *Случај 3* како би се извршило тестирање примењеног алгорита са аспекта брзине конвергенције и осетљивости граница. У Табели 2.6, вредности приказане искошеним словима представљају границе пројектних променљивих које су проширене у односу на првобитне (преузете из [47]) приказане у Табели 2.4. Треба приметити (Табела 2.6) да се проширењем простора претраге тј. задавањем ширих граница, оптималне вредности пројектних променљивих не подударају са доњим/горњим границама.

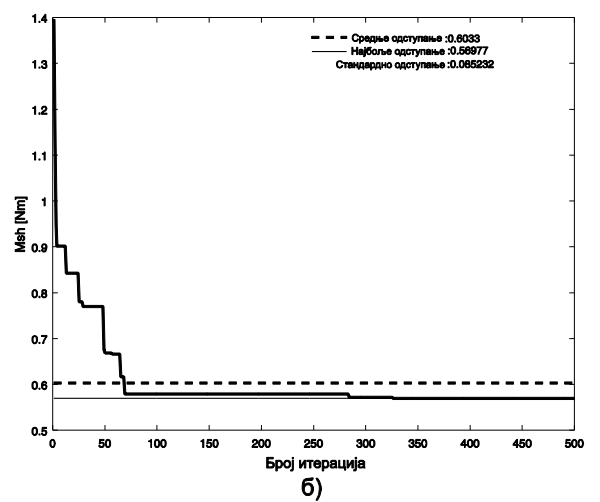
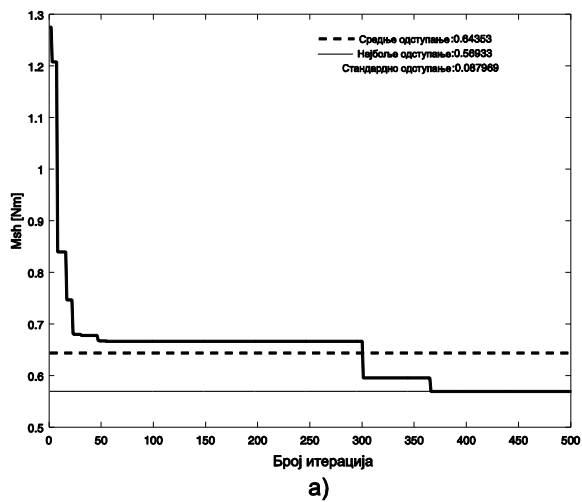
Дијаграми конвергенције дати су на сликама 2.23, 2.24 и 2.25 и то само за *Случај 3*. Дијаграми конвергенције на сликама 2.23 а), 2.24 а) и 2.25 а) одговарају ситуацији у којој је простор претраге у оквиру граница датих у Табели 4, док дијаграми конвергенције на сликама 2.23 б), 2.24 б) и 2.25 б) одговарају случају у коме је простор претраге проширен (границе пројектних променљивих узете из Табеле 2.6).



Сл. 2.23 Дијаграм конвергенције за F_{shx} (Случај 3)



Сл. 2.24 Дијаграм конвергенције за F_{shy} (Случај 3)



Сл.2.25 Дијаграм конвергенције за M_{sh} (Случај 3)

Са претходних слика (сл.2.23-2.25) може се видети да проширење простора претраге не утиче значајно на брзину конвергенције. Супротно градијентним методама код којих сужавањем простора претраге долази до рапидног повећања брзине конвергенције, биолошки инспирисани алгоритми показују незнатну промену брзине конвергенције при промени граница простора претраге. Чак штавише, за једну од три функције циља (M_{sh}) брзина конвергенције је боља у случају проширених граница (Слика 2.25).

Процентуална смањења вредности реакција веза у зглобовима, погонског момента и оптерећења услед инерцијалних сила за сва три разматрана случаја приказана су у Табели 2.7. Треба нагласити да су и овде разматране две варијанте за *Случај 3*: простор претраге са границама преузетим из Табеле 2.4 и проширени простор претраге у оквиру граница из Табеле 2.6. Проширењем граница пројектних променљивих за *Случај 3* процентуално смањење вредности функција циља (F_{shx}, F_{shy}, M_{sh}) остаје на приближно истом нивоу.

	Процентуално смањење вредности у односу на почетне (%)									
	Случај 1			Случај 2			Случај 3			
	FA	CS	H-CS-FA	FA	CS	H-CS-FA	FA	CS	H-CS-FA (Таб. 1)	H-CS-FA (Таб. 2)
$X_{o_1} [N]$	18.862	11.868	97.834	47.768	71.270	90.293	84.250	52.94	90.920	78.148
$Y_{o_1} [N]$	6.583	13.554	71.329	24.376	43.401	69.216	52.392	44.504	75.654	78.449
$X_{o_2} [N]$	13.803	4.415	61.586	45.107	43.507	62.992	2.602	10.843	48.323	49.284
$Y_{o_2} [N]$	18.329	0.904	23.615	6.952	1.943	36.711	53.680	42.945	20.381	53.846
$X_{o_3} [N]$	51.530	34.565	84.641	66.442	71.774	89.406	58.284	57.238	80.744	56.743
$Y_{o_3} [N]$	41.902	38.198	1.919	40.919	18.896	61.962	6.287	15.653	54.004	69.616
$X_{o_4} [N]$	34.515	70.755	80.633	56.957	74.490	84.639	67.804	18.934	76.029	46.395
$Y_{o_4} [N]$	66.865	33.413	53.898	40.632	9.603	72.665	49.635	59.394	77.687	78.915
$M_1 [Nm]$	70.061	44.981	90.317	81.166	71.922	92.546	52.759	21.615	94.762	81.788
$F_{shx} [N]$	21.432	4.292	90.385	50.261	52.053	79.055	81.238	73.805	99.186	98.853
$F_{shy} [N]$	17.343	36.838	71.947	48.487	41.272	69.698	59.69	56.217	77.396	78.234
$M_{sh} [Nm]$	65.140	30.427	51.629	39.912	10.770	69.338	52.416	65.564	76.383	77.178

Табела 2.7 Процентуална смањења за сва три разматрана случаја

Треба нагласити да осенчене вредности у Табели 2.7 представљају резултате добијене појединачном применом CS и FA алгоритма који су бољи у поређењу са резултатима добијеним применом H-CS-FA алгоритма. Вредности приказане подебљаним словима (Табела 2.7) означавају функције циља које се оптимизују у разматраном случају. Напослетку, анализирајући податке приказане у Табели 2.7, може се закључити да се применом H-CS-FA алгоритма у сва три разматрана случаја остварује смањење свих оптимизованих вредности. Такође, за *Случај 1* и *Случај 2*, H-CS-FA алгоритам обезбеђује веће процентуално смањење вредности величина у поређењу са CS и FA. У *Случају 2*, у поређењу са алгоритмима CS и FA, употреба H-CS-FA алгоритма резултира значајним смањењем свих оптимизованих вредности. Са аспекта минимизације реакција веза у унутрашњим зглобовима (зглобови 2 и 3) за разматрани тип раванског механизма, најбоље је користити функцију циља (2.138) која се састоји од појединачних функција дефинисаних за *Случај 2*.

2.5 Закључне напомене уз 2. поглавље

У овом поглављу представљени су различити методи којима се постиже уравнотежење раванских механизма. У одељку 2.2 представљена су два начина минимизације реакција веза у зглобовима серијског манипулатора са два степена слободне кретања. У првом методу, уравнотежење реакција веза остварује се применом интерполационих полинома, док се код другог начина уравнотежење заснива на додавању противтегова. Треба истаћи и чињеницу да су реакције веза одређене применом новог метода који се базира на Лагранжевим једначинама са множитељима веза, техници трансформације брзина и представљању чланова манипулатора коришћењем еквивалентног система концентрисаних маса. Проширење предложеног метода на системе који се састоје од n равних чланова међусобно повезаних обртним зглобовима је једноставно. Предложени метод одређивања реакција веза је у рачунском смислу доста ефикаснији од метода описаног у [57], јер не захтева израчунавање кинематичких карактеристика чланова (угаоних брзина, угаоних убрзања, брзина и убрзања средишта маса чланова). Метод формулисања једначина кретања, описан у одељку 2.3.2, може се користити као алтернатива методу који се заснива на Њутн-Ојлеровим једначинама [64,65,66], као и методу заснованом на Њутновим једначинама кретања материјалне тачке [54,69]. Такође, показано је да је коришћењем методе противтегова постигнуто потпуно уравнотежење динамичких реакција веза у зглобу O_1 . У одељку 2.2 приказани су резултати који су настали у процесу израде ове дисертације и публиковани су у [52].

У одељку 2.3 описан је проблем минимизације тј. уравнотежења динамичких оптерећења услед инерције код зглобног четворочланог механизма. За одређивање реакција веза примењен је конвенционалан поступак који се заснива на коришћењу диференцијалних једначина равнoг кретања. Проблем уравнотежења овде се решава применом вишекритеријумске оптимизације. Извршена је истовремена минимизација осам функција циља којима се оптимизује расподела масе сваког члана. У процесу оптимизације примењена је побољшана верзија стандардног алгоритма свица, под називом суб-популацијски алгоритам свица. Добијени резултати показују значајно смањење вредности динамичких оптерећења услед инерције, као и смањење погонског момента и реакција веза у непокретним ослонцима. Предложени алгоритам и вишекритеријумски приступ могу се применити за различите типове равних механизма. Резултати приказани у одељку 2.3 настали су на бази истраживања у процесу израде ове дисертације и публиковани су у [71].

У одељку 2.4 описан је проблем минимизације динамичких оптерећења зглобног четворочланог механизма. Реакције веза у зглобовима одређене су применом новог метода у коме се одређивање положаја чланова заснива се на коришћењу апсолутних координата. Проблем минимизације реакција веза решен је као вишекритеријумски оптимизациони проблем. Поред тога, представљен је нов приступ у вишекритеријумској оптимизацији којим се постиже истовремена минимизација више функција циља. Разматрана су три случаја у којима се оптимизацијом расподеле масе сваког члана механизма истовремено минимизира осам, девет или три функције циља. Хибридни алгоритам под називом hybrid cuckoo search and firefly algorithm (H-CS-FA), примењен је у циљу минимизације динамичких оптерећења механизма. Добијени резултати показују да се адекватним одабиром функција циља и применом H-CS-FA у поступку вишекритеријумске оптимизације добијају значајно мање вредности динамичких оптерећења. Тиме је доказана ефикасност H-CS-FA. За разлику од досадашњих приступа у литератури где су разматране само реакције веза у непокретним ослонцима, O_1 и O_4 , овде су приликом решавања проблема динамичког уравнотежења четвороугаоног механизма узете у обзир реакције веза у сва четири зглоба. Одељак 2.4 настао је на основу публикације [80] тј. на основу резултата који су приказани у истој.

3. ДИНАМИЧКО МОДЕЛИРАЊЕ МАНИПУЛАТОРА СА ЈЕДНИМ ЕЛАСТИЧНИМ ЧЛАНОМ

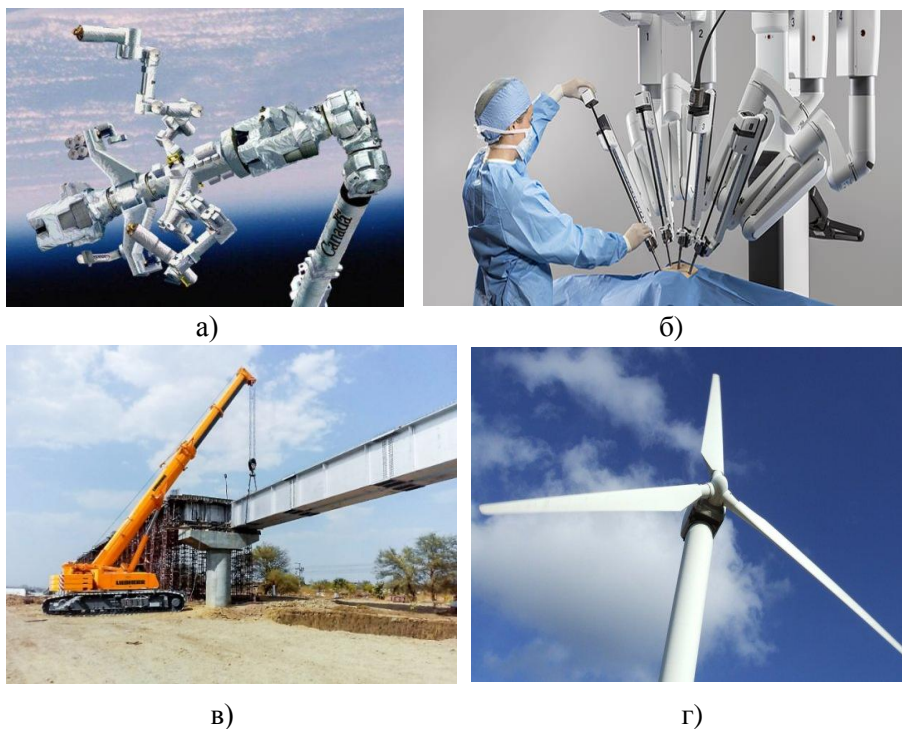
3.1 Уводна разматрања

У новије време роботски манипулатори су широко заступљени у различитим гранама индустрије како би одменили људе у ризичним, тешким, али и у монотоним пословима. Највећи број постојећих роботских манипулатора припада класи манипулатора са крутим члановима. Начин израде ових манипулатора је такав да обезбеђује већу крутост, односно мање вибрације извршног члана, чиме се постиже прецизност истих. Процес конструисања манипулатора са крутим члановима подразумева употребу тежих материјала и робуснији дизајн [87]. Међутим, основни недостаци ових крутих манипулатора су велика потрошња енергије, мале оперативне (радне) брзине, смањена продуктивност и безбедност у раду. Међутим, масовна производња као императив савремене индустрије подразумева рад при великим оперативним брзинама. У том смислу, проблем конструисања роботских манипулатора који постижу велике радне брзине (при којима долази до појаве вибрација) и омогућавају прецизност крајњег члана манипулатора, представља велики изазов за истраживаче и конструкторе.

У циљу побољшања продуктивности и постизања већих брзина примењују се манипулатори са еластичним члановима. Конструисање ове врсте роботских манипулатора подразумева смањење тежине чланова, тј. примену еластичних материјала. Манипулатори са еластичним члановима поседују низ предности у односу на оне са крутим члановима. Ове предности огледају се у нижим трошковима израде, мањој потрошњи енергије услед коришћења актуатора мање снаге, већој радној брзини, бољој преносивости услед мање тежине, као и већој безбедности у раду. Међутим, постоје и одређени недостаци ових манипулатора. Они се пре свега огледају у појави вибрација услед мале крутости, затим јављају се статички угиби услед спољних утицаја, а могу се јавити и конструктивне грешке [88].

Са аспекта физике, крути манипулатор има само једну основну фреквенцију вибрација чија је вредност бесконачна, док манипулатор са еластичним члановима има већи број фреквенција вибрација чије су вредности коначне [89]. Овим је омогућено да се крути манипулатор може кретати при било којој жељеној брзини без значајног деформисања врхова и без деформације тела. Супротно, код манипулатора са еластичним члановима долази до значајног деформисања врхова у нормалним условима рада. Крути манипулатор има коначан број степени слободе кретања, док манипулатор са еластичним члановима има бесконачан број степени слободе [89]. Стога се, конвенционални крути манипулатор математички описује обичним диференцијалним једначинама, док се манипулатор са еластичним члановима мора описивати парцијалним диференцијалним једначинама.

Као што је већ истакнуто, манипулатори са еластичним члановима могу наћи примену у различитим областима. У ваздухопловној индустрији ова врста манипулатора користи се код НАСА даљинских система (сл. 3.1а), док се у грађевинарству примењује код роботских система крана (сл.3.1в). Поред тога, манипулатори са еластичним члановима примењују се код алтернативних извора енергије тј. код лопатица турбине ветрогенератора (сл.3.1г), а у новије време своје место пронашли су и у медицини (сл.3.1б).



Слика 3.1 Примери примене манипулатора са еластичним члановима: а) НАСА даљински системи [90]; б) хируршки уређаји у медицини [91]; в) роботски кран у грађевинарству [92]; г) лопатице турбине ветрогенератора [93]

Међутим, главни проблем који се јавља код манипулатора са еластичним члановима јесу вибрације, због чега су моделирање и контрола ових манипулатора доста тежи у поређењу са крутим.

3.2 Моделирање манипулатора са еластичним члановима

Приликом моделирања ове врсте манипулатора мора се узети у обзир еластичност чланова. Због добрих перформанси, манипулатори са еластичним члановима имају широку примену, јер омогућавају постизање великих радних брзина и малу потрошњу енергије. Међутим, како су еластични чланови манипулатора изложени сложеним деформацијама, њихово моделирање представља велики изазов.

У општем случају, еластични чланови манипулатора изложени су увијању, савијању и притиску. Приликом моделирања еластичног члана манипулатора који је изложен савијању најчешће се примењује Euler–Bernoulli-јева теорија еластичних штапова. Међутим, ова теорија не узима у обзир смицање и утицај инерције попречног пресека. Описани недостатак отклања се применом Timoshenko-ве теорије еластичних штапова.

Повезивање суседних чланова манипулатора врши се зглобовима који се моделирају као чисте опруге. Са друге стране, услед мале инерције, погонске компоненте (вратила, ремени преносници и др.) имају малу кинетичку енергију, па се могу моделирати помоћу концентрисаних маса и опруга.

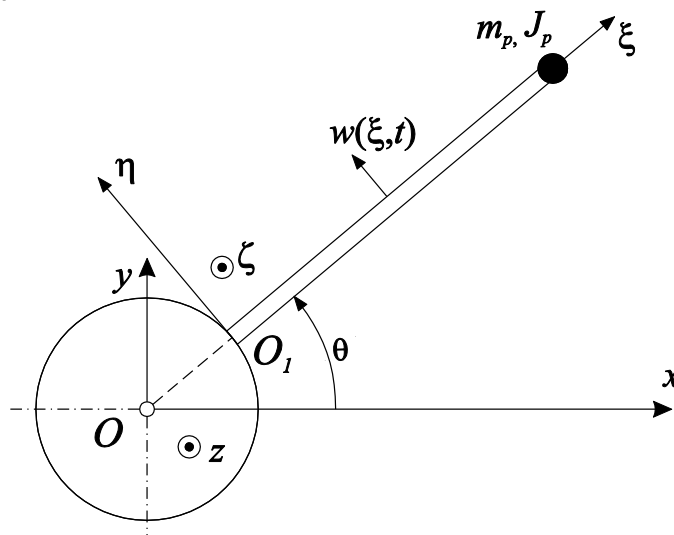
Као што је претходно речено, манипулатор са еластичним члановима описује се системом парцијалних диференцијалних једначина. Како овај систем најчешће садржи велики број једначина, а тачно решење система није могуће одредити у практичним примерима, то је неопходно извршити дискретизацију применом неке од познатих метода. Најчешће коришћене методе за дискретизацију система једначина којима се описује динамика манипулатора су: метод претпостављених модова осциловања (assumed modes method-АММ), метод коначних елемената (finite element method-FEM) и метод концентрисаних маса (параметара). Прве две методе заснивају се на коришћењу Lagrange-ових или Newton–Euler-ових једначина. Са аспекта анализе, метод концентрисаних маса представља најједноставнији метод помоћу кога се манипулатор моделира као систем концентрисаних маса и опруга.

И поред постојања комплексних индустријских манипулатора, значајно место у литератури посвећено је манипулаторима који садрже један еластични члан. Разлог за то лежи у чињеници да разумевање ових једноставних манипулатора омогућава

моделирање и контролу сложенијих. Осим тога, због сложених деформација чланова немогуће је успоставити тачан динамички модел чак и код најједноставнијих манипулатора са једним чланом. У том смислу потребно је увести одређене претпоставке и поједностављења која се тичу деформације чланова. Зато ће у наредном поглављу бити спроведена детаљна анализа и објашњене апроксимације које је потребно извршити како би се добио што тачнији динамички модел обртног манипулатора који има један еластични члан.

3.3 Моделирање манипулатора са једним еластичним чланом применом новог метода са концентрисаним масама

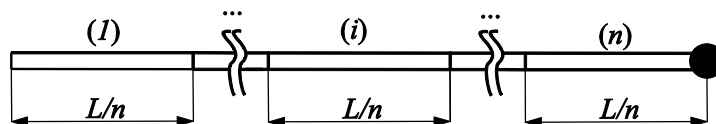
Предмет анализе у овом одељку биће манипулатор са једним еластичним чланом, приказан на слици 3.2. Поменути манипулатор састоји се од обртне круте главчине која се погони применом погонског спрега сила момента $\tau(t)$ и еластичног члана који је фиксиран за главчину. Главчина има момент инерције J_H и радијус r_H . Еластични члан носи терет који је моделиран као материјална тачка чија је маса m_p и момент инерције J_p . Дужина штапа је L , маса m , док је са E означен Јунгов модул еластичности. Осим тога, момент инерције попречног пресека штапа је I_z , површина попречног пресека штапа је A , док је ρ густина материјала од кога је израђен штап.



Слика 3.2 Манипулатор са једним еластичним чланом

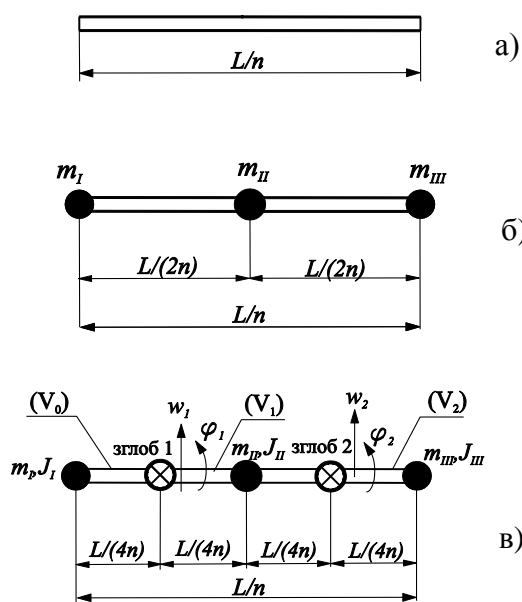
За потребе анализе која следи уведена су два координатна система - непокретни инерцијални координатни систем $Oxyz$ и покретни координатни систем $O_1\xi\eta\zeta$ (слика 3.2). Координатни почетак O_1 покретног координатног система лежи на споју главчине и еластичног члана, док се оса ξ поклапа са неутралном осом недеформисаног члана манипулатора. Угао θ представља угао ротације главчине око вертикалне осе Oz .

На слици 3.4 детаљно је представљен поступак дискретизације еластичног члана манипулатора. Доминантно оптерећење еластичног члана манипулатора је савијање. Према модификованој варијанти Хенску-евог метода крутих сегмената [94], члан манипулатора може бити подељен на n једнаких сегмената дужине L/n , као што је приказано на слици 3.3.



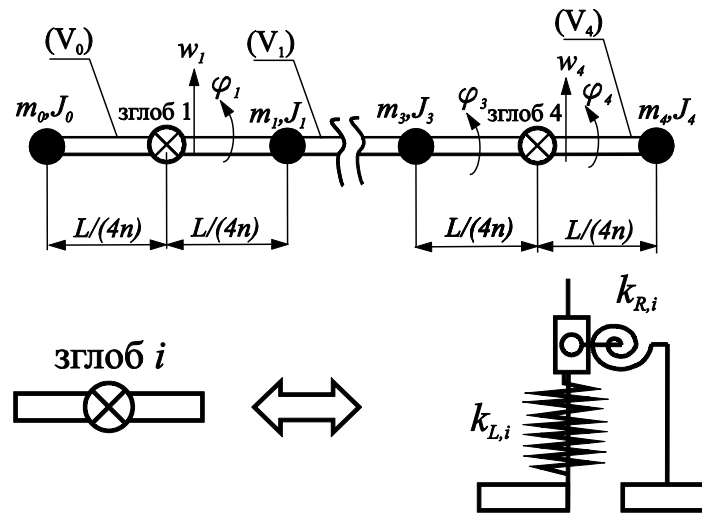
Слика 3.3 Подела еластичног члана манипулатора на n сегмената

Затим, примењујући Routh-ову методу која је детаљно описана у претходном поглављу, сваки сегмент биће представљен динамички еквивалентним системом од три концентрисане масе (слика 3.4б). Последњи корак у дискретизацији еластичног члана манипулатора је његово моделирање применом Timoshenko-ве теорије еластичних штапова (Слика 3.4в).



Слика 3.4 Поступак дискретизације еластичног сегмента

Као што је напред речено, у Timoshenko-вој теорији еластичних штапова разматрају се само попречне деформације услед савијања $w(\xi, t)$, при чему се узима у обзир утицај смицања и утицај инерције попречног пресека штапа. Овде је еластични члан манипулатора подељен на два сегмента, тј. узето је да је $n = 2$.



Слика 3.5 Представљање еластичног члана манипулатора применом Хенкијевог (Hencky) метода крутих сегмената

Као што се може видети са слике 3.5 број лаких крутих штапова N може се изразити преко броја подела n , као $N = 2n + 1$. У даљим разматрањима занемарује се утицај силе Земљине теже.

Према Routh-овој методи, круто тело и систем концентрисаних маса су динамички еквивалентни ако имају исте масе, исти положај средишта маса и исти момент инерције (видети слику 3.4б). Из ових услова и узимајући у обзир релацију $m = \rho AL$, добија се:

$$m_0 = \frac{\rho AL}{6n}, \quad m_1 = m_3 = \frac{2\rho AL}{3n}, \quad m_2 = \frac{\rho AL}{3n}, \quad m_4 = \frac{\rho AL}{6n} + m_p \quad (3.1)$$

Пошто се еластични сегмент манипулатора разматра као Timoshenko-ов штап, потребно је свакој концентрисаној маси придружити одговарајући момент инерције, као што следи:

$$J_0 = \frac{\rho I_z L}{6n}, \quad J_1 = J_3 = \frac{2\rho I_z L}{3n}, \quad J_2 = \frac{\rho I_z L}{3n}, \quad J_4 = \frac{\rho I_z L}{6n} + J_p \quad (3.2)$$

Треба приметити да величине J_0, J_1, \dots, J_4 имају исте односе вредности као и одговарајуће масе m_0, m_1, \dots, m_4 .

Лаки крути штапови $(V_i) (i = 0, \dots, 4)$ међусобно су повезани зглобовима без трења који имају два степена слободе (видети сл. 3.5). Један у правцу попречних деформација којим се описује релативна translација w_i и други којим се описује релативна ротација

φ_i лаког штапа (V_i) у односу на претходни лаки штап (V_{i-1}). У правцу оба релативна померања постављене су опруге чија се крутост одређује помоћу следећих израза:

$$k_{R,i} = \frac{EI_z}{L/(2n)}, \quad k_{L,i} = \frac{12EI_z}{(L/(2n))^3(1+\Phi_y)}, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (3.3)$$

где је Φ_y величина одређена следећом релацијом:

$$\Phi_y = \frac{12EI_z}{GAk(L/(2n))^2}, \quad (3.4)$$

при чему је k коефицијент смицања и G је модул смицања. Генералисане координате којима се дефинишу положаји лакних штапова (V_i) ($i = 1, \dots, 4$) у односу на покретни координатни систем, одређене су на мало другачији начин у односу на генералисане координате које се користе у [94]. Наиме, генералисане координате w_i и φ_i одређују положај лаког штапа (V_i) ($i = 1, \dots, 4$) у односу на систем $O_1\xi\eta\zeta$ (видети Сл.3.6) и представљају, респективно, релативно линијско померање у i -том зглобу и угаоно померање штапа (V_i) у односу на покретни систем $O_1\xi\eta\zeta$. Треба имати на уму да је крути штап (V_0) фиксиран за главчину, тако да је непокретан у односу на систем $O_1\xi\eta\zeta$, док је његов положај у односу на координатни систем $Oxyz$ описан генералисаном координатом θ , која представља угао обртања главчине око z -осе. Овакав избор генералисаних координата омогућава формулисање одговарајућих диференцијалних једначина кретања еластичног члана манипулатора, који је моделиран као Euler-Bernoulli-јев штап, без коришћења инверзних матрица (видети једначине (33)-(37) у [95]). Треба напоменути да уколико се еластични члан манипулатора моделира у оквиру Euler-Bernoulli-јеве теорије еластичних штапова [95], онда треба узети да је $J_i = 0$ ($i = 0, \dots, 4$) и $\Phi_y = 0$. Такође, у случају Rayleigh-јеве теорије еластичних штапова [95] треба узети само да је $\Phi_y = 0$.

3.4 Формулисање диференцијалних једначина кретања манипулатора

3.4.1 Одређивање кинетичке енергије

Кинетичка енергија система крутих тела приказаног на слици 3.6 може се записати на сличан начин као у [52]:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{y}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{y}} \quad (3.5)$$

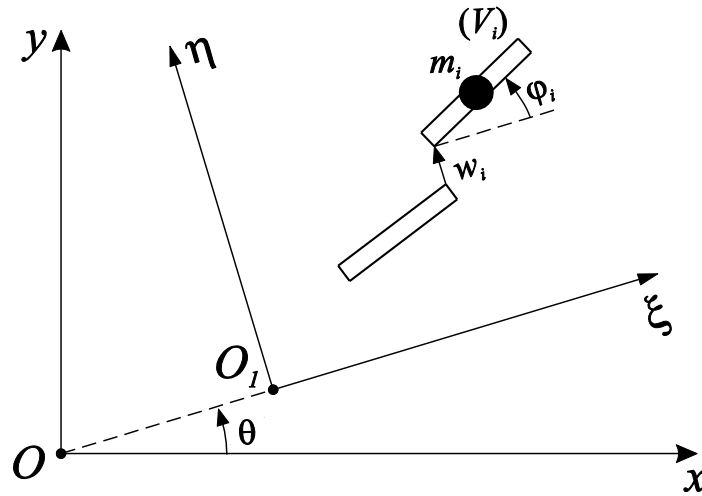
где је $\mathbf{M} = \text{diag}\left(J_H^*, m_1, m_1, J_1, \dots, m_4, m_4, J_4\right)$ матрица инерције, $J_H^* = J_H + J_0 + m_o r_H^2$, $\mathbf{y} = [\theta, x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_4, y_4, \theta_4]^T$ је вектор апсолутних Декартових генералисаних координата система [96], док $x_i (i=1, \dots, 4)$ и $y_i (i=1, \dots, 4)$ представљају Декартове координате концентрисаних маса у односу на координатни систем $Oxyz$, чији се положај може описати следећим релацијама (видети слику 3.6):

$$x_1 = \left(r_H + \frac{L}{4n}\right) \cos \theta - w_1 \sin \theta + \frac{L}{4n} \cos(\theta + \varphi_1), \quad (3.6)$$

$$y_1 = \left(r_H + \frac{L}{4n}\right) \sin \theta + w_1 \cos \theta + \frac{L}{4n} \sin(\theta + \varphi_1), \quad (3.7)$$

$$x_j = \left(r_H + \frac{L}{4n}\right) \cos \theta - \sum_{s=1}^j w_s \sin \theta + \sum_{s=1}^{j-1} \frac{L}{2n} \cos(\theta + \varphi_s) + \frac{L}{4n} \cos(\theta + \varphi_j), \quad j = \{2, 3, 4\}, \quad (3.8)$$

$$y_j = \left(r_H + \frac{L}{4n}\right) \sin \theta + \sum_{s=1}^j w_s \cos \theta + \sum_{s=1}^{j-1} \frac{L}{2n} \sin(\theta + \varphi_s) + \frac{L}{4n} \sin(\theta + \varphi_j), \quad j = \{2, 3, 4\}, \quad (3.9)$$



Слика 3.6 Генералисане координате система

Релација која следи описује угаона померања штапова $(V_i) (i=1, \dots, 4)$ у односу на непокретни координатни систем $Oxyz$:

$$\theta_i = \theta + \varphi_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (3.10)$$

Користећи апроксимације $\sin(\theta + \varphi_i) \approx \sin \theta$ и $\cos(\theta + \varphi_i) \approx \cos \theta$ добијају се први изводи по времену једначина (3.6)-(3.9):

$$\dot{x}_1 = -\left[\left(r_H + \frac{L}{2n}\right)\sin\theta + w_1 \cos\theta\right]\dot{\theta} - \frac{L}{4n}\dot{\phi}_1 \sin\theta - \dot{w}_1 \sin\theta, \quad (3.11)$$

$$\dot{y}_1 = \left[\left(r_H + \frac{L}{2n}\right)\cos\theta - w_1 \sin\theta\right]\dot{\theta} + \frac{L}{4n}\dot{\phi}_1 \cos\theta + \dot{w}_1 \cos\theta, \quad (3.12)$$

$$\dot{x}_j = -\left[\left(r_H + \frac{jL}{2n}\right)\sin\theta + \sum_{s=1}^j w_s \cos\theta\right]\dot{\theta} - \sum_{s=1}^j \dot{w}_s \sin\theta - \sum_{s=1}^{j-1} \frac{L}{2n}\dot{\phi}_s \sin\theta - \frac{L}{4n}\dot{\phi}_j \sin\theta, \quad j = \{2, 3, 4\} \quad (3.13)$$

$$\dot{y}_j = \left[\left(r_H + \frac{jL}{2n}\right)\cos\theta - \sum_{s=1}^j w_s \sin\theta\right]\dot{\theta} + \sum_{s=1}^j \dot{w}_s \cos\theta + \sum_{s=1}^{j-1} \frac{L}{2n}\dot{\phi}_s \cos\theta + \frac{L}{4n}\dot{\phi}_j \cos\theta, \quad j = \{2, 3, 4\} \quad (3.14)$$

Први изводи угаоних померања штапова по времену дефинисани су релацијом:

$$\dot{\theta}_i = \dot{\theta} + \dot{\phi}_i, \quad i = 1, \dots, 4. \quad (3.15)$$

На основу релација (3.11)-(3.15) може се формирати следећа матрична једначина:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} \quad (3.16)$$

где $\mathbf{B} \in \mathcal{R}^{13 \times 9}$ означава матрицу трансформације брзине која је функција генералисаних координата разматраног система:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\left[\left(r_H + \frac{L}{2n}\right)\sin\theta + w_1 \cos\theta\right] & -\sin\theta & -\frac{L}{4n}\sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left[\left(r_H + \frac{L}{2n}\right)\cos\theta - w_1 \sin\theta\right] & \cos\theta & \frac{L}{4n}\cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\left[\left(r_H + \frac{L}{n}\right)\sin\theta + \sum_{i=1}^2 w_i \cos\theta\right] & -\sin\theta & -\frac{L}{2n}\sin\theta & -\sin\theta & -\frac{L}{4n}\sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left[\left(r_H + \frac{L}{n}\right)\cos\theta - \sum_{i=1}^2 w_i \sin\theta\right] & \cos\theta & \frac{L}{2n}\cos\theta & \cos\theta & \frac{L}{4n}\cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\left[\left(r_H + \frac{L}{n}\right)\sin\theta + \sum_{i=1}^3 w_i \cos\theta\right] & -\sin\theta & -\frac{L}{2n}\sin\theta & -\sin\theta & -\frac{L}{2n}\sin\theta & -\sin\theta & -\frac{L}{4n}\sin\theta & 0 & 0 \\ \left[\left(r_H + \frac{L}{n}\right)\cos\theta - \sum_{i=1}^3 w_i \sin\theta\right] & \cos\theta & \frac{L}{2n}\cos\theta & \cos\theta & \frac{L}{2n}\cos\theta & \cos\theta & \frac{L}{4n}\cos\theta & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\left[\left(r_H + \frac{L}{n}\right)\sin\theta + \sum_{i=1}^4 w_i \cos\theta\right] & -\sin\theta & -\frac{L}{2n}\sin\theta & -\sin\theta & -\frac{L}{2n}\sin\theta & -\sin\theta & -\frac{L}{2n}\sin\theta & -\sin\theta & -\frac{L}{4n}\sin\theta \\ \left[\left(r_H + \frac{L}{n}\right)\cos\theta - \sum_{i=1}^4 w_i \sin\theta\right] & \cos\theta & \frac{L}{2n}\cos\theta & \cos\theta & \frac{L}{2n}\cos\theta & \cos\theta & \frac{L}{2n}\cos\theta & \cos\theta & \frac{L}{4n}\cos\theta \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Генералисане координате разматраног система су:

$$\mathbf{q} = [\theta, w_1, \varphi_1, w_2, \varphi_2, w_3, \varphi_3, w_4, \varphi_4]^T \quad (3.17)$$

док $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\theta}, \dot{w}_1, \dot{\varphi}_1, \dot{w}_2, \dot{\varphi}_2, \dot{w}_3, \dot{\varphi}_3, \dot{w}_4, \dot{\varphi}_4]^T$ представља вектор генералисаних брзина.

3.4.2 Одређивање потенцијалне енергије

Потенцијална енергија разматраног система крутих тела гласи:

$$\Pi = \frac{1}{2} k_{R,1} \varphi_1^2 + \frac{1}{2} \sum_{s=2}^4 k_{R,s} (\varphi_s - \varphi_{s-1})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 k_{L,i} w_i^2 \quad (3.18)$$

где су w_i и φ_i ($i=1, \dots, 4$) релативна померања у одговарајућим зглобовима, док величине $k_{R,i}$ и $k_{L,i}$ ($i=1, \dots, 4$) представљају крутости опруга и дефинисане су релацијом (3.3).

Такође, виртуални рад од погонског спрега сила дат је следећом релацијом:

$$\delta W(\tau) = \tau \delta \theta \quad (3.19)$$

3.4.3 Диференцијалне једначине кретања еластичног члана манипулатора

Коначно, слично као у [52], коришћењем Лагранжевих једначина друге врсте [96] и метода трансформације брзина [97] добијају се диференцијалне једначине кретања разматраног система:

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q} \quad (3.20)$$

где је $\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{B}^T \mathbf{M} \mathbf{B}$, $\mathbf{C} \in R^{9 \times 9}$ је матрица чије су компоненте одређене на следећи начин [98]:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^9 \frac{\dot{q}_k}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial \bar{M}_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial \bar{M}_{jk}}{\partial q_i} \right) \quad (3.21)$$

док \mathbf{Q} означава вектор генералисаних сила које одговарају генералисаним координатама \mathbf{q} и дефинисан је као:

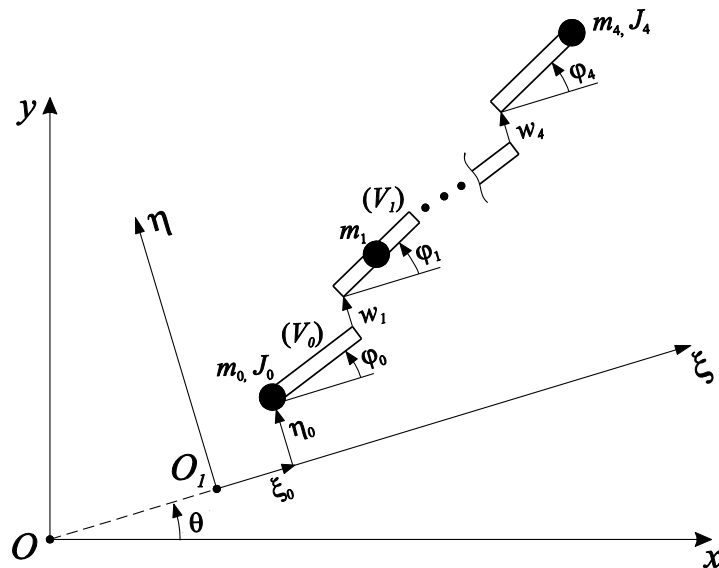
$$\mathbf{Q} = \left[\tau, -\frac{\partial \Pi}{\partial w_1}, -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1}, \dots, -\frac{\partial \Pi}{\partial w_4}, -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_4} \right]^T \quad (3.22)$$

3.5 Одређивање реакција веза на контакту штапа и главчине

Одређивање реакција веза на месту споја главчине и еластичног штапа извршиће се на сличан начин као у одељку 2.2.2, односно коришћењем општег метода за одређивање реакција веза који је описан у [59,60]. Наиме, у циљу одређивања реакција веза на завареном споју главчине и штапа, потребно је имагинарно пресећи ову везу – заварени спој (видети слику 3.7).

Након пресецања заварене везе број степени слободe манипулатора увећан је за три. Уводе се три нове координате ξ_0, η_0 и φ_0 које се односе на кретања која укљештење не дозвољава, као што је приказано на слици 3.7. Сада се кретање манипулатора може посматрати као кретање са прекобројним координатама ξ_0, η_0, φ_0 под следећим наметнутим везама:

$$f_1 \equiv \xi_0 = 0, \quad f_2 \equiv \eta_0 = 0, \quad f_3 \equiv \varphi_0 = 0 \tag{3.23}$$



Слика 3.7 Имагинарно пресецање завареног споја главчине и штапа

Након овога, кинетичка енергија система тела приказаног на слици 3.7 може се записати на следећи начин:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{y}}^{*T} \mathbf{M}^* \dot{\mathbf{y}}^* \tag{3.24}$$

где је $\mathbf{M}^* = \text{diag}(m_0, m_0, J_0, J_H, m_1, m_1, J_1, \dots, m_4, m_4, J_4) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^* & \mathbf{M}_{12}^* \\ \mathbf{M}_{21}^* & \mathbf{M}_{22}^* \end{bmatrix}$ матрица инерције

чије су компоненте:

$$\mathbf{M}_{11}^* = \text{diag}(m_0, m_0, J_0);$$

$$\mathbf{M}_{22}^* = \text{diag}(J_H, m_1, m_1, J_1, \dots, m_4, m_4, J_4);$$

$$\mathbf{M}_{12}^* = \mathbf{O}_{3 \times 13};$$

$$\mathbf{M}_{22}^* = \mathbf{O}_{13 \times 3};$$

$\mathbf{y}^* = [x_0, y_0, \theta_0, \theta, x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_4, y_4, \theta_4]^T \equiv [\mathbf{y}_0^{*T} \quad \mathbf{y}^T]^T$ је вектор апсолутних Декартових генерализаних координата система приказаног на слици 3.5 који се може разложити на две компоненте. Компоненту $\mathbf{y}_0^* = [x_0, y_0, \theta_0]^T$ којом се описује положај концентрисане масе m_0 након пресецања завареног споја и компоненту $\mathbf{y} = [\theta, x_1, y_1, \theta_1, \dots, x_4, y_4, \theta_4]^T$ која одговара ситуацији пре пресецања заварене везе. Декартове координате концентрисаних маса $x_i (i = 0, \dots, 4)$ и $y_i (i = 0, \dots, 4)$ у односу на непокретни координатни систем $Oxyz$ одређене су изразима:

$$x_0 = (r_H + \xi_0) \cos \theta - \eta_0 \sin \theta, \quad (3.25)$$

$$y_0 = (r_H + \xi_0) \sin \theta + \eta_0 \cos \theta, \quad (3.26)$$

$$x_1 = x_0 + \frac{L}{4n} \cos(\theta + \varphi_0) - w_1 \sin \theta + \frac{L}{4n} \cos(\theta + \varphi_1), \quad (3.27)$$

$$y_1 = y_0 + \frac{L}{4n} \sin(\theta + \varphi_0) + w_1 \cos \theta + \frac{L}{4n} \sin(\theta + \varphi_1), \quad (3.28)$$

$$x_j = x_0 + \frac{L}{4n} \cos(\theta + \varphi_0) - \sum_{s=1}^j w_s \sin \theta + \sum_{s=1}^{j-1} \frac{L}{2n} \cos(\theta + \varphi_s) + \frac{L}{4n} \cos(\theta + \varphi_j), \quad j = \{2, 3, 4\} \quad (3.29)$$

$$y_j = y_0 + \frac{L}{4n} \sin(\theta + \varphi_0) + \sum_{s=1}^j w_s \cos \theta + \sum_{s=1}^{j-1} \frac{L}{2n} \sin(\theta + \varphi_s) + \frac{L}{4n} \sin(\theta + \varphi_j), \quad j = \{2, 3, 4\} \quad (3.30)$$

Угаона померања штапова (V_i) ($i = 0, \dots, 4$) у односу на непокретни координатни систем $Oxyz$ описана су следећом релацијом:

$$\theta_i = \theta + \varphi_i, \quad i = 0, \dots, 4, \quad (3.31)$$

Користећи апроксимације $\sin(\theta + \varphi_i) \approx \sin \theta$ и $\cos(\theta + \varphi_i) \approx \cos \theta$ добијају се први изводи по времену једначина (3.25)-(3.30):

$$\dot{x}_0 = \dot{\xi}_0 \cos \theta - \dot{\eta}_0 \sin \theta - [(r_H + \xi_0) \sin \theta + \eta_0 \cos \theta] \dot{\theta}, \quad (3.32)$$

$$\dot{y}_0 = \dot{\xi}_0 \sin \theta + \dot{\eta}_0 \cos \theta + [(r_H + \xi_0) \cos \theta - \eta_0 \sin \theta] \dot{\theta}, \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & \dot{\xi}_0 \cos \theta - \dot{\eta}_0 \sin \theta - \frac{L}{4n} \dot{\phi}_0 \sin \theta - \left[(r_H + \xi_0) \sin \theta + \eta_0 \cos \theta + \frac{L}{2n} \sin \theta + w_1 \cos \theta \right] \dot{\theta} - \\ & - \frac{L}{4n} \dot{\phi}_1 \sin \theta - \dot{w}_1 \sin \theta, \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 = & \dot{\xi}_0 \sin \theta + \dot{\eta}_0 \cos \theta + \frac{L}{4n} \dot{\phi}_0 \cos \theta + \left[(r_H + \xi_0) \cos \theta - \eta_0 \sin \theta + \frac{L}{2n} \cos \theta - w_1 \sin \theta \right] \dot{\theta} + \\ & + \frac{L}{4n} \dot{\phi}_1 \cos \theta + \dot{w}_1 \cos \theta, \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_j = & \dot{\xi}_0 \cos \theta - \dot{\eta}_0 \sin \theta - \frac{L}{4n} \dot{\phi}_0 \sin \theta - \left[(r_H + \xi_0) \sin \theta + \eta_0 \cos \theta + \frac{j}{2} \frac{L}{n} \sin \theta + \sum_{s=1}^j w_s \cos \theta \right] \dot{\theta} - \\ & - \sum_{s=1}^j \dot{w}_s \sin \theta - \sum_{s=1}^{j-1} \frac{L}{2n} \dot{\phi}_s \sin \theta - \frac{L}{4n} \dot{\phi}_j \sin \theta, \quad j = \{2, 3, 4\}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_j = & \dot{\xi}_0 \sin \theta + \dot{\eta}_0 \cos \theta + \frac{L}{4n} \dot{\phi}_0 \cos \theta + \left[(r_H + \xi_0) \cos \theta - \eta_0 \sin \theta + \frac{j}{2} \frac{L}{n} \cos \theta - \sum_{s=1}^j w_s \sin \theta \right] \dot{\theta} + \\ & + \sum_{s=1}^j \dot{w}_s \cos \theta + \sum_{s=1}^{j-1} \frac{L}{2n} \dot{\phi}_s \cos \theta + \frac{L}{4n} \dot{\phi}_j \cos \theta, \quad j = \{2, 3, 4\} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Први изводи угаоних померања штапова по времену дефинисани су следећом релацијом:

$$\dot{\theta}_i = \dot{\theta} + \dot{\phi}_i, \quad i = 0, \dots, 4 \quad (3.38)$$

На основу претходних релација може се формирати следећа матрична релација:

$$\dot{\mathbf{y}}^* = \mathbf{B}^* \dot{\mathbf{q}}^* \quad (3.39)$$

где $\mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}^* & \mathbf{B}_{12}^* \\ \mathbf{B}_{21}^* & \mathbf{B}_{22}^* \end{bmatrix}$ означава матрицу трансформације брзина и где су:

$$\mathbf{B}_{11}^* = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{12}^* = \begin{bmatrix} -[(r_H + \xi_0) \sin \theta + \eta_0 \cos \theta] & 0 & \dots & 0 \\ [(r_H + \xi_0) \cos \theta - \eta_0 \sin \theta] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in R^{3 \times 9};$$

$$\mathbf{B}_{22}^* = \mathbf{B} + \mathbf{B}_0 \quad \text{где је } \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\xi_0 \sin \theta - \eta_0 \cos \theta & 0 & \dots & 0 \\ \xi_0 \cos \theta - \eta_0 \sin \theta & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\xi_0 \sin \theta - \eta_0 \cos \theta & 0 & \dots & 0 \\ \xi_0 \cos \theta - \eta_0 \sin \theta & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in R^{13 \times 9}$$

$$\mathbf{B}_{21}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \cos \theta & -\sin \theta & -\frac{L}{4n} \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta & \frac{L}{4n} \cos \theta \\ 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cos \theta & -\sin \theta & -\frac{L}{4n} \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta & \frac{L}{4n} \cos \theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{13 \times 3};$$

док је матрица \mathbf{B} претходно одређена на основу релације (3.16).

Матрица трансформације брзина \mathbf{B}^* је функција генералисаних координата \mathbf{q}^* :

$$\mathbf{q}^* = [q_1^*, \dots, q_{12}^*]^T = [\xi_0, \eta_0, \varphi_0, \theta, w_1, \varphi_1, \dots, w_4, \varphi_4]^T \equiv [\mathbf{q}_0^{*T} \quad \mathbf{q}^T]^T \quad (3.40)$$

где је $\mathbf{q}_0^* = [\xi_0, \eta_0, \varphi_0]^T$ и $\mathbf{q} = [\theta, w_1, \varphi_1, \dots, w_4, \varphi_4]^T$.

Потенцијална енергија разматраног система крутих тела приказаног на слици 3.7 гласи:

$$\Pi^* = \frac{1}{2} k_{R,1} (\varphi_1 - \varphi_0)^2 + \frac{1}{2} \sum_{s=2}^4 k_{R,s} (\varphi_s - \varphi_{s-1})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 k_{L,i} w_i^2 \quad (3.41)$$

где су w_i и φ_i ($i=1, \dots, 4$) релативна померања у одговарајућим зглобовима, док величине $k_{R,i}$ и $k_{L,i}$ ($i=1, \dots, 4$) представљају крутости опруга и дефинисане су релацијом (3.3).

Коначно, коришћењем претходно описаног поступка који се заснива на коришћењу Лагранжевих једначина друге врсте [96] и методу трансформације брзина [97] добијају се диференцијалне једначине кретања разматраног система:

$$\bar{\mathbf{M}}^* \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_0^* \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{C}}^* \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_0^* \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^* \quad (3.42)$$

$$\text{где је } \bar{\mathbf{M}}^* = \mathbf{B}^{*T} \mathbf{M}^* \mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}^{*T} & \mathbf{B}_{12}^{*T} \\ \mathbf{B}_{21}^{*T} & \mathbf{B}_{22}^{*T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^* & \mathbf{M}_{12}^* \\ \mathbf{M}_{21}^* & \mathbf{M}_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}^* & \mathbf{B}_{12}^* \\ \mathbf{B}_{21}^* & \mathbf{B}_{22}^* \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}^{*T} \mathbf{M}_{11}^* \mathbf{B}_{11}^* + \mathbf{B}_{21}^{*T} \mathbf{M}_{22}^* \mathbf{B}_{21}^* & \mathbf{B}_{11}^{*T} \mathbf{M}_{11}^* \mathbf{B}_{12}^* + \mathbf{B}_{21}^{*T} \mathbf{M}_{22}^* \mathbf{B}_{22}^* \\ \mathbf{B}_{12}^{*T} \mathbf{M}_{11}^* \mathbf{B}_{11}^* + \mathbf{B}_{22}^{*T} \mathbf{M}_{22}^* \mathbf{B}_{21}^* & \mathbf{B}_{12}^{*T} \mathbf{M}_{11}^* \mathbf{B}_{12}^* + \mathbf{B}_{22}^{*T} \mathbf{M}_{22}^* \mathbf{B}_{22}^* \end{bmatrix}$$

$\bar{\mathbf{C}}^* = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{11}^* & \bar{\mathbf{C}}_{12}^* \\ \bar{\mathbf{C}}_{21}^* & \bar{\mathbf{C}}_{22}^* \end{bmatrix} \in R^{12 \times 12}$ је матрица чије су компоненте одређене на следећи начин [98]:

$$\bar{C}_{ij}^* = \sum_{k=1}^{12} \frac{\dot{q}_k}{2} \left(\frac{\partial \bar{M}_{ij}^*}{\partial q_k^*} + \frac{\partial \bar{M}_{ik}^*}{\partial q_j^*} - \frac{\partial \bar{M}_{jk}^*}{\partial q_i^*} \right) \quad (3.43)$$

док су блок матрице димензије $\bar{\mathbf{C}}_{11}^* \in R^{3 \times 3}$, $\bar{\mathbf{C}}_{12}^* \in R^{3 \times 9}$, $\bar{\mathbf{C}}_{21}^* \in R^{9 \times 3}$, $\bar{\mathbf{C}}_{22}^* \in R^{9 \times 9}$

Вектор генералисаних сила \mathbf{Q}^* које одговарају генералисаним координатама \mathbf{q}^* дефинише се као:

$$\mathbf{Q}^* = [Q_1^*, Q_2^*, \dots, Q_{12}^*]^T \quad (3.44)$$

где $Q_s^* = -\frac{\partial \Pi^*}{\partial q_s^*} + \sum_{r=1}^3 \lambda_r \frac{\partial f_r}{\partial q_s^*}$ ($s=1,2,3$) означава генералисане силе које одговарају генералисаним координатама \mathbf{q}_0^* , док $Q_j^* = -\frac{\partial \Pi^*}{\partial q_j^*}$ ($j=5, \dots, 12$) су генералисане силе које одговарају генералисаним координатама \mathbf{q} и $Q_4^* = \tau$.

Узимајући у обзир ограничења (3.23) генералисане силе Q_s^* ($s=1,2,3$) биће облика:

$$Q_1^* = \lambda_1, \quad Q_2^* = \lambda_2, \quad Q_3^* = k_{R,1}(\varphi_1 - \varphi_0) + \lambda_3 \quad (3.45)$$

где су λ_s ($s=1,2,3$) Лагранжеви множитељи веза.

Матрична једначина (3.42) може се записати у следећем облику:

$$\bar{\mathbf{M}}_{11}^* \ddot{\mathbf{q}}_0^* + \bar{\mathbf{M}}_{12}^* \ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{C}}_{11}^* \dot{\mathbf{q}}_0^* + \bar{\mathbf{C}}_{12}^* \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}_{q_0}^*, \quad (3.46)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_{21}^* \ddot{\mathbf{q}}_0^* + \bar{\mathbf{M}}_{22}^* \ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{C}}_{21}^* \dot{\mathbf{q}}_0^* + \bar{\mathbf{C}}_{22}^* \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}_q^*, \quad (3.47)$$

где је: $\bar{\mathbf{M}}_{11}^* = \mathbf{V}_{11}^{*T} \mathbf{M}_{11}^* \mathbf{V}_{11}^* + \mathbf{V}_{21}^{*T} \mathbf{M}_{22}^* \mathbf{V}_{21}^*$, $\bar{\mathbf{M}}_{12}^* = \mathbf{V}_{11}^{*T} \mathbf{M}_{11}^* \mathbf{V}_{12}^* + \mathbf{V}_{21}^{*T} \mathbf{M}_{22}^* \mathbf{V}_{22}^*$

$$\bar{\mathbf{M}}_{21}^* = \mathbf{V}_{12}^{*T} \mathbf{M}_{11}^* \mathbf{V}_{11}^* + \mathbf{V}_{22}^{*T} \mathbf{M}_{22}^* \mathbf{V}_{21}^*, \quad \bar{\mathbf{M}}_{22}^* = \mathbf{V}_{12}^{*T} \mathbf{M}_{11}^* \mathbf{V}_{12}^* + \mathbf{V}_{22}^{*T} \mathbf{M}_{22}^* \mathbf{V}_{22}^*$$

Затим, заменом следећих релација:

$$\dot{\xi}_0 = \dot{\eta}_0 = 0, \quad \dot{\phi}_0 = 0 \wedge \ddot{\xi}_0 = \ddot{\eta}_0 = 0, \quad \ddot{\phi}_0 = 0 \Leftrightarrow \dot{\mathbf{q}}_0^* = [0 \ 0 \ 0]^T, \quad \dot{\mathbf{q}}_0^* = [0 \ 0 \ 0]^T \quad (3.48)$$

које директно произилазе из једначина веза (3.23) у једначине (3.46) и (3.47), једначина (3.47) даје диференцијалне једначине кретања манипулатора непосредно пре пресецања заварене везе, док једначина (3.46) даје изразе за реакције веза у тачки O_1 , односно на завареном споју главчине и еластичног штапа:

$$[R_{O_1\xi}, R_{O_1\eta}, M_{O_1\xi}] = (\mathbf{Q}_{q_0}^*)_0 \quad (3.49)$$

где је $(\mathbf{Q}_{q_0}^*)_0 = [(\lambda_1)_0 \quad (\lambda_2)_0 \quad k_{R,1}\Phi_1 + (\lambda_3)_0]^T$.

3.6 Нумерички примери

3.6.1 Динамичко понашање еластичног члана манипулатора у покретном координатном систему са задатим кретањем главчине

Да би се показало да представљени приступ обухвата ефекат динамичког учвршћивања, размотримо следеће параметре система [99] који су приказани у Табели 3.1. Такође, претпоставља се да је задато кретање главчине у облику функције:

$$\theta(t) = \begin{cases} \frac{\omega_0}{T} \left[\frac{t^2}{2} + \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \left(\cos\left(\frac{2\pi t}{T} \right) - 1 \right) \right], & t < T, \\ \omega_0 \left(t - \frac{T}{2} \right), & t \geq T, \end{cases} \quad (3.50)$$

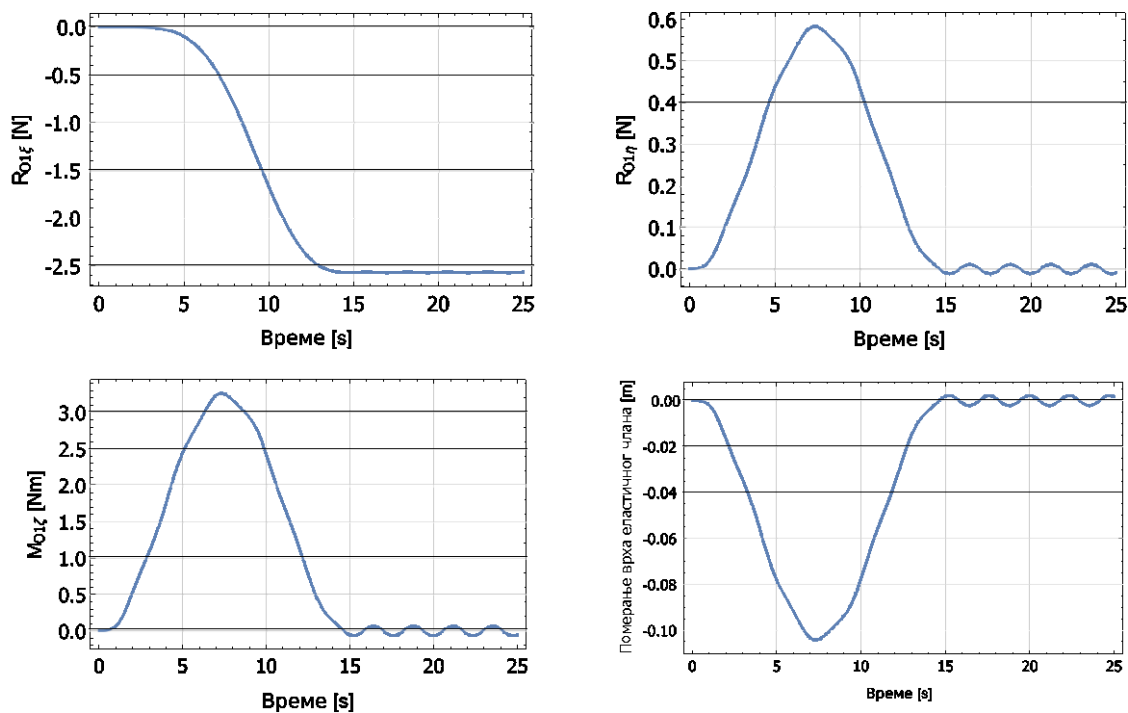
где је ω_0 стационарна вредност угаоне брзине која се достиже након временског периода T . Вредност параметра ω_0 биће варирана у зависности од потребе поређења са резултатима из доступне литературе.

Параметар	Ознака	Вредност
Дужина	L	8 [m]
Густина	ρ	2.7667×10^3 [kg/m ³]
Површина попр. пресека члана	A	7.2968×10^{-5} [m ²]
Момент инерције попр. пресека члана	I_z	8.2189×10^{-9} [m ⁴]
Модул еластичности	E	6.8952×10^{10} [N/m ²]
Полупречник главчине	r_H	0
Момент инерције главчине	J_H	0
Концентрисана маса на крају члана	m_P	0.085 [kg]
Момент инерције концентрисане масе	J_P	0

Табела 3.1 Параметри манипулатора [99]

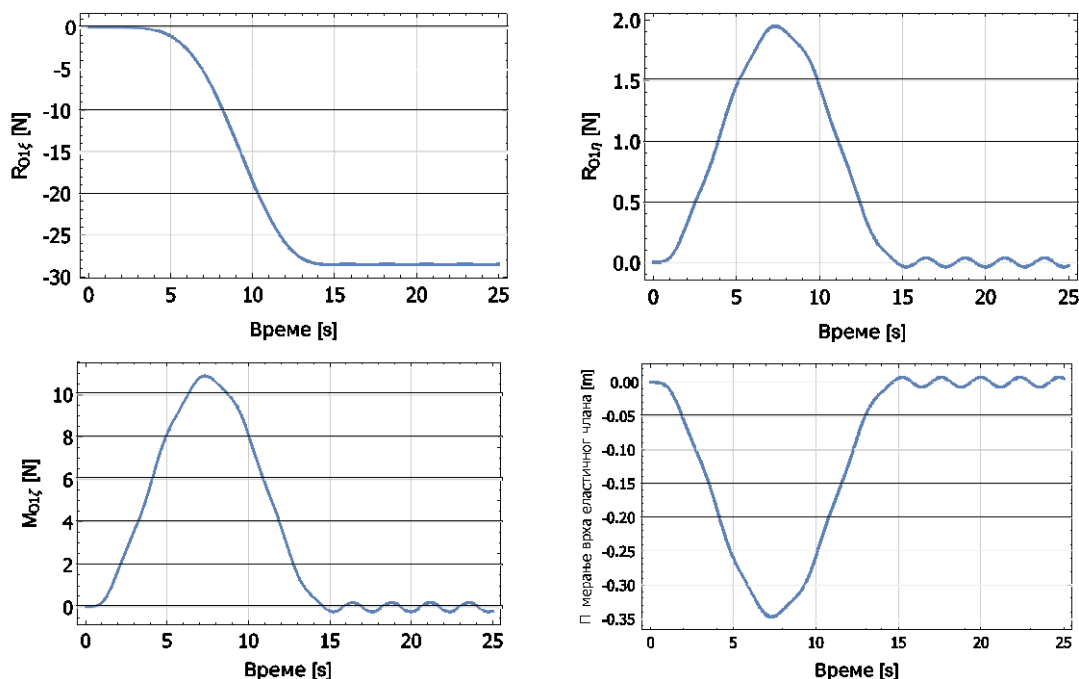
У овом примеру време убрзавања T подешено је на 15s. Овакав начин задавања кретања главчине дефинисан функцијом (3.50) често се среће у литератури приликом

тестирања различитих метода које се примењују у динамичкој анализи еластичних чланова манипулатора. На сликама 3.8 – 3.13 приказане су реакције веза на завареном споју крутог и еластичног члана манипулатора, као и одговарајуће попречне деформације краја (врха) еластичног члана манипулатора за различите вредности угаоне брзине.



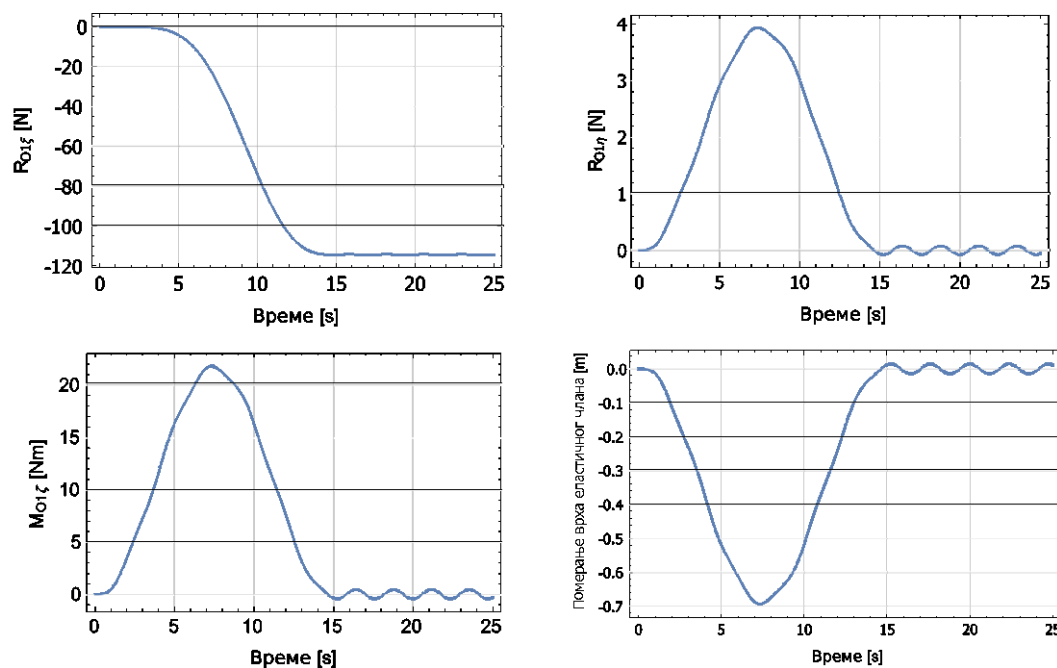
Слика 3.8 Реакције у тачки O_1 и померање врха еластичног члана када је $\omega_0 = 0.6 \text{ rad/s}$

На слици 3.8 приказане су реакције веза у тачки O_1 и попречне деформације тј. померање врха еластичног члана манипулатора при $T = 15 [s]$ и $\omega_0 = 0.6 [rad/s]$. Повећањем вредности угаоне брзине на $\omega_0 = 2 [rad/s]$ мења се вредност попречних деформација краја еластичног члана, као и одговарајућих реакција у тачки O_1 (слика 3.9).

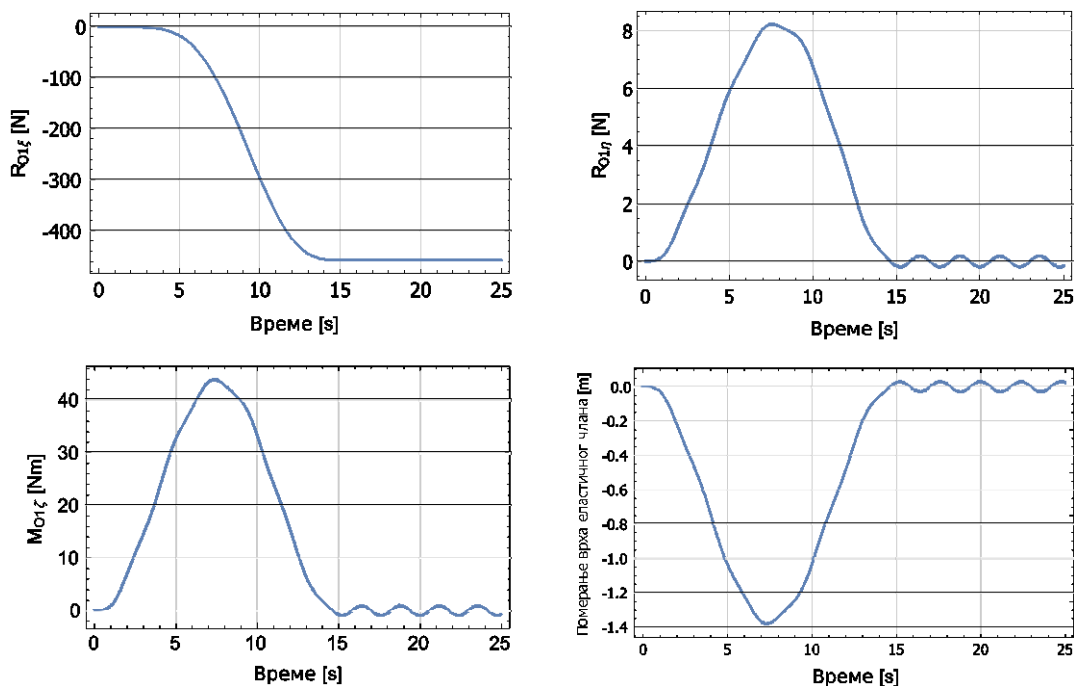


Слика 3.9 Реакције у тачки O_1 и померање врха еластичног члана када је $\omega_0 = 2 \text{ rad/s}$

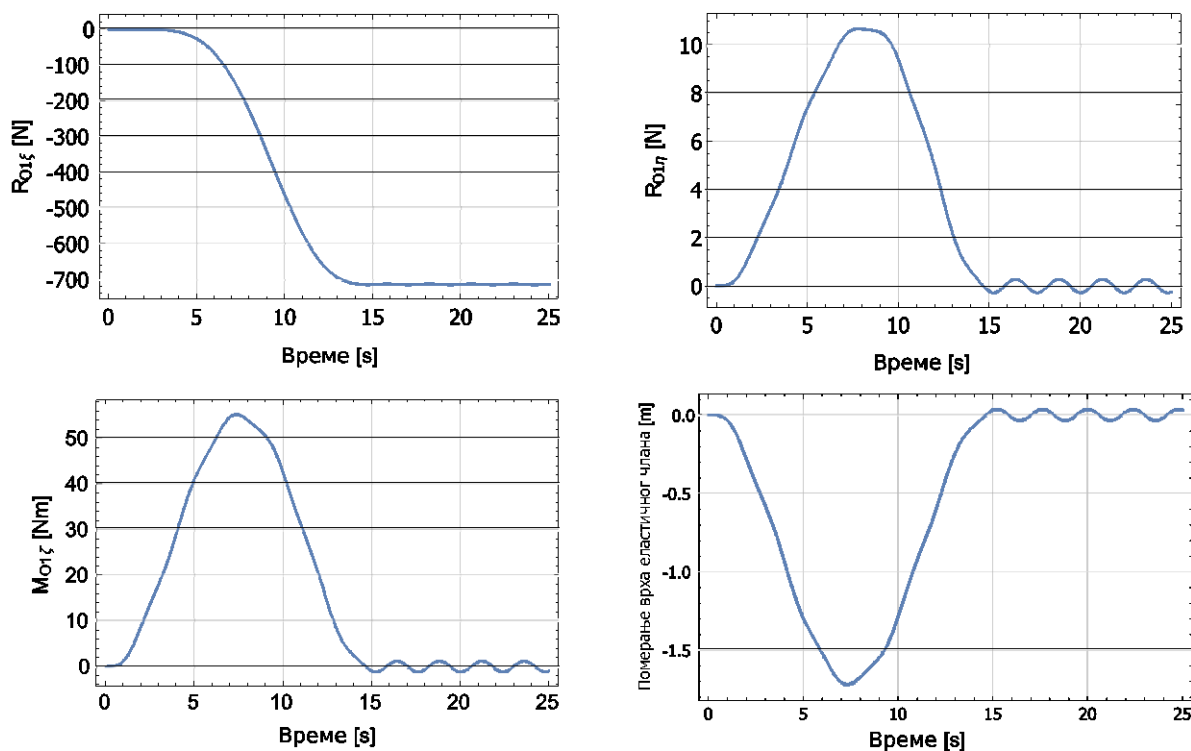
На сликама 3.10 и 3.11 приказано је померање врха еластичног члана манипулатора и реакције на завареном споју O_1 када угаона брзина има вредност $\omega_0 = 4 \text{ [rad/s]}$ и $\omega_0 = 8 \text{ [rad/s]}$, респективно. За разлику од приступа предложеног у [100], резултати приказани на сликама 3.10 и 3.11 показују да приступ који је овде представљен даје добре резултате и у случајевима великих угаоних брзина главчине.



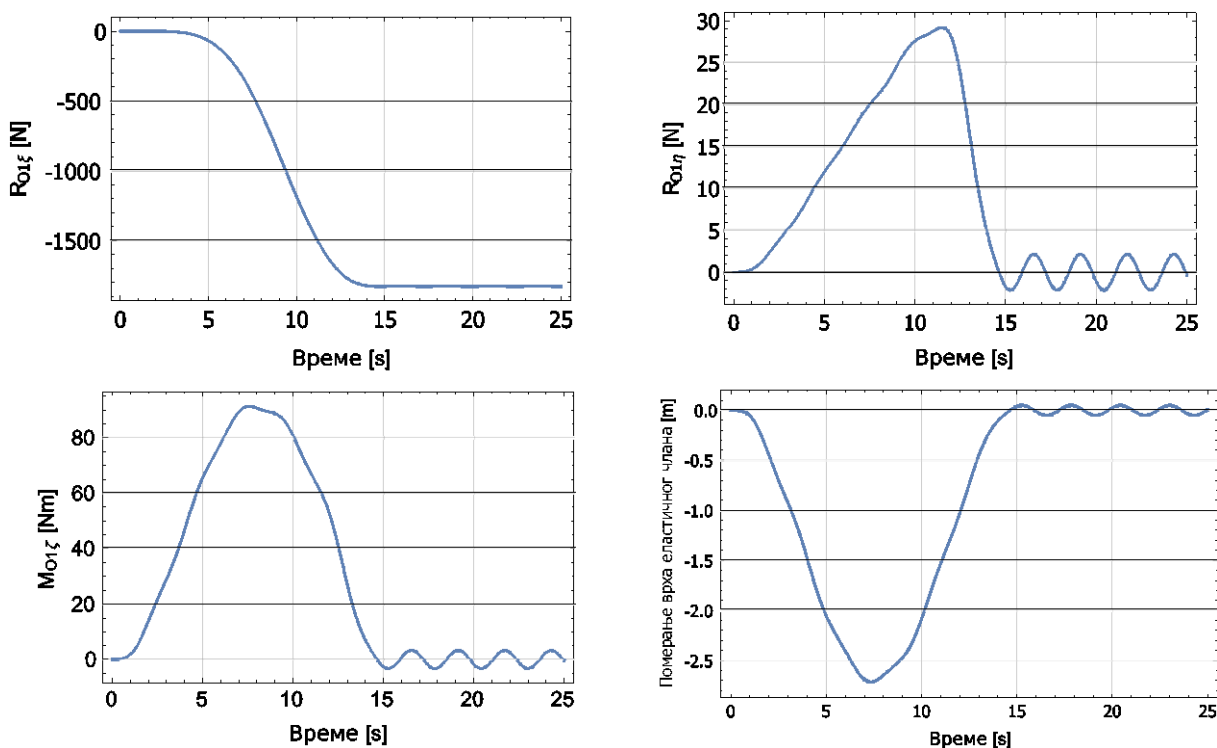
Слика 3.10 Реакције у тачки O_1 и померање врха еластичног члана када је $\omega_0 = 4 \text{ rad/s}$



Слика 3.11 Реакције у тачки O_1 и померање врха еластичног члана када је $\omega_0 = 8 \text{ rad/s}$



Слика 3.12 Реакције у тачки O_1 и померање е врха еластичног члана када је $\omega_0 = 12 \text{ rad/s}$



Слика 3.13 Реакције у тачки O_1 и померање е врха еластичног члана када је $\omega_0 = 16 \text{ rad/s}$

На сл. 3.12 и 3.13 приказане су реакције веза на завареном споју главчине и еластичног члана, као и попречне деформације краја штапа за $\omega_0 = 12 [\text{rad} / \text{s}]$ и $\omega_0 = 16 [\text{rad} / \text{s}]$.

Посматрајући резултате приказане на Сл. 3.8-3.13 може се закључити да примена модификованог Ненску-јевог метода крутих сегмената [94] даје конвергентне резултате у случају великих угаоних брзина главчине.

3.6.2 Динамичко понашање еластичног члана манипулатора са задатим погонским моментом који делује на главчину

У овом одељку биће испитана интеракција између еластичних вибрација члана манипулатора и угаоног померања $\theta(t)$ главчине. За ову сврху, разматрају се следећи параметри система [99] који су приказани у Табели 3.2:

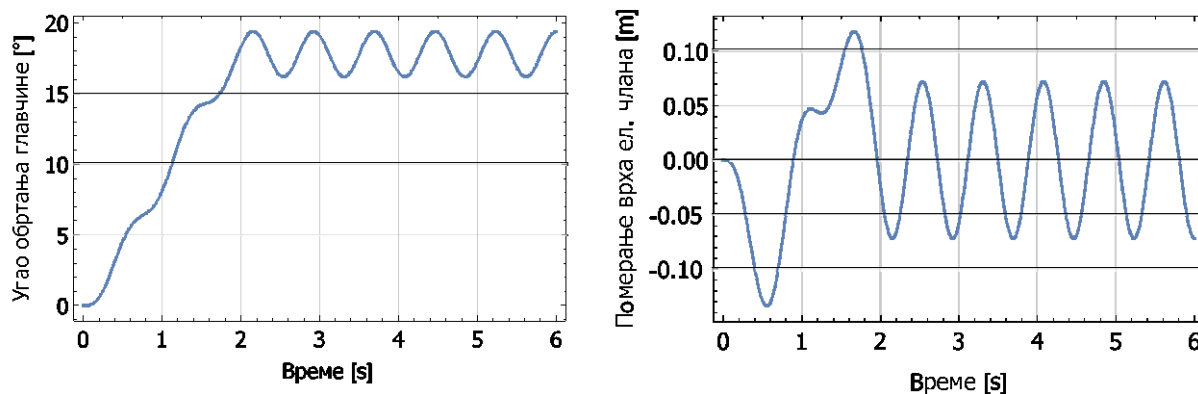
Параметар	Ознака	Вредност
Дужина	L	1.8 [m]
Густина	ρ	2.766×10^3 [kg/m ³]
Површина попр. пресека члана	A	2.5×10^{-4} [m ²]
Момент инерције попр. пресека члана	I_z	1.3021×10^{-10} [m ⁴]
Модул еластичности	E	6.90×10^{10} [N/m ²]
Полупречник главчине	r_H	0.05 [m]
Момент инерције главчине	J_H	0.30 [kgm ²]
Концентрисана маса на крају члана	m_P	0.085 [kg]
Момент инерције концентрисане масе	J_P	0

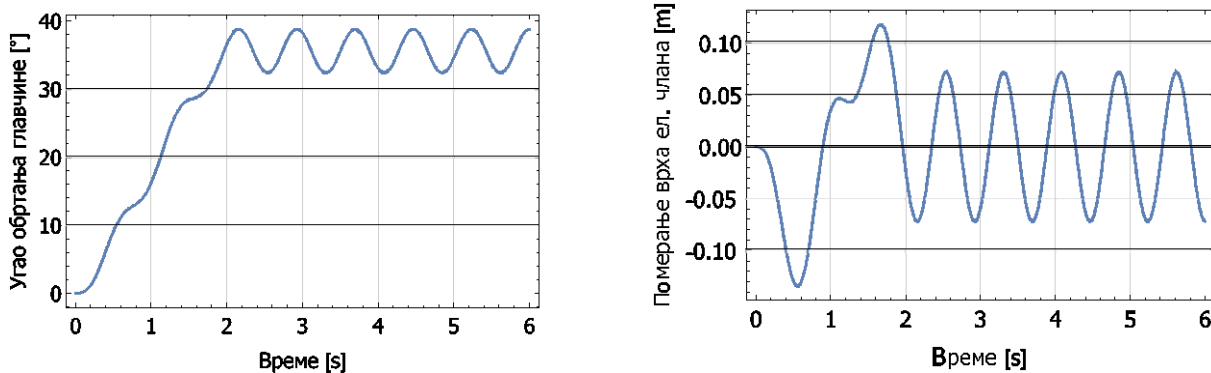
Табела 3.2 Параметри манипулатора [99]

Такође, претпостављено је да на главчину делује погонски момент задат у облику следеће функције:

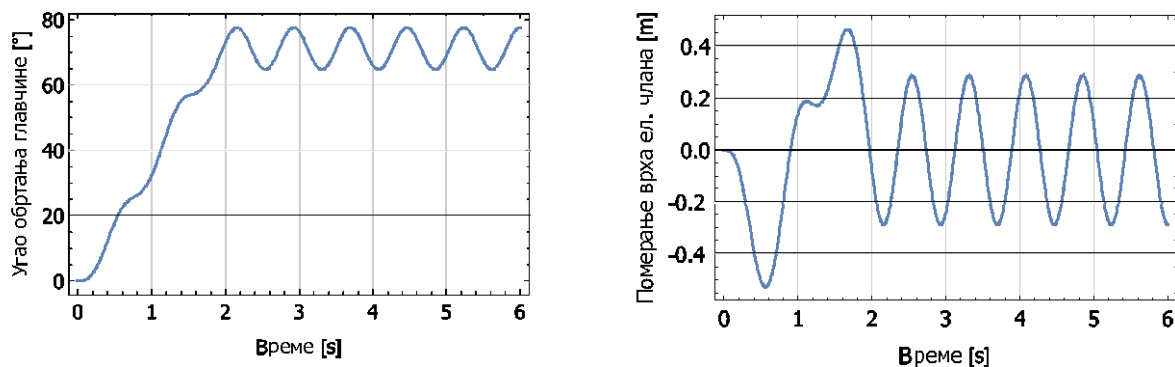
$$\tau(t) = \begin{cases} \tau_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & t > T \end{cases} \quad (3.51)$$

где је $T = 2\text{s}$. Разматрана су четири случаја у којима параметар τ_0 узима вредности $1\text{Nm} \leq \tau_0 \leq 6\text{Nm}$. На сликама 3.14-3.17 приказане су попречне деформације краја еластичног члана манипулатора и угао обртања главчине за различите вредности τ_0 . Добијени резултати су блиски онима добијеним у [99].

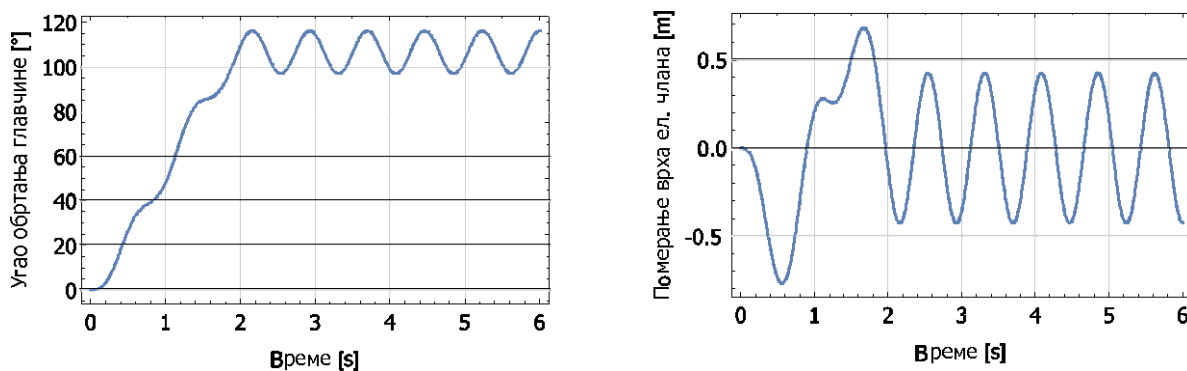
Слика 3.14 Угао обртања главчине и померање врха еластичног члана за $\tau_0 = 1\text{Nm}$



Слика 3.15 Угао обртања главчине и померање врха еластичног члана за $\tau_0 = 2 \text{ Nm}$

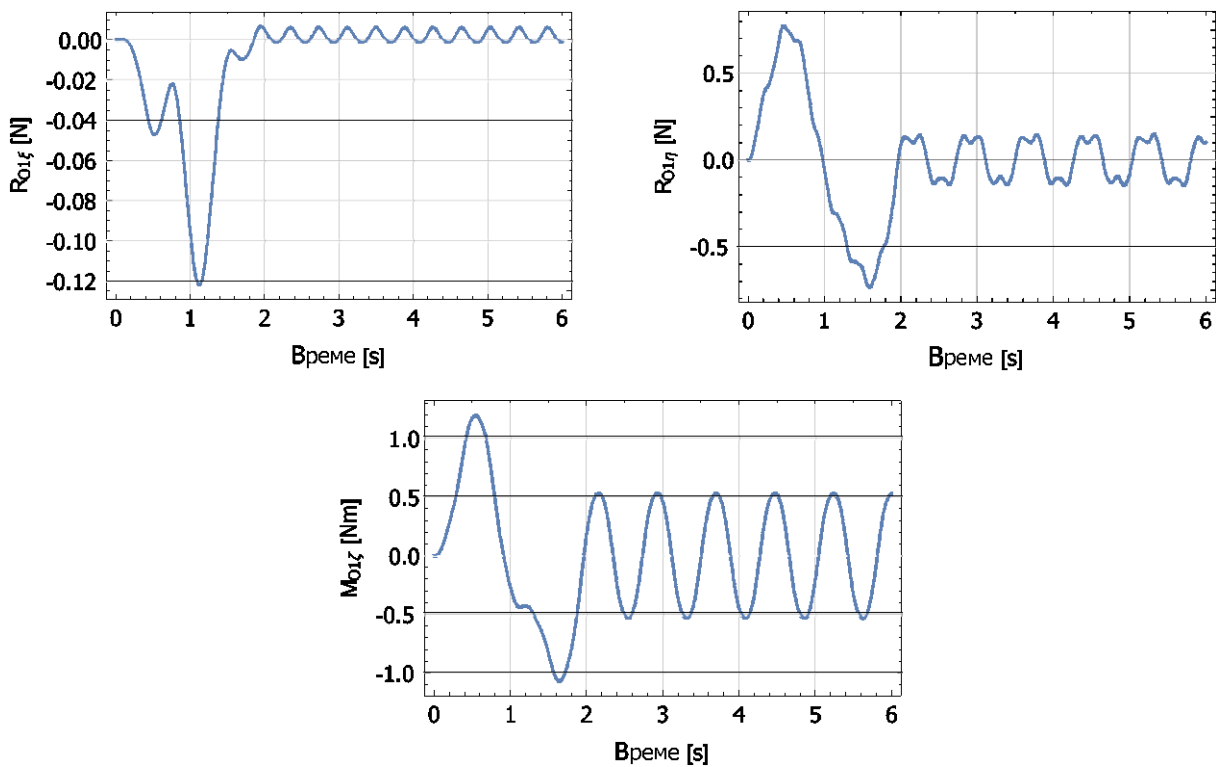


Слика 3.16 Угао обртања главчине и померање врха еластичног члана за $\tau_0 = 4 \text{ Nm}$

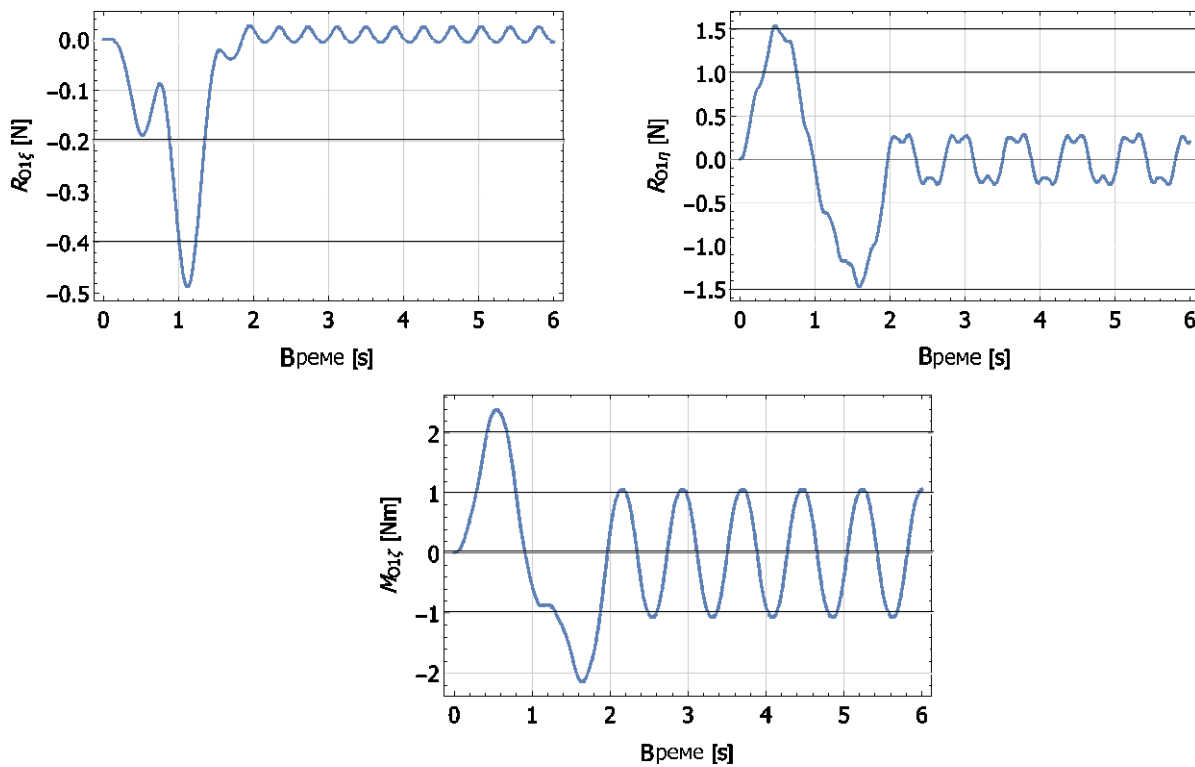


Слика 3.17 Угао обртања главчине и померање врха еластичног члана за $\tau_0 = 6 \text{ Nm}$

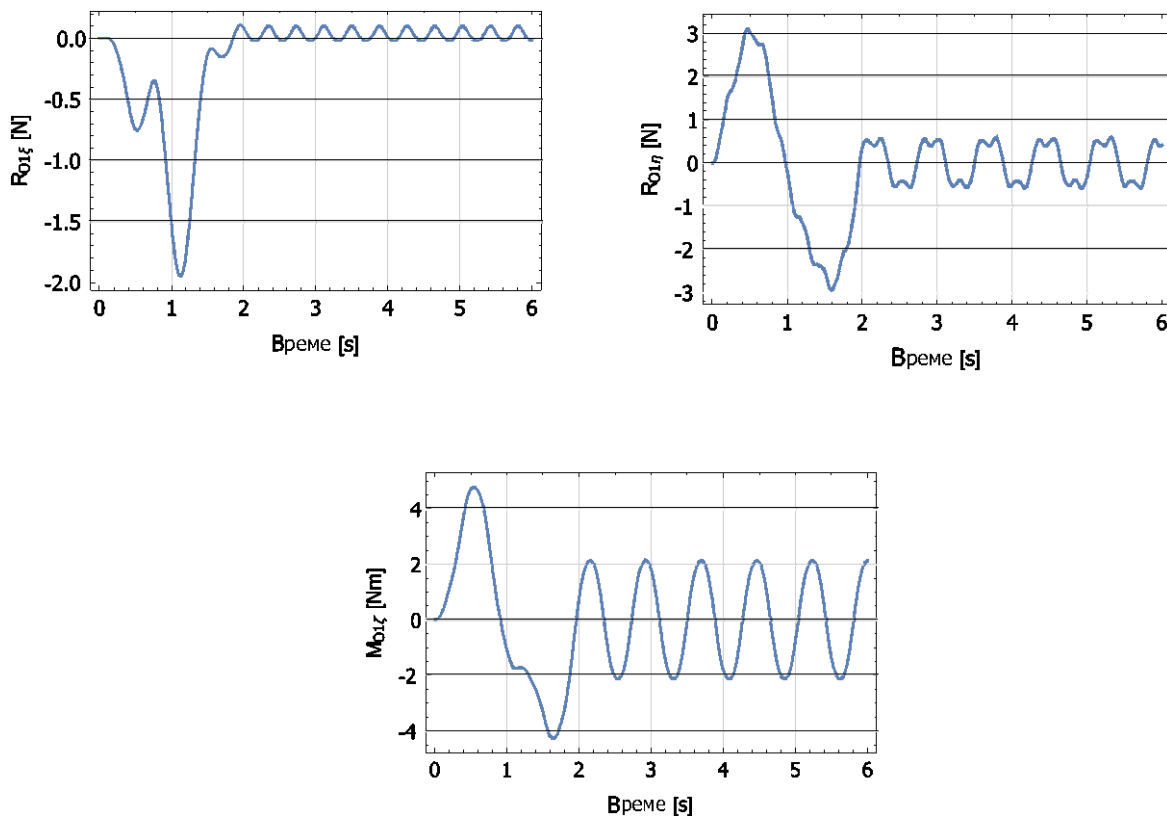
На наредним сликама 3.18-3.21 приказане су реакције на завареном споју главчине и еластичног члана манипулатора за различите вредности погонског момента τ_0 .



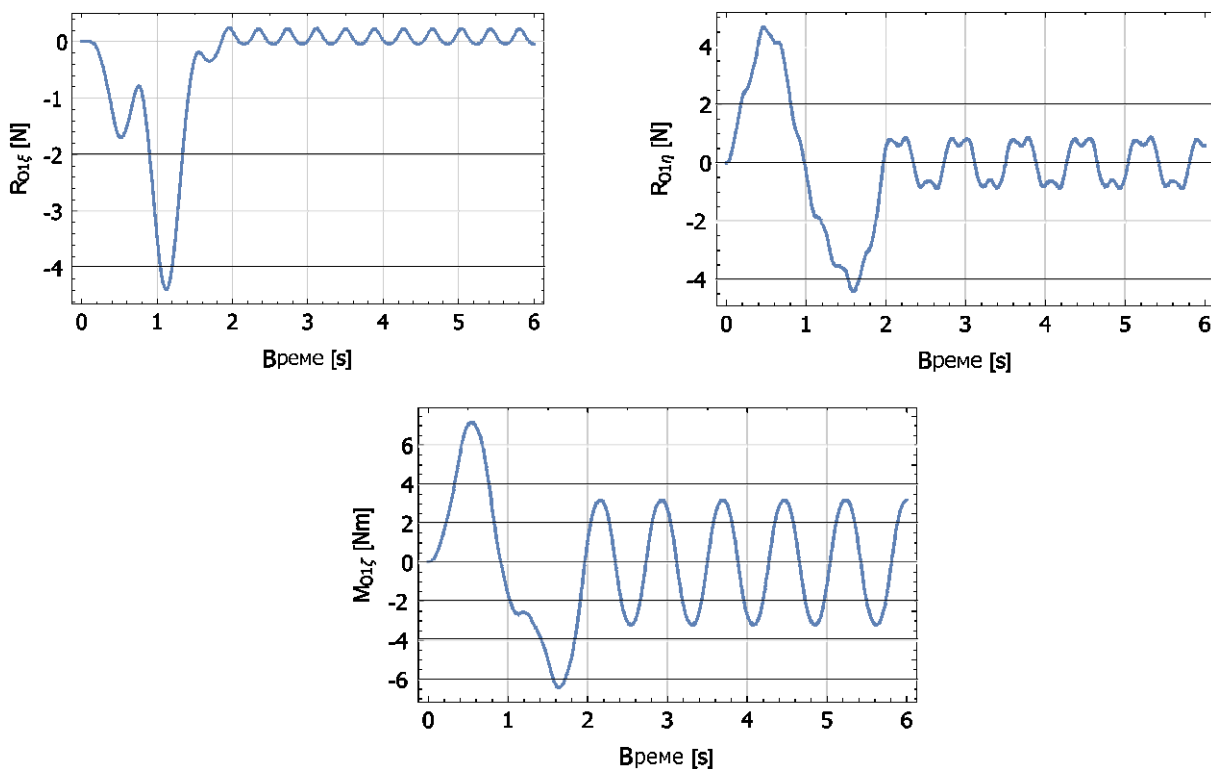
Слика 3.18 Реакције на споју главчине и еластичног члана манипулатора за $\tau_0 = 1 \text{ Nm}$



Слика 3.19 Реакције на споју главчине и еластичног члана манипулатора за $\tau_0 = 2 \text{ Nm}$



Слика 3.20 Реакције на споју главчине и еластичног члана манипулатора за $\tau_0 = 4 \text{ Nm}$



Слика 3.21 Реакције на споју главчине и еластичног члана манипулатора за $\tau_0 = 6 \text{ Nm}$

3.7 Закључне напомене уз Поглавље 3

У овом поглављу представљен је нови приступ који се користи у динамичкој анализи манипулатора са једним еластичним чланом. Предложени приступ за основу има модификовани Ненску-јев метод крутих сегмената који је описан у [94]. За потребе динамичке анализе, еластични члан манипулатора моделиран је као Timoshenko-ов штап. Предложени приступ омогућава поједностављену динамичку анализу, при чему се диференцијалне једначине еластичног члана манипулатора добијају применом метода који важи за крута тела. Ефикасност предложеног приступа потврђена је и у случају великих угаоних брзина главчине. За добијање прецизнијих резултата треба користити већи број подела тј. већи број сегмената. Поред тога, детаљно је описан поступак одређивања реакција веза на контакту крутог и еластичног члана манипулатора. Добијени резултати су готово идентични са резултатима из цитиране литературе, што доказује ваљаност приступа.

На крају, треба истаћи да су резултати приказани у овом поглављу публиковани у [101], а исти су настали током истраживачког рада на изради дисертације.

4. ОПТИМАЛНА СИНТЕЗА ПОДЕСИВИХ РАВНИХ МЕХАНИЗАМА ЗА ГЕНЕРИСАЊЕ ЗАТВОРЕНЕ ПУТАЊЕ

4.1 Уводне напомене

Као што је већ речено, проучавање механизма врши се кроз две етапе. Прва етапа у изучавању механизма обухвата поступак анализе, док друга етапа подразумева процес синтезе или пројектовања механизма. Често се поступак синтезе назива и поновљена анализа јер подразумева проверу аналитичког поступка у циљу добијања коначних решења. Циљ синтезе је пројектовање механизма који треба да изврши унапред дефинисан задатак (остваривање кретања по жељеној путањи, преношење терета, трансформисање кретања,...). Поступак синтезе обавља се кроз три основне фазе [1]:

- типска синтеза којом се дефинише тип механизма који ће се пројектовати
- димензиона синтеза којом се одређују димензије чланова тј. кинематички параметри механизма
- оптимална синтеза којом се обезбеђује остваривање како главног циља, тако и осталих захтева које механизам мора да задовољи

Треба истаћи да димензиона синтеза представља главни део процеса пројектовања механизма, али и да не постоји оштра граница између друге и треће фазе.

Димензиона синтеза подразумева решавање одређеног броја кинематичких задатака у циљу одређивања димензија чланова, тј. добијања коначне конфигурације механизма. Кинематички задаци који се постављају пред механизам могу се разврстати у три групе [1]:

- задаци који подразумевају остваривање функције тј. остваривање координисаног кретања где постоји функционална зависност између кретања извршног и погонског члана

- задаци који подразумевају остваривање путање, где једна тачка механизма треба да прође кроз путању која је задата као унапред дефинисан скуп тачака у равни
- задаци који подразумевају остваривање кретања, где један члан механизма треба да заузме унапред дефинисане положаје. Овај задатак је уопштенији од претходног, односно остваривање кретања подразумева остваривање путање.

Решавањем ових кинематичких задатака тј. остваривањем функције, путање и кретања остварује се синтеза механизма као генератора функције, генератора путање и генератора кретања. Проблем димензионе синтезе решава се коришћењем следећих метода:

1. метод прецизне синтезе тј. прецизних тачака
2. метод оптималне синтезе

Метод прецизне синтезе захтева одређивање независних параметара механизма чији број одговара броју координата унапред дефинисаних тачака путање. Ограничење ове методе представља број прецизних тачака. Наиме, порастом броја прецизних тачака проблем синтезе постаје нелинеаран, а тиме и тешко решив. Осим тога, код метода прецизне синтезе не постоји могућност контроле одступања од путање између две прецизне тачке. Услед диспропорције у димензији чланова, механизми добијени овом методом су у одређеном броју случајева неупотребљиви у пракси. Решења добијена методом прецизних тачака не морају увек бити из скупа реалних бројева, већ обухватају и скуп конјуговано-комплексних бројева, што додатно ограничава примену поменуте методе.

Узимајући у обзир претходно наведене недостатке, не чуди чињеница што у новије време метод оптималне синтезе бележи експанзију. Оптимална синтеза подразумева пројектовање механизма применом поступка оптимизације. Другим речима, оптимална синтеза јесте генерисање најбољег механизма кроз поновљени поступак анализе [6]. У циљу оптималне синтезе механизма потребно је најпре извршити детаљну анализу истог како би се дефинисале пројектне променљиве, функција циља и ограничења.

У наставку овог поглавља биће разматран проблем оптималне синтезе подесивих равних механизма као генератора путање. Овај проблем разматран је у референцама [102, 103, 104]. Наиме, детаљно ће бити изложен поступак димензионе синтезе четворочланог механизма и подесивог кривајно клипног механизма применом теорије оптимизације. За решавање проблема оптималне синтезе биће примењен алгоритам сивог вука који припада класи савремених метахеуристичких алгоритама. Такође, биће испитана ефикасност предложеног алгорита кроз одговарајуће нумеричке примере.

4.2 Формулација проблема синтезе зглобног четворочланог механизма

4.2.1 Позициона анализа

Предмет анализе је четворочлани механизам чији су параметри приказани на слици 4.1. Дужине чланова механизма означене су са L_i ($i = 1, \dots, 4$) где је:

L_2 - дужина водећег члана (криваје),

L_3 - дужина спојке,

L_4 - дужина шеталице,

L_1 - дужина непокретног члана,

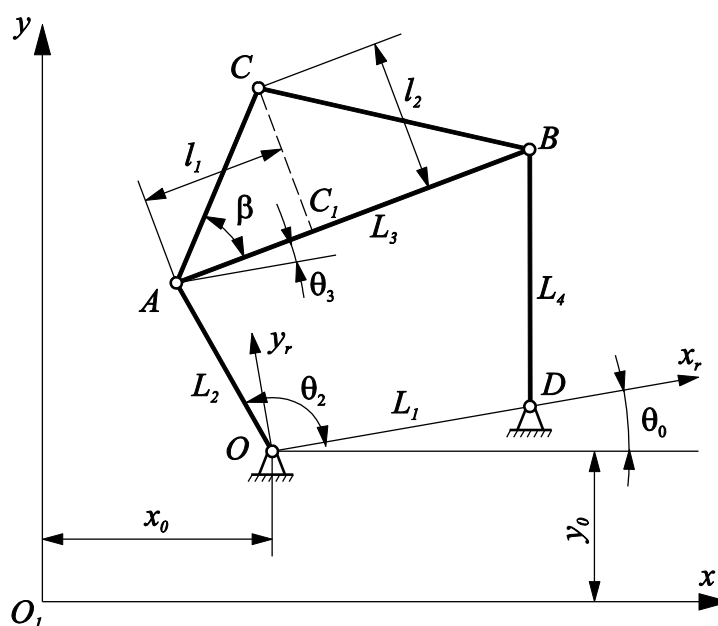
За потребе даље анализе уведена су два координатна система – глобални координатни систем xO_1y и локални (релативни) координатни систем x_rOy_r . Одговарајућим угловима дефинише се положај чланова механизма у односу на изабрани координатни систем, где је:

θ_2 - угао криваје у односу на релативни координатни систем x_rOy_r ,

θ_3 - угао спојке у односу на релативни координатни систем x_rOy_r ,

θ_0 - угао који заклапа непокретни члан у односу на координатни систем xO_1y .

Тачка C означава тачку спојке механизма која треба да прође кроз унапред задате тачке на путањи. Параметри l_1 и l_2 дефинишу пројекције тачке C на правац спојке, односно на правац нормале на спојку.



Слика 4.1 Геометрија зглобног четворочланог механизма

Анализа зглобног четворочланог механизма спроводи се коришћењем једначина које су познате у литератури. Тако се на основу Freudenstein-ове једначине [105] одређују углови θ_2 и θ_3 , док је положај тачке C у односу на глобални координатни систем xO_1y приказан је једначином (4.1):

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{xr} \\ C_{yr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

где је :

$$C_{xr} = L_2 \cdot \cos \theta_2 + l_1 \cdot \cos \theta_3 - l_2 \cdot \sin \theta_3$$

$$C_{yr} = L_2 \cdot \sin \theta_2 + l_1 \cdot \sin \theta_3 + l_2 \cdot \cos \theta_3$$

x_o, y_o - координате тачке O криваје у односу на глобални координатни ситем xO_1y

4.2.2 Пројектни параметри

У примерима синтезе разматраног механизма као генератора путање са прописаним временом [6] оптимизује се девет пројектних променљивих: $L_1, L_2, L_3, L_4, l_1, l_2, x_o, y_o$ и θ_0 . У случају синтезе механизма као генератора путање без прописаног времена, оптимизују се још и улазни углови криваје θ_2^i ($i=1, \dots, N$) који одговарају унапред дефинисаним тачкама на путањи [6]. У општем случају вектор пројектних променљивих може се дефинисати на следећи начин:

$$\mathbf{X} = [L_1, L_2, L_3, L_4, l_1, l_2, x_o, y_o, \theta_0, \theta_2^1, \theta_2^2, \dots, \theta_2^N], \quad (4.2)$$

где је N број задатих тачака. За сваку пројектну променљиву x_j потребно је дефинисати доњу x_j^{lb} и горњу x_j^{ub} границу, док NP означава број пројектних променљивих

$$x_j \in [x_j^{lb}, x_j^{ub}], \quad \forall x_j \in \mathbf{X}, \quad j=1, \dots, NP \quad (4.3)$$

4.2.3 Функција циља и ограничења

Након избора пројектних променљивих потребно је дефинисати функцију циља. Функција циља има два дела. Први део функције циља дефинише грешку одступања суме квадрата између скупа задатих и скупа стварних тачака које у току кретања описује тачка C спојке. Други део функције циља узима у обзир ограничења. Приликом дефинисања оптимизационог проблема задају се два ограничења у којима су садржане казнене функције, тако да је:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N \left[(C_{xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{yd}^i - C_y^i)^2 \right] + M_1 h_1(\mathbf{X}) + M_2 h_2(\mathbf{X}) \right\}, \quad (4.4)$$

где је:

N - број захтеваних нападних тачака,

(C_{xd}^i, C_{yd}^i) - координате нападних (затадих) тачака у односу на глобални координатни систем,

(C_x^i, C_y^i) - координате које генерише тачка C спојке (стварне тачке),

$h_1(\mathbf{X})$ - односи се на услове Grashof-a

$$h_1(\mathbf{X}) = \begin{cases} 0, & \text{када су услови Grashof-а задовољени} \\ 1, & \text{у супротном случају} \end{cases}$$

$h_2(\mathbf{X})$ - односи се на улазни угао криваје θ_2^i ($i = 1, \dots, N$)

$$h_2(\mathbf{X}) = \begin{cases} 0, & \text{када су углови сложени по растућем или опадајућем редоследу} \\ 1, & \text{у супротном случају} \end{cases}$$

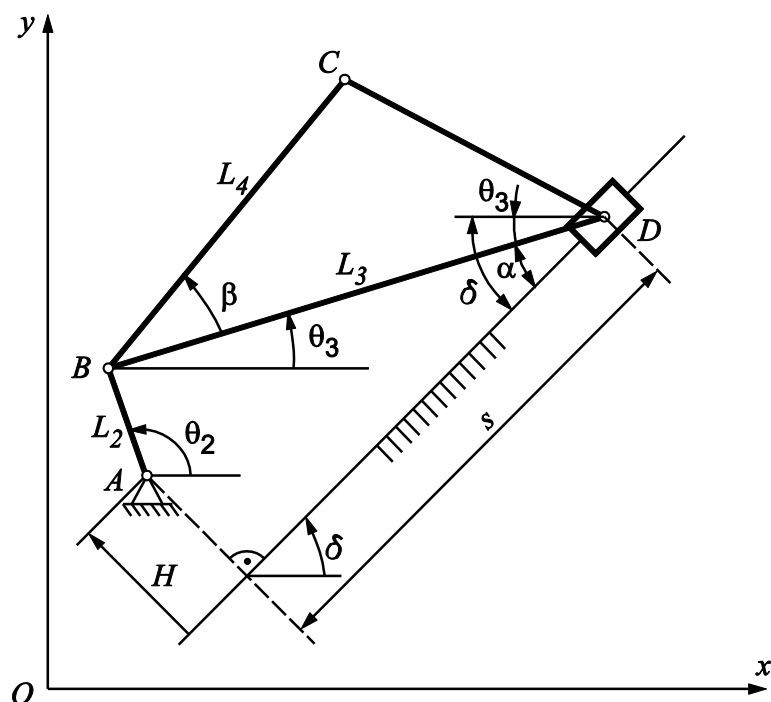
M_1, M_2 - казнене функције којима се кажњава функција циља када ограничења нису задовољена.

Ограничења која се односе на пројектне променљиве биће дата директно у оптимизационом алгоритму, што омогућава да се пројектне променљиве у току процеса оптимизације налазе у оквиру унапред дефинисаних граница.

4.3 Формулација проблема синтезе подесивог кривајно клипног механизма

4.3.1 Позициона анализа

Предмет анализе је подесиви (кривајно клипни) механизам чији су параметри приказани на слици 4.2. Дужине чланова механизма означене су са L_i ($i = 2, 3, 4$), док су са θ_i ($i = 2, 3, 4$) означени углови којима се дефинише положај одговарајућег члана у односу на x -осу. Разматрани механизам је смештен у равни xOy .



Слика 4.2 Подесиви кривајно клипни механизам

На почетку, потребно је дефинисати следеће величине [102]:

$$R_{\max} = L_2 + L_4, \quad (4.5)$$

$$R_{\min} = |L_2 - L_4| \quad (4.6)$$

где R_{\max} означава најдуже растојање од тачке A до тачке спојке C , а R_{\min} најкраће растојање између ове две тачке (када су погонски члан AB и спојка BC колинеарни).

Положај тачке C у односу на координатни систем xOy дефинише се на следећи начин:

$$x_C = x_A + L_2 \cos \theta_2 + L_4 \cos(\theta_3 + \beta) \quad (4.7)$$

$$y_C = y_A + L_2 \sin \theta_2 + L_4 \sin(\theta_3 + \beta) \quad (4.8)$$

где x_A, y_A дефинишу положај тачке A у односу на координатни систем xOy . Уколико се координате тачке $A(x_A, y_A)$ изаберу као независне пројектне променљиве, онда се одговарајуће дужине чланова механизма L_2 и L_4 одређују из једначина (4.5) и (4.6).

Угао θ_2 дефинише положај погонског члана ($0 \leq \theta_2 \leq 2\pi$), док се угао θ_3 одређује на основу релације:

$$\theta_3 = \delta + \arcsin \left[-\frac{H}{L_3} - \frac{L_2}{L_3} \sin(\theta_2 - \delta) \right] \quad (4.9)$$

У општем случају, величина H (видети слику 4.2) дефинише се релацијом:

$$H = -L_2 \sin(\theta_2 - \delta) - L_3 \sin(\theta_3 - \delta) \quad (4.10)$$

Ход клизача C одређен је величином s на следећи начин:

$$s = \sqrt{L_2^2 + L_3^2 - H^2 + 2L_2L_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)} \quad (4.11)$$

4.3.2 Дефинисање пројектних параметара и функције циља

У поступку оптималне синтезе подесивог механизма приказаног на слици 4.2 размотриће се следећа два случаја: оптимизација путање и вишекритеријумска оптимизација која подразумева истовремену оптимизацију и путање и хода клизача.

Случај 1 - Оптимизација путање

У овом случају оптимизује се девет пројектних променљивих, па се вектор пројектних променљивих \mathbf{X} дефинише на следећи начин:

$$\mathbf{X} = \{L_2, L_3, L_4, \beta, \delta, H, x_A, y_A, \theta_2\} \quad (4.12)$$

За сваку пројектну променљиву x_j ($j=1, \dots, 9$) потребно је дефинисати горњу x_j^{lb} и доњу x_j^{ub} границу:

$$x_j \in [x_j^{lb}, x_j^{ub}], \quad \forall x_j \in \mathbf{X}, \quad j=1, \dots, 9 \quad (4.13)$$

Након избора пројектних променљивих потребно је дефинисати функцију циља:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N \left[(C_{xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{yd}^i - C_y^i)^2 \right] + M_1 h_1(\mathbf{X}) + M_2 h_2(\mathbf{X}) \right\}, \quad (4.14)$$

где је: N - број захтеваних нападних тачака,

(C_{xd}^i, C_{yd}^i) - координате нападних тачака у односу на координатни систем xOy ,

(C_x^i, C_y^i) - координате које генерише тачка C спојке

$h_1(\mathbf{X})$ - ограничење које се односи на једначину (4.15)

$h_2(\mathbf{X})$ - односи се на улазни угао криваје θ_2^i ($i=1, \dots, N$)

$$h_2(\mathbf{X}) = \begin{cases} 0, & \text{када су углови сложени по растућем или опадајућем редоследу} \\ 1, & \text{у супротном случају} \end{cases}$$

Функција циља дефинисана релацијом (4.14) подлеже ограничењу које је задато у облику неједнакости:

$$g_1 = |H + L_2 \sin(\theta_2 - \delta)| - L_3 \sin \alpha \leq 0 \quad (4.15)$$

где је α угао којим је дефинисан положај члана BC подесивог механизма у односу на правац кретања клизача C (видети слику 4.2).

$$\alpha = \delta - \theta_3 \quad (4.16)$$

Случај 2 - Оптимизација путање и хода клизача

У овом случају применом поступка вишекритеријумске оптимизације извршиће се истовремена минимизација две функције циља. Дакле, оптимизациони проблем дефинише се на следећи начин:

$$\min \{f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X})\} \quad (4.17)$$

Оптимизација путање постиже се задавањем функције циља $f_1(\mathbf{X})$ на начин као у наставку:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N \left[(C_{xd}^i - C_x^i)^2 + (C_{yd}^i - C_y^i)^2 \right] + M_1 h_1(\mathbf{X}) + M_2 h_2(\mathbf{X}) \right\}, \quad (4.18)$$

Оптимизација хода клизача остварује се задавањем функције циља $f_2(\mathbf{X})$ као што следи:

$$f_2(\mathbf{X}) = \min(\Delta s) \quad (4.19)$$

где је:

$$\Delta s = \text{abs}(s_{\max} - s_{\min}),$$

s_{\max} је максимална вредност величине s дефинисане једначином (4.11)

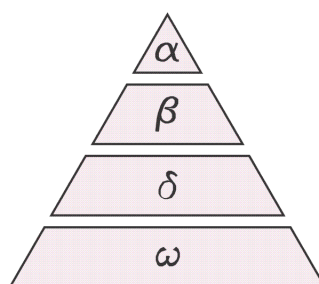
s_{\min} је минимална вредност величине s дефинисане једначином (4.11)

Вектор пројектних променљивих дефинише се релацијом (4.12), односно на исти начин као у Случају 1.

4.4 Алгоритам сивог вука

Након избора пројектних променљивих и дефинисања функције циља, потребно је изабрати одговарајући оптимизациони алгоритам којим ће се успешно решити проблем димензионе синтезе разматраних равних механизма. За решавање наведених проблема овде ће се користити још један алгоритам из групе савремених метахеуристичких алгоритама под називом алгоритам сивог вука (Grey Wolf optimizer – GWO).

Алгоритам сивог вука припада класи биолошки инспирисаних алгоритама који је креирао Mirjalili [20]. Алгоритам опонаша живот ове врсте вукова у природи, тачније принципе по којима функционишу, а то су строга хијерархија и групни лов. Пошто припадају породици звери, разматрају се као предатори који се налазе на врху ланца исхране. Сиви вукови живе у чопору који у просеку броји 5-12 јединки. У чопору је заступљена строга друштвена хијерархија. Улога вође чопора припада алфа јединкама које могу бити како мужјаци тако и женке. Алфа доноси све битне одлуке и командује чопору. Другим речима, алфа јединка представља први ниво у хијерархији сивих вукова. Следећи ниво су бета вукови који имају задатак да пруже помоћ алфа јединки при доношењу одлука, али и да брину о дисциплини у чопору. Делта вукови представљају трећи ниво у хијерархији сивих вукова тј. подређени су алфа и бета јединкама. Делта вукови су чувари, извиђачи, старатељи, али и стари вукови. Најниже рангирани сиви вукови називају се омега вукови. Они су подређени свим претходно набројаним категоријама вукова. Иако често изгледа да омега јединке нису од посебне важности, имају битну улогу у одржавању структуре доминације, а неретко преузимају бригу о младима.



Слика 4.3 Шематски приказ хијерархије сивих вукова

Следећа битна особина сивих вукова је њихово понашање у лову, односно механизам лова. Постоје три основне стратегије које ови предатори користе у лову [20]:

1. праћење, гоњење и приближавање плену
2. опкољавање и узнемиравање плена док се не смири
3. напад на плен

Примена алгоритма сивог вука (GWO) за решавање различитих оптимизационих проблема може се видети у референцама [106-110].

4.4.1 Математички модел

Да би се математички моделирало понашање сивих вукова, потребно је најпре почетну популацију у GWO алгоритму поделити у четири групе: α, β, δ и ω . У GWO алгоритму, лов тј. потрагу за оптималним решењем предводе прва три најбоља решења која се разматрају као α, β и δ вукови, док их ω вукови следе у томе.

Главна фаза у групном лову је окруживање плена и ова стратегија у лову може се моделирати следећим једначинама:

$$\mathbf{D} = |\mathbf{C} \cdot \mathbf{X}_p(t) - \mathbf{X}(t)| \quad (4.20)$$

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}_p(t) - \mathbf{A} \cdot \mathbf{D} \quad (4.21)$$

где t означава тренутну итерацију, \mathbf{X}_p положај плена, \mathbf{X} је вектор положаја сивог вука, док се вектори \mathbf{A} и \mathbf{C} могу израчунати коришћењем следећих израза:

$$\mathbf{A} = 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{a} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{C} = 2 \cdot \mathbf{r}_2 \quad (4.23)$$

где су $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ насумични вектори из опсега $[0,1]$, док вектор \mathbf{a} линеарно опада од 2 до 0 током итерација.

Наиме, GWO алгоритам полази од претпоставке да положаји α, β и δ вукова одређују положај плена. Прва три најбоља решења (положаја) разматрају се као положаји α, β и δ вукова, док остали агенти у претрази (омега вукови) мењају своје положаје у односу на α, β и δ вукове.

Промена положаја омега вукова може се представити следећим једначинама:

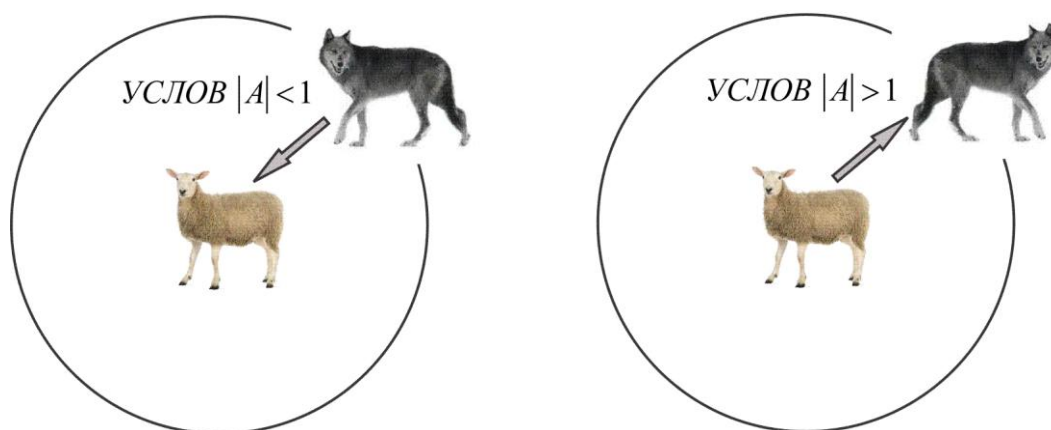
$$\mathbf{D}_\alpha = |\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{X}_\alpha - \mathbf{X}| ; \mathbf{D}_\beta = |\mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{X}_\beta - \mathbf{X}| ; \mathbf{D}_\delta = |\mathbf{C}_3 \cdot \mathbf{X}_\delta - \mathbf{X}| ; \quad (4.24)$$

$$\mathbf{X}_1 = |\mathbf{X}_\alpha - \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{D}_\alpha| ; \mathbf{X}_2 = |\mathbf{X}_\beta - \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{D}_\beta| ; \mathbf{X}_3 = |\mathbf{X}_\delta - \mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{D}_\delta| ; \quad (4.25)$$

$$\mathbf{X}(t+1) = \frac{\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_3}{3} \quad (4.26)$$

4.4.2 Псеудо-код GWO алгоритма

Процес претраге у GWO алгоритму започиње генерисањем почетне популације, односно формирањем чопора. У даљем итеративном поступку α, β и δ вукови процењују положај плена, при чему свако потенцијално решење подразумева приближавање плену. У том смислу, када је $|A| > 1$ потенцијална решења теже удаљавању од плена, односно за $|A| < 1$ потенцијална решења се приближавају плену.



Слика 4.4 Напад и потрага за пленом

У наставку је дат псеудо код GWO алгоритма.

Алгоритам 1. Псеудо код GWO алгоритма [20]

- 1: Дефинисање броја агената (вукова) N и максималног броја итерација $\max iter$
- 2: Иницијализација почетне популације X_i ($i = 1, 2, \dots, n$)
- 3: Иницијализација вектора $\mathbf{a}, \mathbf{A}, \mathbf{C}$
- 4: Израчунавање фитнес вредности сваког агента
- 5: $X_\alpha =$ најбољи агент
- 6: $X_\beta =$ други најбољи агент
- 7: $X_\delta =$ трећи најбољи агент
- 8: **while** ($t < \max iter$)
- 9: **for** %% за сваког агента претраге
- 10: ажурирај положај тренутног агента претраге на основу једначине (4.26)
- 11: **end for**

```

12:  Израчунавање вектора a, A, C
13:  Израчунавање фитнес вредности сваког агента
14:  Проналажење нових  $X_\alpha, X_\beta, X_\delta$ 
15:   $t = t + 1$ 
16:  Сортирање популације на бази фитнес вредности
17:  for  $i := (n / 2) + 1, n$ 
18:      Ажурирај положај  $i$ -тог вука на основу једначине (4.27)
19:  end for
20: end while
21: у супротном исписати  $X_\alpha$ 
22: Постпроцесирање резултата

```

4.5 Нумерички примери

4.5.1 Пример 1– Оптимална синтеза зглобног четворочланог механизма

Разматра се проблем синтезе зглобног четворочланог механизма као генератора путање без прописаног времена. Тачка C спојке треба да прође кроз скуп од осамнаест претходно дефинисаних тачака.

На основу релације (4.2), пројектне променљиве за разматрани проблем дефинишу се на следећи начин:

$$\mathbf{X} = [L_1, L_2, L_3, L_4, l_1, l_2, x_o, y_o, \theta_0, \theta_2^1] \quad (4.27)$$

Координате жељених (унапред дефинисаних) тачака на путањи су:

$$\{C_d^i\} = \left\{ \begin{array}{l} (0.5, 1.1); (0.4, 1.1); (0.3, 1.1); (0.2, 1.0); (0.1, 0.9); (0.05, 0.75); \\ (0.02, 0.6); (0, 0.5); (0, 0.4); (0.03, 0.3); (0.1; 0.25); (0.15, 0.2); \\ (0.2, 0.3); (0.3, 0.4); (0.4, 0.5); (0.5, 0.7); (0.6, 0.9); (0.6, 1.0) \end{array} \right\} \quad (4.28)$$

Улазни угао криваје одређује се коришћењем следеће релације:

$$\{\theta_2^i\} = \{\theta_2^1, \theta_2^1 + 20 \cdot i\}, i = 1, \dots, 17 \quad (4.29)$$

За сваку пројектну променљиву дефинисане су границе:

$$0 \leq L_1, L_2, L_3, L_4 \leq 50; \quad -50 \leq l_1, l_2, x_o, y_o \leq 50; \quad 0 \leq \theta_0, \theta_2^1 \leq 2\pi \quad (4.30)$$

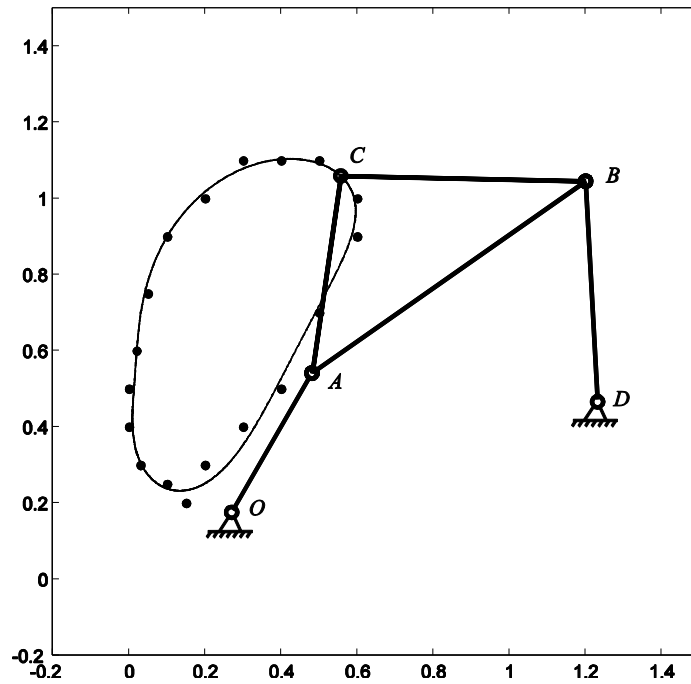
Параметри алгоритма GWO који се примењује у поступку оптимизације су: $maxiter = 50$ (максималан број итерација), док број агената износи 30 ($SearchAgents_no=30$).

Коришћењем алгоритма сивог вука у оптимизационом поступку добија се механизам чији су пројектни параметри дати у Табели 4.1. Поређења ради, у поменутој табели приказани су и резултати других аутора [111, 112, 113, 114, 24] који су исти проблем решавали применом различитих оптимизационих алгоритама. Дакле, циљ је да се на примеру зглобног четворочланог механизма, који је разматран у литератури, покаже ефикасност GWO алгоритма.

	Kunjur, Krishnamurty [111] (GA)	Ortiz и др. [114] (IOA)	Cabrera и др. [112] (GA)	Cabrera и др. [113] (MUMSA)	Bulatović и др.[24] (MKH)	GWO
L_2	0.274853	0.245216	0.237803	0.297057	0.42180	0.41970
L_3	1.180253	6.38294	4.828954	3.913095	0.87821	0.98857
L_4	2.138209	2.620532	2.056456	0.849372	0.58013	0.58240
L_1	1.879660	4.040435	3.057878	4.453772	1.00429	1.10427
l_1	-0.833592	1.139106	0.767038	1.6610626	0.35907	0.40047
l_2	-0.378770	1.866109	1.850828	2.7387359	0.38081	0.44529
x_o	1.132062	1.891805	1.776808	2.806964	0.26886	0.28691
y_o	0.663433	-0.761339	-0.641991	4.853543	0.17715	0.09855
θ_0	4.354224	1.187751	1.002168	-1.309243	0.29294	0.33948
θ_2^1	2.558625	0.000000	0.226186	4.853543	0.88595	0.84827
грешка	0.043	0.0349	0.0337	0.0196	0.00911	0.00908

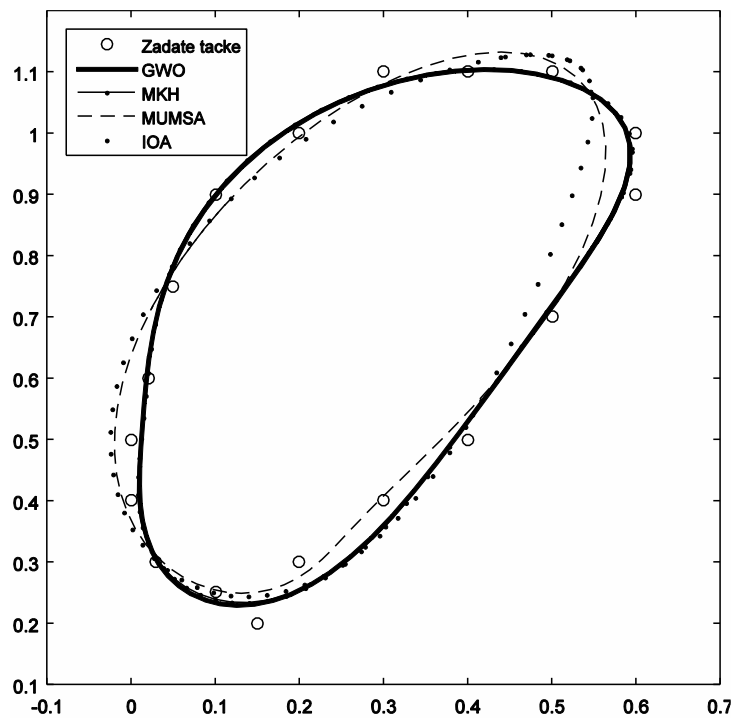
Табела 4.1 Упоредни приказ пројектних параметара добијених применом различитих оптимизационих алгоритама

На слици 4.5 приказан је најбољи механизам добијен применом алгоритма сивог вука (GWO) као и путања коју он генерише.



Слика 4.5 Најбољи механизам у примеру 1

На слици 4.6 упоредно су приказане путање које описује тачка C датог механизма, а које су добијене применом различитих оптимизационих алгоритама (Bulatović и др.[24] – МКН, Cabrera и др. [113] – MUMSA algorithm, Ortiz и др. [114] - IOA).



Слика 4.6 Спрежне криве

4.5.2 Пример 2 – Оптимална синтеза подесивог (кривајно клипног) механизма

Као што је претходно речено, у примеру оптималне синтезе кривајно клипног механизма биће разматрана два случаја. У првом случају циљ је оптимизација путање тј. синтеза кривајно клипног механизма као генератора путање. У другом случају, циљ је извршити истовремену (симултану) оптимизацију путање и хода клизача.

Случај 1 - Оптимизација путање

На почетку, потребно је дефинисати вектор пројектних променљивих:

$$\mathbf{X} = \{L_2, L_3, L_4, \beta, \delta, H, x_A, y_A, \theta_2\} \quad (4.31)$$

Координате жељених (унапред задатих) тачака на путањи исте су као у Примеру 1, тј. дефинисане су релацијом (4.28). Наиме, циљ је извршити синтезу различитих типова равних механизма који генеришу исту путању. Овде је генератор путање (која је задата истим скупом тачака као у *Примеру 1* подесиви механизам приказан на сл. 4.2.

За сваку пројектну променљиву дефинисане су границе:

$$0 \leq L_2, L_3, L_4 \leq 50; \quad -50 \leq H, x_A, y_A \leq 50; \quad 0 \leq \theta_2, \beta, \delta \leq 2\pi \quad (4.32)$$

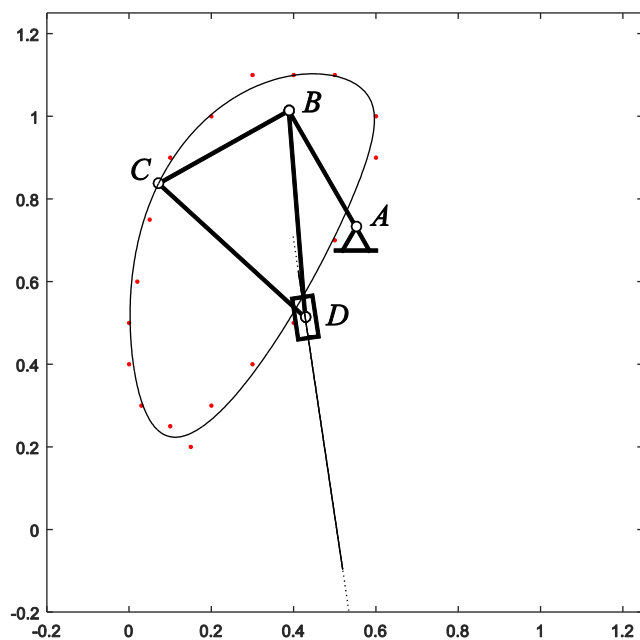
Параметри алгоритма GWO који се примењује у поступку оптимизације исти су као у претходном случају. Применом алгоритма сивог вука добија се подесиви механизам чији су пројектни параметри приказани у Табели 4.2.

Пројектни параметри	Оптималне вредности GWO
L_2	0.32563
L_3	0.50213
L_4	0.36236
β	-1.14240
δ	-1.42252
H	0.15411
x_A	0.55131
y_A	0.73173
θ_2	0.53607
Δs	0.52426
грешка	0.00994

Табела 4.2 Оптималне вредности пројектних параметара у *Случају 1*

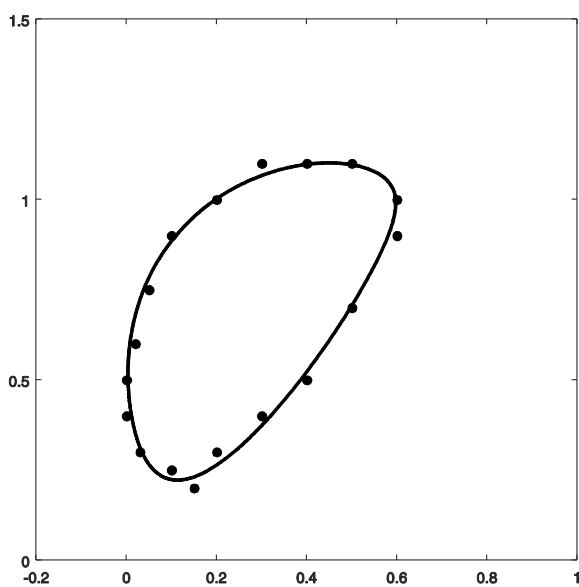
Како у доступној литератури не постоје референце у којима се разматра оптимизација путање овог типа равних механизма, то није могуће дати упоредне резултате.

На слици 4.7 приказан је најбољи механизам добијен применом алгоритма сивог вука (GWO) као и путања коју он генерише.



Слика 4.7 Најбољи механизам у примеру 2 – *Случај 1*

На слици 4.8 приказана је путања које описује тачка *C* разматраног подесивог механизма, а иста је добијена применом алгоритма сивог вука.



Слика 4.8 Спрежна крива

Случај 2 - Оптимизација путање и хода клизача

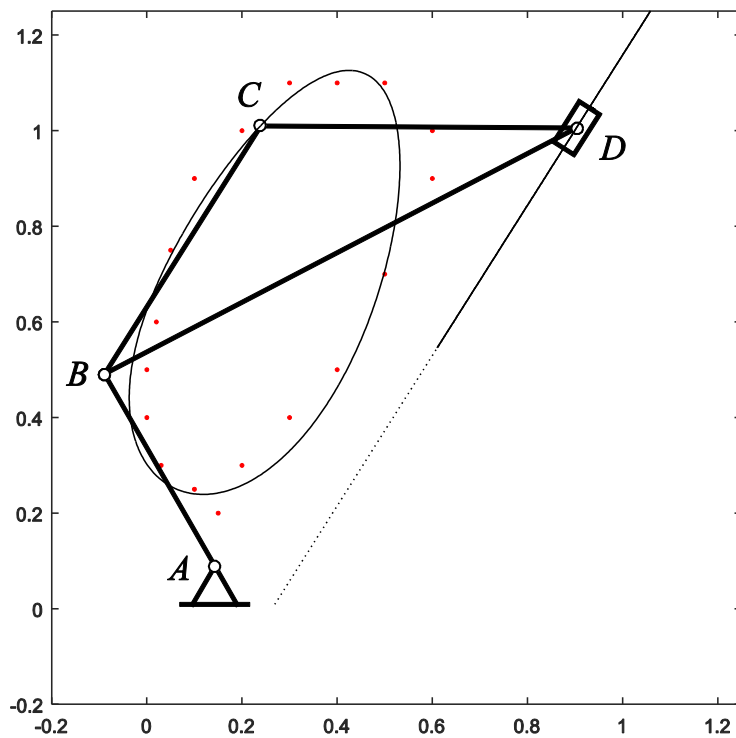
Вектор пројектних променљивих у овом случају дефинише се на исти начин као у *Случају 1*, односно релацијом (4.31). Координате жељених тачака на путањи исте су као у претходним примерима, јер је циљ генерисати исту путању коришћењем два типа равних механизма. За разлику од *Случаја 1* где се разматра само оптимизација путање, овде се врши истовремена оптимизација путање и хода клизача.

Коришћењем алгоритма сивог вука у поступку вишекритеријумске оптимизације генерише се већи број подесивих механизма (решења) са различитим вредностима пројектних параметара. У Табели 4.3 приказани су пројектни параметри за четири најбоља решења (механизма) која су добијена у поступку оптимизације.

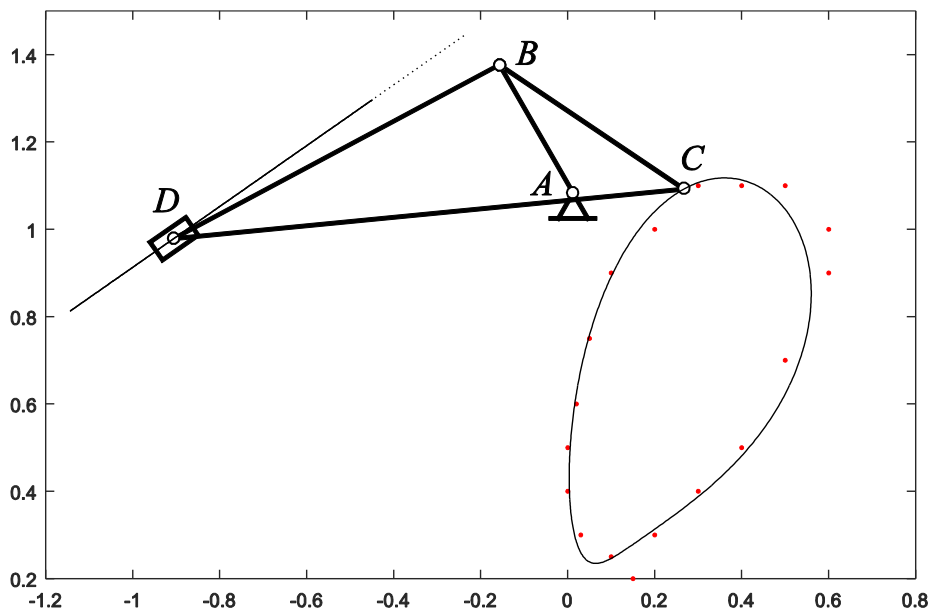
Прој. променљиве	Опт. вред. (Пример 1)	Опт. вред. (Пример 2)	Опт. вред. (Пример 3)	Опт. вред. (Пример 4)
L_2	0.46357	0.33887	0.46319	0.30143
L_3	1.11772	0.84714	1.03291	1.50697
L_4	0.61417	0.51169	0.56197	1.02869
β	6.81167	8.34521	0.53718	2.39888
δ	-5.27894	-2.53315	1.00504	3.61733
H	0.14973	0.43825	0.15378	0.90908
x_A	0.14271	0.01185	0.14909	-0.36041
y_A	0.08941	1.08347	0.14390	1.47563
θ_2	-5.22872	1.27817	1.04741	1.29291
f_{1min}	0.03292	0.03782	0.03305	0.03602
f_{2min}	0.48965	0.48626	0.49073	0.48052

Табела 4.3 Оптималне вредности пројектних параметара за четири најбоља решења у *Случају 2*

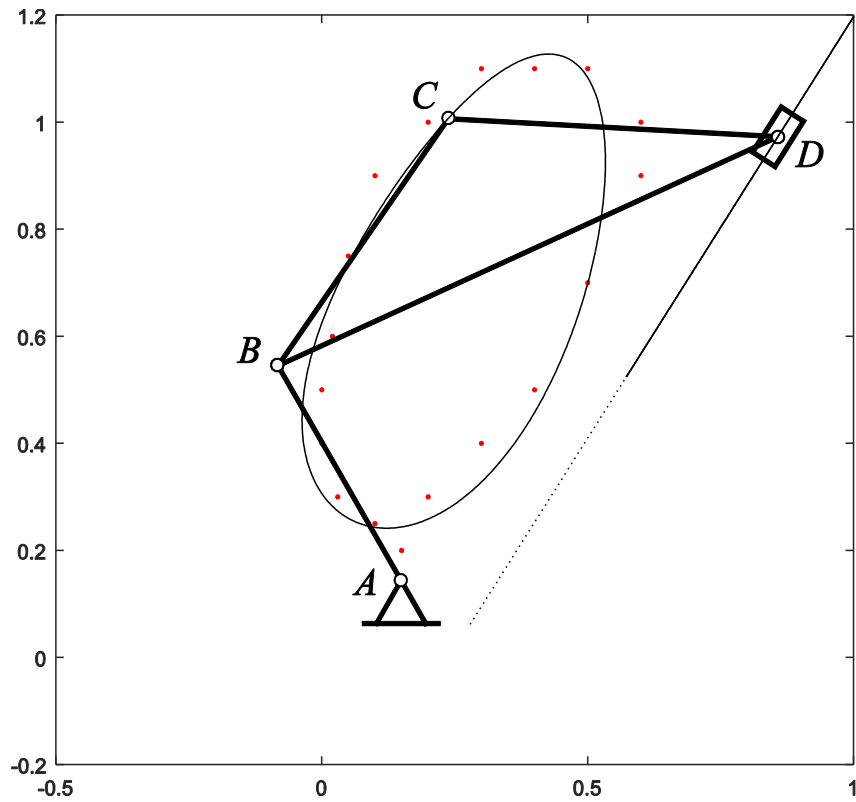
На сликама 4.9 - 4.12 приказани су механизми (са параметрима из Примера 1, 2, 3 и 4, респективно) који су добијени поступком вишекритеријумске оптимизације и применом алгоритма сивог вука (GWO). На истим сликама приказане су и путање које генеришу подесиви механизми добијени у Примерима 1, 2, 3 и 4.



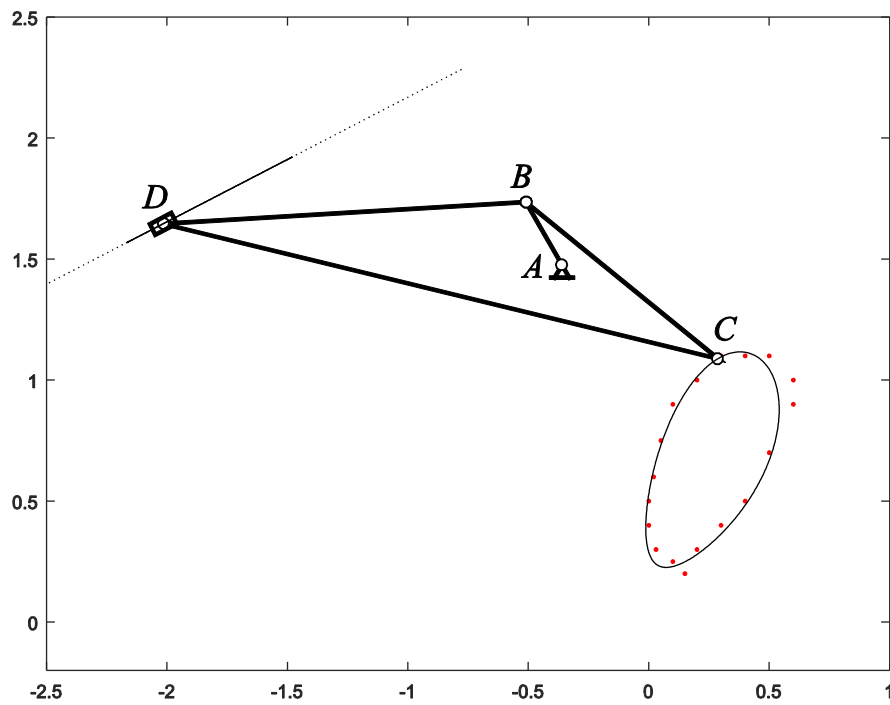
Слика 4.9 Механизам и његова путања – Пример 1



Слика 4.10 Механизам и његова путања – Пример 2



Слика 4.11 Механизам и његова путања – Пример 3



Слика 4.12 Механизам и његова путања – Пример 4

4.6 ЗАКЉУЧНЕ НАПОМЕНЕ УЗ ПОГЛАВЉЕ 4

У овом поглављу разматран је проблем оптималне синтезе подесивих равних механизма као генератора путање. У решавању проблема оптималне синтезе примењен је алгоритам сивог вука. У доступној литератури не постоје истраживања у којима је проблем оптималне синтезе механизма решаван применом GWO алгоритма. Тестирање ефикасности алгоритма сивог вука извршено је на примеру оптималне синтезе четворочланог механизма као генератора путање (Пример 1). Резултати добијени применом GWO алгоритма бољи су од резултата у [111,112,113,114], односно приближни резултатима у [24] (видети Табелу 4.1). Затим су разматрана два случаја оптималне синтезе подесивог кривајно клипног механизма (Пример 2). Најпре, у *Случају 1*, извршена је оптимална синтеза путање која је дефинисана истим скупом тачака као у Примеру 1. Добијени резултати су одлични, тј. путања је готово идентична оној коју генерише четворочлани механизам (Слика 4.8). Одступања стварне од жељене путање су минимална. У *Случају 2* извршена је вишекритеријумска оптимизација путање и хода клизача. Међутим, резултати добијени у овом случају нису задовољавајући. Наиме, величина Δs је незнатно смањена у односу на *Случај 1* (једнокритеријумска оптимизација), док постоји драстично одступање стварне од жељене (задате) путање (видети слике 4.9 - 4.12).

На основу претходног, намеће се закључак да алгоритам сивог вука даје одличне резултате у случају једнокритеријумске оптимизације. Међутим, у поступку вишекритеријумске оптимизације примена GWO алгоритма није дала очекивано добре резултате. У том смислу, потребно је извршити одређене модификације тј. побољшања стандардног GWO алгоритма како би се побољшала његова ефикасност у поступку MOO.

На крају, треба истаћи да у доступној литератури не постоје референце у којима је разматран проблем вишекритеријумске оптимизације путање и хода клизача подесивог кривајно клипног механизма. Овим је дат изванредан допринос проучавању проблема оптималне синтезе подесивих равних механизма.

5. ЗАКЉУЧАК

У овој дисертацији представљени су савремени приступи у кинематичкој и динамичкој анализи раванских механизма. Најпре, у уводном делу рада укратко је описан историјат развоја механизма и истакнут значај савремених тенденција у проучавању истих. Указано је на значај примене савремених оптимизационих метода како у процесу анализе, тако и у поступку синтезе механизма. У том смислу, у најкраћем је изложен развој оптимизационих алгоритама и њихова класификација. Акцент је на биолошки инспирисаним алгоритмима који се успешно примењују у решавању комплексних инжењерских проблема.

Уравнотежење механизма тј. елиминисање динамичких оптерећења насталих услед инерције, од пресудног је значаја за њихов поуздан и сигуран рад. У другом поглављу разматран је проблем уравнотежења раванских механизма. Ово поглавље подељено је на три целине (одељка). У првој целини су на примеру раванског серијског манипулатора са два степена слободе кретања анализирана два начина којима се постиже смањење динамичких реакција веза у зглобовима. Први начин којим се постиже уравнотежење базира се на примени интерполационих полинома и омогућава значајно смањење динамичких реакција зглобова (око 50%). Други метод уравнотежења заснива се на додавању противтегова на чланове манипулатора, чиме су динамичке реакције у зглобовима редуковане за 66%. Добијени резултати доказују ефикасност предложених метода уравнотежења. Значајан допринос овог поглавља, али и целе дисертације јесте примена новог метода којим се одређују реакције веза у зглобовима манипулатора. Иако у доступној литератури постоје развијене методе динамичке анализе крутих тела, овде је предложен нов метод у симболичком облику који се заснива на примени апсолутних координата. Предложени метод омогућава поједностављену и рачунски ефикаснију динамичку анализу раванских механизма. Основ метода је представљање крутих чланова манипулатора (механизма) динамички еквивалентним системом са концентрисаним масама. Кинематичка и динамичка анализа система са концентрисаним масама спроводи се применом метода трансформације брзина. Напоследку, у циљу одређивања динамичких реакција веза зглобови се имагинарно пресецају, чиме број апсолутних

координата постаје већи од броја степени слободе. Зато се у предложеном методу примењују Лагранжеве једначине са множитељима веза. Предност предложеног метода је што се на релативно једноставан начин може проширити на системе (механизме) који се састоје од n крутих чланова који су међусобно повезани ротационим зглобовима. Друга предност предложеног метода је рачунска ефикасност, тј. метод не захтева израчунавање основних кинематичких величина (брзина и убрзања средишта маса, угаоних брзина и убрзања,...). Резултати приказани у овом делу дисертације публиковани су у референци [52].

У другој целини проблем уравнотежења разматран је као вишекритеријумски оптимизациони проблем, при чему је извршена истовремена минимизација осам функција циља (којима су обухваћена динамичка оптерећења зглобног четвороугаоног механизма). За решавање оптимизационог проблема примењен је субпопулацијски алгоритам свица (SP-FA). Овај алгоритам заправо је модификована, односно побољшана варијанта стандардног алгоритма свица. Предложеним модификацијама омогућена је боља претрага простора решења и задовољење ограничења у сваком итеративном кораку. Прецизније, циљ предложених модификација је побољшање ефикасности стандардног алгоритма свица и избегавање уочених недостатака стандардног алгоритма свица. SP-FA алгоритам је тестиран на примеру уравнотежења зглобног четвороугаоног механизма, чиме је недвосмислено потврђена његова ефикасност (видети слике 2.9 и 2.10). Посебно треба истаћи да је предложеним SP-FA остварено смањење свих динамичких оптерећења четвороугаоног механизма у значајном проценту (видети Табелу 3). Наиме, редуција динамичких величина креће се у опсегу од 71% до 99% у односу на неоптимизоване вредности. Додатно, примењен је нов приступ у вишекритеријумској оптимизацији који се разликује од конвенционалних приступа у доступној литератури, а заснива се на истовременој оптимизацији неколико функција циља. Предложени SP-FA, као и нов приступ у вишекритеријумској оптимизацији први пут су примењени у решавању проблема уравнотежења раванског механизма. Резултати представљени у оквиру ове целине публиковани су у референци [71].

Трећа целина представља наставак тј. надоградњу друге целине где је разматран проблем уравнотежења реакција у непокретним ослонцима зглобног четвороугла. Наиме, у трећој целини поступком уравнотежења обухваћене су реакције веза у свим зглобовима четвороугаоног механизма. Тиме је начињен велики искорак, јер у доступној литератури не постоје истраживања у којима је разматран утицај реакција веза у покретним ослонцима на уравнотежење четвороугаоног механизма. Применом модификованог метода који важи за раванске затворене кинематичке ланце одређене су

реакција веза зглобног четвороугла. Метод се заснива на увођењу померања која зглобови спречавају и коришћењу апсолутних углова обртања тела у кинематичком ланцу. Коришћењем апсолутних координата остварена је рачунска предност предложеног метода у односу на добро познате методе из литературе које се базирају на релативним координатама. Проблем уравнотежења решен је применом хибридног алгоритма свица и кукавичје претраге у вишекритеријумском оптимизационом поступку. Хибридизацијом, односно комбиновањем добрих карактеристика основних алгоритама добијен је ефикасан алгоритам којим је успешно решен проблем уравнотежења зглобног четвороугаоног механизма. Алгоритам је тестиран са аспекта осетљивости граница (дијаграми конвергенције на сл. 2.24-2.26), а његова ефикасност потврђена је у упоредној анализи са основним алгоритмима (видети слике 2.15-2.23). Оптимизацијом расподеле масе чланова механизма и применом хибридног алгоритма остварено је значајно смањење динамичких оптерећења (Табела 7) чиме је оправдана употреба истог. У доступној литератури не постоје истраживања у којима је уравнотежење раванских механизма извршено применом савремених хибридних алгоритама. Резултати приказани у овој целини публиковани су у референци [80].

У трећем поглављу ове дисертације процес анализе је проширен и њиме су обухваћени механизми са еластичним члановима. У поступку динамичке анализе манипулатора са једним еластичним чланом примењен је нов приступ који се базира на модификованом Ненску методу крутих сегмената [94]. Прецизније, коришћењем приступа који важи за системе крутих тела, извршена је динамичка анализа еластичног члана манипулатора. Тиме је омогућена бржа и једноставнија анализа механизма. Еластични члан манипулатора представљен је као систем који се састоји од лаких крутих штапова за које су заварене концентрисане масе. Лаки штапови међусобно су повезани зглобовима са два степена слободе кретања и одговарајућим опругама у њима. Ваљаност предложеног приступа потврђена је кроз одговарајуће нумеричке примере из литературе. Осим тога, предложени приступ показао је ефикасност и у случају великих угаоних брзина главчине. У оквиру овог поглавља детаљно је описан поступак одређивања реакција веза код манипулатора са једним еластичним чланом. Предложена методологија којом су одређене реакције веза на контакту главчине и еластичног члана базира се на процедури којом су одређене реакције веза код манипулатора са крутим члановима (Одељак 2.2). Дакле, коришћењем еквивалентног система са концентрисаним масама и опругама, применом метода трансформације брзине и коришћењем Лагранжевих једначина са множитељима веза одређене су реакције на споју крутог и еластичног члана манипулатора. На крају, треба истаћи да су резултати приказани у овом поглављу публиковани у референци [101].

У Поглављу 4 разматран је процес оптималне синтезе тј. пројектовања подесивих раванских механизма. У поступку оптималне синтезе примењен је алгоритам сивог вука. У доступној литератури не постоје истраживања у којима је овај алгоритам примењиван у поступцима синтезе механизма. Тестирање GWO алгоритма извршено је на примеру оптималне синтезе зглобног четвороугаоног механизма као генератора путање која је задата скупом тачака у равни. Ефикасност алгоритма сивог вука потврђена је поређењем добијених резултата са резултатима добијеним применом других оптимизационих алгоритама на нумеричком примеру из литературе. Затим је успешност алгоритма сивог вука тестирана на примеру оптималне синтезе кривајно клипног механизма као генератора путање. Разматрана су два случаја. У првом случају циљ је оптимизација путање, док је у другом случају поступком вишекритеријумске оптимизације извршена оптимизација путање и хода клизача. Добијени резултати недвосмислено потврђују успешност алгоритма сивог вука у поступку једнокритеријумске оптимизације. Међутим, резултати добијени применом GWO алгоритма у вишекритеријумском оптимизационом поступку су лошији, тј. оптимизацијом хода клизача долази до извесног одступања генерисане од жељене (задате) путање.

На основу претходно изложеног може се закључити да предложени приступ за одређивање реакција веза код раванских механизма са крутим члановима омогућава бржу и једноставнију кинематичку и динамичку анализу механизма. Предложени метод се уз извесне модификације може применити на сложеније типове раванских механизма који садрже већи број чланова. Осим тога, коришћењем савремених софтверских пакета (Wolfram Mathematica, Matlab, и др.) предложени приступ могуће је представити универзалним програмским кодом који се може применити за одређивање реакција веза раванских механизма. У поступку динамичке анализе манипулатора са једним еластичним чланом добијени су одлични резултати, тј. формиран је добар динамички модел еластичног члана манипулатора. Исти модел може се користити у динамичкој анализи комплексних механизма (манипулатора) са већим бројем еластичних чланова. Осим тога, могуће је извршити проширење предложеног приступа којим ће бити узете у обзир и подужне деформације еластичног члана. Напошетку, боље резултате у вишекритеријумској оптимизацији путање и хода клизача кривајно клипног механизма могуће је остварити применом модификованих верзија основног GWO алгоритма. Даља истраживања треба усмерити у правцу развијања модификованих и хибридних варијанти алгоритма сивог вука и примене истих у решавању проблема анализе и синтезе механизма.

Литература

- [1] М. Злоколица, М. Чавић, М. Костић, Механика машина, Факултет техничких наука Нови Сад, Нови Сад, 2005.
- [2] <https://kaiyuan-crane.en.made-in-china.com/>
- [3] <https://www.popularmechanics.com/cars/car-technology/a14665/why-car-suspensions-are-better-than-ever/>
- [4] <https://futurism.com/mind-controlled-robotic-arm-johnny-matheny>
- [5] <https://www.bastiansolutions.com/blog/index.php/2014/10/10/industrial-robots-introduction-need-to-know/>
- [6] Р. Булатовић, Савремени приступи у пројектовању механизма, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Краљево, 2016.
- [7] F. Neumann, C. Witt, *Bioinspired Computation in Combinatorial Optimization*, Natural Computing Series, Springer-Verlag, 2010.
- [8] X.S.Yang, S. Deb, S. Fong, Metaheuristic Algorithms: Optimal Balance of Intensification and Diversification, *Applied Mathematics&Information Sciences*, 8(3), (2014), 977-983
- [9] E.G.Talbi, *Metaheuristics: From Design to Implementation No.1*, Wiley Publishing, 2009.
- [10] J. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [11] K. Scott, C.D. Gelatt, M.P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science* 220, (1983), 671-680.
- [12] M. Dorigo, G. Di Caro, M.L. Gambardella, Ant algorithms for discrete optimization, *Artif.Life* 5(2), (1999), 137-172
- [13] J. Kennedy, C.R. Eberhart, Particle Swarm Optimization, In *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, (1995), 1942-1948, Piscataway
- [14] W.Z.Geem, H.J.Kim, V.G.Loganathan, A new heuristic optimization: harmony search, *Simulation* 76(2), (2001), 60-68
- [15] X.S.Yang, *Nat.-Inspir. Metaheuristic Algorithms*, Luniver Press, Bristol, 2008.

- [16] X.S.Yang, S.Deb, Cuckoo search via Lévy flights, In Proceedings of World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing, 210-214, IEEE Publications, USA, 2009.
- [17] X.S.Yang, S.Deb, Engineering Optimization by Cuckoo Search, *Int.J.Math.Model.Numer. Optimization* 1(4), (2010), 330-343
- [18] X.S.Yang, A new metaheuristic bat-inspired algorithm, In: Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimisation (NICSO 2010), Springer, Studies in Computational Intelligence, 284, (2010), 65-74
- [19] A.H.Gandomi, A.H.Alavi, Krill Herd: a new bio-inspired optimization algorithm, *Commun. Nonlinear Sci.* 17 (2012), 4831-4845
- [20] S.Mirjalili, S.M.Mirjalili, A.Lewis, Grey wolf optimizer, *Advances in Engineering Software* 69, (2014), 46-61
- [21] X. S.Yang, H.Xingshi, Nature-inspired optimization algorithms in engineering overview and applications, *Nature Inspired Computation in Engineering*, Springer International publishing, (2016), 1-20
- [22] R. R.Bulatović, S. R.Đorđević, V.S.Đorđević, Cuckoo search algorithm: a metaheuristic approach to solving the problem of optimum synthesis of a six-bar double dwell linkage, *Mechanism and Machine Theory* 61, (2013), 1-13
- [23] E.Mezura-Montes, E.A.Portilla-Flores, B.Hernández-Ocaña, Optimum synthesis of a four-bar mechanism using the modified bacterial foraging algorithm, *International Journal of Systems Science* 45(5), (2014), 1080-1100
- [24] R.R.Bulatović, G.Miodragović, M.S.Bošković, Modified krill herd (mkh) algorithm and its application in dimensional synthesis of a four-bar linkage, *Mechanism and Machine Theory* 95, (2016), 1-21
- [25] W.YLin, K.M.Hsiao, Cuckoo search and teaching–learning-based optimization algorithms for optimum synthesis of path-generating four-bar mechanisms, *Journal of the Chinese Institute of Engineers* 40(1), (2017), 66-74
- [26] Ö.Selvi, S.Yavuz, Design and Dimensional Optimization of a Novel Walking Mechanism with Firefly Algorithm, In *International Workshop on Computational Kinematics*, (2017), Springer, Cham, 67-75
- [27] X.Li, G.Wang, S.Miao, X.Li, Optimal design of a hydraulic excavator working device based on parallel particle swarm optimization, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, (2017), 1-13
- [28] A.Sardashti, H.M.Daniali, S.M.Varedi, Optimal free-defect synthesis of four-bar linkage with joint clearance using PSO algorithm, *Meccanica* 48(7), (2013), 1681-1693

- [29] S.Ebrahimi, P.Payvandy, Efficient constrained synthesis of path generating four-bar mechanisms based on the heuristic optimization algorithms, *Mechanism and Machine Theory* 85, (2015), 189-204
- [30] C.T.Lee, C.C.Lee, On a hybrid particle swarm optimization method and its application in mechanism design, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 228(15), (2014), 2844-2857
- [31] R.Singh, H.Chaudhary, A.K.Singh, Defect-free optimal synthesis of crank-rocker linkage using nature-inspired optimization algorithms, *Mechanism and Machine Theory* 116, (2017), 105-122
- [32] I.Fister, Jr.I.Fister, X.S.Yang, J.Brest, A comprehensive review of firefly algorithms, *Swarm Evol.Comput.* 13(1), (2013), 34-46
- [33] O. Fischer, über die reduzierten Systeme und die Hauptpunkte der Glieder eines Gelenkmechanismus, *Zeit. für Math. and Phys.* 47, (1902), 429–466
- [34] R. Berkof, G. Lowen, A new method for completely force balancing simple linkages, *ASME J.Eng. Ind.* 91(1), (1969), 21–26
- [35] F. Tepper, G. Lowen, General theorems concerning full force balancing of planar linkages by internal mass redistribution, *ASME J. Eng. Ind.* 94(3), (1972), 789–796
- [36] M. Walker, K. Oldham, General theory of force balancing using counterweights, *Mech. Mach.Theory* 13, (1978), 175–185
- [37] V.Wijk, Methodology for analysis and synthesis of inherently force and moment-balanced mechanisms, PhD Thesis, Faculty of Engineering Technology, University of Twente, Netherlands, 2014
- [38] J.L.Elliott, D.Tesar, The theory of torque, shaking force, and shaking moment balancing of 4-bar mechanism, *ASME Journal of Engineering for Industry* 99B, (1977)
- [39] R.S. Berkof, G.G. Lowen, Theory of shaking moment optimization of forcedbalanced four-bar linkages, *ASME Journal of Engineering for Industry* 93B (1971)
- [40] B.A. Hockey, An Improved Technique for Reducing the Fluctuation of Kinetic Energy in Plane Mechanisms, *Journal of Mechanisms* 6, (1971), 405-418
- [41] S.T. Tricamo, G.G. Lowen, A novel method for prescribing the maximum shaking force for a four-bar linkage with flexibility in counterweight design, *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design* 105, (1983)

- [42] S.T. Tricamo, G.G. Lowen, Simultaneous optimization of dynamic reactions of a 4-bar linkage with prescribed maximum shaking force, *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design* 105, (1983)
- [43] T.A.H. Coelho, L. Yong, V.F.A. Alves, Decoupling of dynamic equations by means of adaptive balancing of 2-dof open-loop mechanisms, *Mech. Mach. Theory* 39 (2004), 871–881
- [44] K. Chaudhary, H. Chaudhary, Dynamic balancing of planar mechanisms using genetic algorithm, *Journal of Mechanical Science and Technology* 28, (2014), 4213-4220
- [45] K. Chaudhary, H. Chaudhary, Optimal design of planar mechanisms using teaching-learning based optimization algorithm, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 230, (2015), 1-15
- [46] M.R. Farmani, Multiobjective optimization for force and moment balance of four-bar mechanism using evolutionary algorithms, *Journal of Mechanical Science and Technology* 25, (2011), 2971-2977
- [47] S. Erkaya, Investigation of balancing problem for a planar mechanism using genetic algorithm, *Journal of Mechanical Science and Technology* 27, (2013), 2153-2160
- [48] G. Guo, N. Morita, T. Torii, Optimum dynamic design of planar linkage using genetic algorithm, *JSME International Journal Series C Mechanical Systems* 43, (2000), 372-377
- [49] V.H. Arakelian, M.R. Smith, Shaking Force and Shaking Moment Balancing of Mechanisms: A Historical Review With New Examples, *ASMEJ Mech Des* 127, (2005), 334-339
- [50] V.V. Wijk, J.L. Herder, B. Demeulenaere, Comparison of various dynamic balancing principles regarding additional mass and additional inertia, *ASME J Mech Robot* 1, (2009), 041006-1-9
- [51] D. Zhang, B. Wei, *Dynamic Balancing of Mechanisms and Synthesizing of Parallel Robots*, Springer International Publishing, Switzerland, 2016
- [52] S. Šalinić, M. Bošković, R.R. Bulatović, Minimization of dynamic joint reaction forces of the 2-dof serial manipulators based on interpolating polynomials and counterweights, *Theoretical and Applied Mechanics* 42(4), (2015), 249-260
- [53] H. Chaudhary, S.K. Saha, Minimization of constraint forces in industrial manipulator, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Rome, Italy, (2007), 1954–1959
- [54] V. Gupta, H. Chaudhary, S.K. Saha, Dynamics and actuating torque optimization of planar robots, *J. Mech. Sci. Technol.* 29, (2015), 2699–2704
- [55] V. Arakelian, J. P. Baron, P. Mottu, Torque minimisation of the 2-DOF serial manipulators based on minimum energy consideration and optimum mass redistribution, *Mechatronics* 21, (2011), 310–314

- [56] J. J. Uicker, G. Pennock, J. Shigley, Theory of machines and mechanisms, Oxford University Press, New York, 2003.
- [57] B. Harl, M. Oblak, B. Butinar, Minimization of joint reaction forces of kinematic chains by a multi-objective approach, *Struct. Multidiscip. Optim.* 27, (2004), 243–249
- [58] J. Angeles, Fundamentals of robotic mechanical system: theory, methods and algorithms, Springer Science + Business Media, LLC, New York, 2007.
- [59] A.I. Lurie, Notes on analytical mechanics, *Prikl. Mat. Mekh.* 21 (1957), 759–768, (in Russian)
- [60] A. I. Lurie, Analytical mechanics, Springer -Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2002.
- [61] S.S. Kim, M.J. Vanderploeg, A general and efficient method for dynamic analysis of mechanical systems using velocity transformations, *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design* 108, (1986), 176–182.
- [62] M. Glišić, Automatic Formation of the system of particles of a dynamically equivalent system of rigid bodies and its application to engineering objects, PhD Thesis, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 1996. (in Serbian)
- [63] E. J. Routh, Treatise on the dynamics of a system of rigid bodies, Elementary part-1, Dover publication Inc, New York, 1905.
- [64] H. Chaudhary, S.K. Saha, Balancing of shaking forces and shaking moments for planar mechanisms using the equimomental systems, *Mech. Mach.Theory* 43, (2008), 310–334.
- [65] H. Chaudhary, S.K. Saha, Balancing of four-bar linkages using maximum recursive dynamic algorithm, *Mech. Mach.Theory* 42, (2007), 216–232.
- [66] H. Chaudhary, S.K. Saha, Dynamic performance improvement of a carpet scrapping machine, *Journal of Scientific & Industrial Research* 66, (2007), 1002–1010.
- [67] H. Baruh, Analytical dynamics, McGraw-Hill, New York, 1998.
- [68] K. V. Price, R. M. Storn, J. A. Lampinen, Differential evolution: a practical approach to global optimization, 2nd ed., Springer, Berlin, 2005.
- [69] V. Gupta, S.K. Saha, H. Chaudhary, Dynamics of serial-chain multibody systems using equimomental systems of point-masses, *ECCOMAS Multibody Dynamics 2013*, University of Zagreb, Croatia, 2013
- [70] M. Kolarski, M. Vukobratović, B. Borovac, Dynamic analysis of balanced robot mechanisms, *Mech. Mach. Theory* 29, (1994), 427–454.
- [71] M. Bošković, S. Šalinić, R. Bulatović, G. Miodragović, Multiobjective optimization for dynamic balancing of four-bar mechanism, 6th International Congress of Serbian Society of Mechanics, Tara, Serbia, 19-21 June 2017
- [72] A. Shabana, Dynamics of Multibody Systems, Cambridge University Press, 2005.

- [73] R. Norton, Design of machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines, McGraw-Hill, New York, 1999.
- [74] X.S. Yang, Firefly algorithms for multimodal optimization, Stochastic Algorithms: Foundations and Applications, Springer, (2009), 169–178
- [75] X.S. Yang, Firefly Algorithm, Lévy Flights and Global Optimization, Research and Development in Intelligent Systems, (2010), 209-218
- [76] P. Barthelemy, J. Bertolotti, D.S. Wiersma, A Lévy-flight for light, Nature 453, (2008), 495-498
- [77] C. Brown, L.S. Liebovitch, R. Glendon, Lévy-flights in Dobe Ju/'hoansi foraging patterns, Human Ecology 35, (2007), 129-138
- [78] G.R. Miodragović, V. Đorđević, R.R. Bulatović, A. Petrović, Optimization of multi-pass turning and multi-pass face milling using subpopulation firefly algorithm, Proc IMechE Part C: J Mechanical Engineering Science 0(0), (2018), 1–21
- [79] Г. Миодраговић, Развој напредних биолошки инспирисаних алгоритама за решавање оптимизационих проблема примењене механике, докторска дисертација, Универзитет у Крагујевцу, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, 2015.
- [80] M. Bošković, R.R. Bulatović, S. Šalinić, G.R. Miodragović, G.M. Bogdanović, Optimization of dynamic quantities of a four-bar mechanism using the Hybrid Cuckoo Search and Firefly Algorithm (H-CS-FA), Arch Appl Mech, September 2018, In Press, DOI: 10.1007/s00419-018-1457-8
- [81] S. Šalinić, Determination of joint reaction forces in a symbolic form in rigid multibody systems, Mech Mach Theory 46, (2011), 1796-1810
- [82] S.K. Lin, Dynamics of the Manipulator with Closed Chains. IEEE Transactions on Robotics and Automation 6, (1990), 496-501
- [83] J.T. Wang, R.L. Huston, Kane's equations with undetermined multipliers – application to constrained multibody systems, ASME J Appl Mech 54, (1987), 424-429.
- [84] W. Blajer, On the determination of joint reactions in multibody mechanisms, ASME J. Mech. Design 126, (2004), 341-350
- [85] X.S. Yang, S. Deb, Cuckoo search via Levy flights, World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing (NaBIC), IEEE Publications, (2009), 210-214
- [86] X.S. Yang, Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms, Luniver Press, 2008.
- [87] S. K. Dwivedy, P. Eberhard, Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review, Mechanism and Machine Theory 41, (2006), 749–777

- [88] E. A. Alandoli, M. Sulaiman, M.Z.A. Rashid, H.N.M Shah, Z. Ismail, A Review Study on Flexible Link Manipulators, *Journal of Telecommunication, Electronic and Computer Engineering* 8 (2), (2016), 93-97
- [89] Y. Gao, F.Y. Wang, Z.Q. Xiao, *Flexible Manipulators*, Elsevier, 2013.
- [90] <https://www.sciencedaily.com/releases/2007/10/>
- [91] <https://www.virtua.org/services/robotic-surgery>
- [92] <https://cranenetworknews.com/india-receives-its-first-liebherr-telescopic-boom-crawler-crane/>
- [93] <https://www.symscape.com/blog/virtual-wind-turbine-breaks-betz-law>
- [94] S. Šalinić, An improved variant of Hencky bar-chain model for buckling and bending vibration of beams with end masses and springs, *Mechanical Systems and Signal Processing* 90, (2017), 30-43
- [95] S.S. Rao, *Vibration of continuous systems*, Wiley, New Jersey, 2007.
- [96] A.A. Shabana, *Computational Dynamics*, Wiley, New York, 2009.
- [97] S.S. Kim, M.J. Vanderploeg, A general and efficient method for dynamic analysis of mechanical systems using velocity transformations, *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design* 108, (1986), 176-182
- [98] B. Siciliano, O. Khatib, *Springer Handbook of Robotics*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2016.
- [99] G.P. Cai, J.Zh. Hong, S.X. Yang, Dynamic analysis of a flexible hub-beam system with tip mass, *Mechanics Research Communications* 32, (2005), 173-190
- [100] A. Nikolić, S. Šalinić, Dynamics of the rotating cantilever beam, IX International Conference “Heavy Machinery – HM 2017”, Zlatibor, 28 June-1 July 2017.
- [101] S. Šalinić, M. Bošković, R.R. Bulatović, Contribution to the dynamic modeling of a single link flexible manipulator, 8th International Scientific Conference of Defensive Technologies “OTEH 2018”, Belgrade, Serbia, 11-12 October 2018.
- [102] H. Zhou, K.L. Ting, Adjustable slider–crank linkages for multiple path generation, *Mechanism and Machine Theory* 37, (2002), 499–509
- [103] C. Peng, R. S. Sodhi, Optimal synthesis of adjustable mechanisms generating multi-phase approximate paths, *Mechanism and Machine Theory* 45, (2010), 989–996

- [104] H. Zhou, E.H.M. Cheung, Optimal synthesis of crank-rocker linkages for path generation using the orientation structural error of the fixed link, *Mechanism and Machine Theory* 36, (2001), 973–982
- [105] F. Freudenstein, An analytical approach to the design of four-link mechanisms, *Transactions of the ASME* 76, (1954), 483-492
- [106] S. Mirjalili, How effective is the Grey Wolf optimizer in training multi-layer perceptrons, *Appl. Intell.* 43, (2015), 150–161
- [107] S. Saremi, S. Z. Mirjalili, S. M. Mirjalili, Evolutionary population dynamics and grey wolf optimizer, *Neural Comput. & Applic.* 26, (2015), 1257–1263
- [108] E. Emary, W. Yamany, A. E. Hassanien, V. Snasel, Multi-Objective Gray-Wolf Optimization for Attribute Reduction, *International Conference on Communication, Management and Information Technology (ICCMIT2015)*, *Procedia Computer Science* 65, (2015), 623 – 632
- [109] M. H. Sulaiman, Z. Mustafa, M. R. Mohamed, O. Aliman, Using the gray wolf optimizer for solving dispatch optimal reactive power problem, *Applied Soft Computing* 32, (2015), 286–292
- [110] S. Mirjalili, L. S. Coelho, S. Saremi, S. M. Mirjalili, Multi-objective grey wolf optimizer: A novel algorithm for multi-criterion optimization, *Expert Systems With Applications* 47, (2016), 106–119
- [111] A. Kunjur, S. Krishnamurty, Genetic algorithms in mechanical synthesis, *Journal of Applied Mechanisms and Robotics* 4, (1997), 18-24
- [112] J.A. Cabrera, A. Simon, M. Prado, Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms, *Mechanism and Machine Theory* 37, (2002), 1165-1177
- [113] J.A. Cabrera, F. Nadal, J.P. Munoz, A. Simon, Multiobjective constrained optimal synthesis of planar mechanisms using a new evolutionary algorithm, *Mech. Mach. Theory* 42, (2007), 791-806
- [114] A. Ortiz, J.A. Cabrera, F. Nadal, A. Bonilla, Dimensional synthesis of mechanisms using Differential Evolution with auto-adaptive control parameters, *Mech. Mach. Theory* 64, (2013), 210-229