



# VRATILA I OSOVINE- I deo

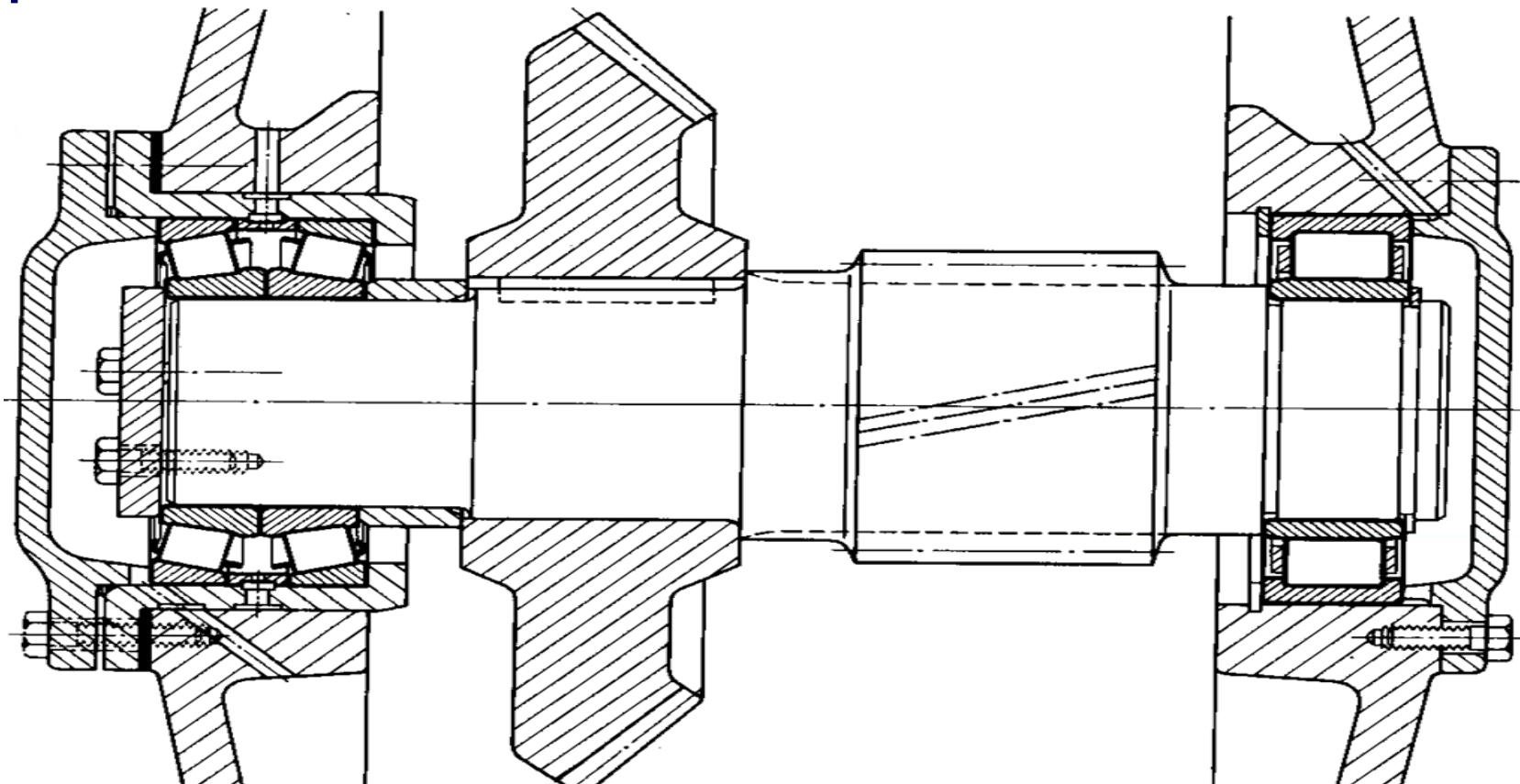
Dr Snežana Ćirić Kostić, docent

MAŠINSKI ELEMENTI 1

# MAŠINSKI ELEMENTI 1

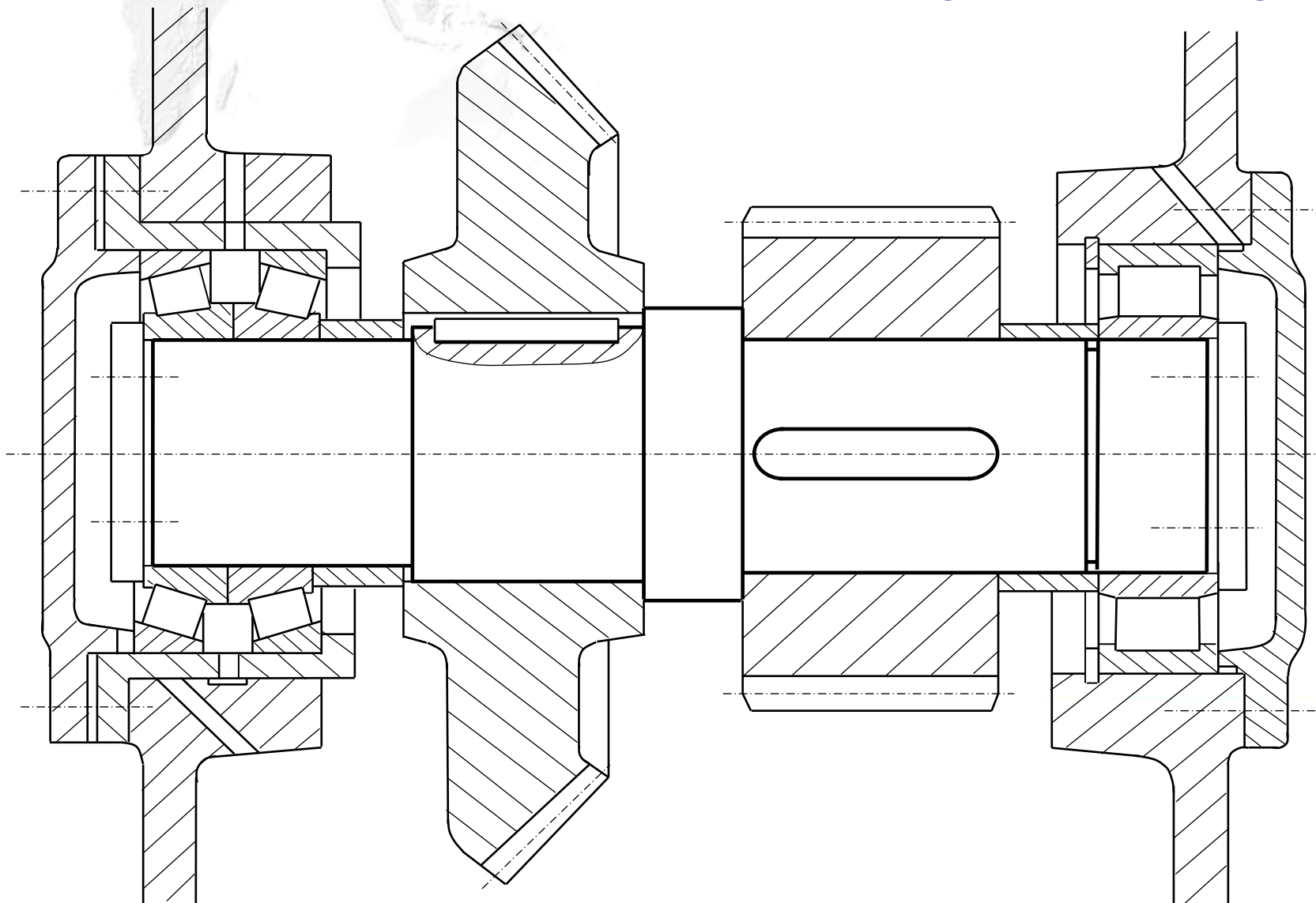
## Pojam i funkcija vratila

**Vratila** su nosači obrtnih mašinskih delova, omogućuju njihovo spajanje u rotacionu celinu, prenose poprečne i uzdužne sile i obrtne momente, stvaraju mogućnost za ostvarivanje rotacije potrebnom brzinom i dr.





## Vratilo mehaničkog prenosa snage

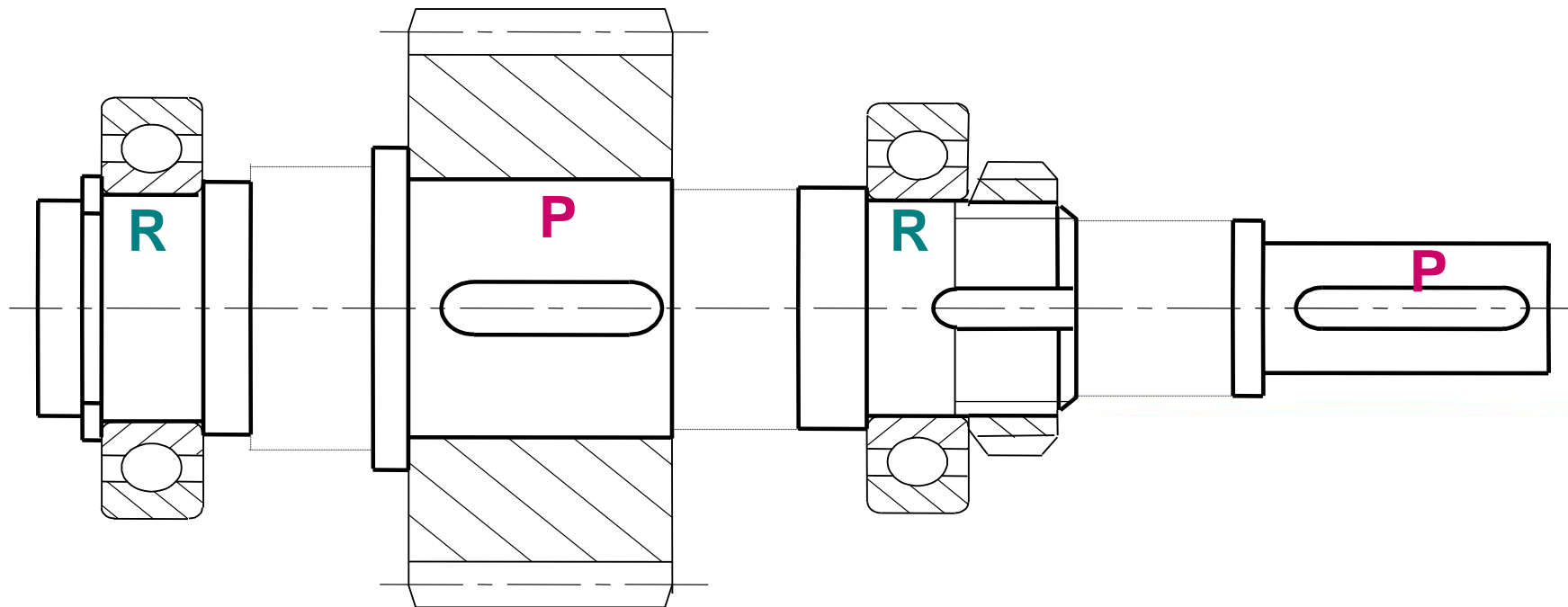


# MAŠINSKI ELEMENTI 1

## ■ Oblik vratila

Vratila - obrtni mašinski delovi kružnog poprečnog preseka, čiji se oblik i dimenzije formiraju u skladu sa dimenzijama, rasporedom i opterećenjem mašinskih delova koje spajaju u rotacionu celinu.

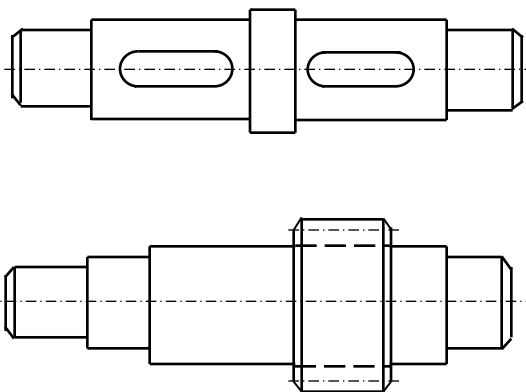
Oblik vratila čine **podglavci (P)** gde se oslanjaju i spajaju **glavčine zupčanika, spojnice i sl.** i **rukavci (R)** gde se oslanjaju i **ugradjuju ležaji**. Spajanjem rukavaca i podglavaka formira se oblik vratila.





## Vratila

### Vratila prenosioka

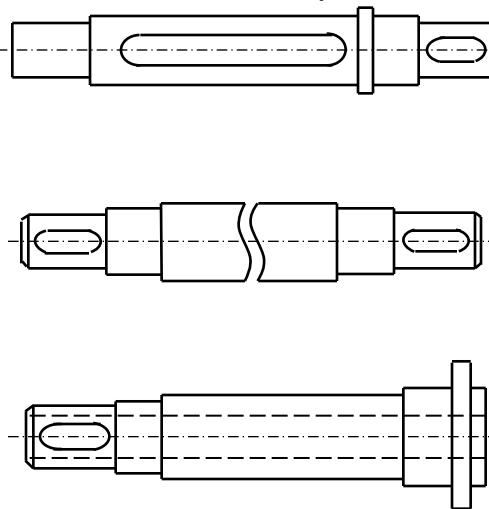


krutost i čvrstoća

obezbeđuju tačan položaj  
zubaca zupčanika u sprezi  
i stabilnost rotacije pri  
povećanim ug. brzinama

### Pogonska vratila

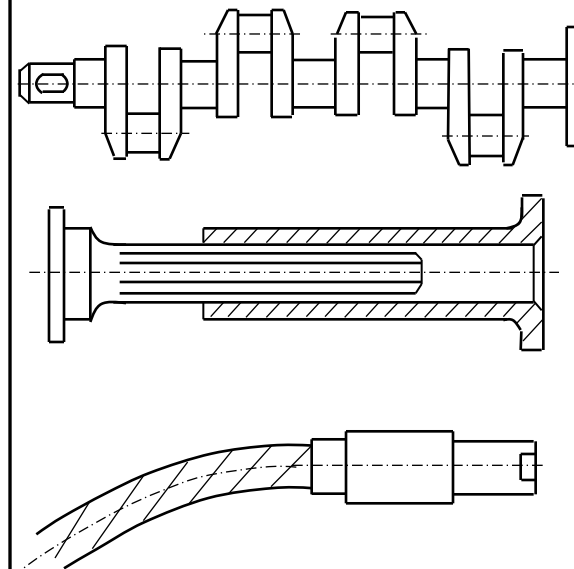
visoka čvrstoća (nosivost)



velike dimenzije

vratila pogonskih točkova  
mobilnih mašina,  
turbomašina, mešalica,  
transportera...

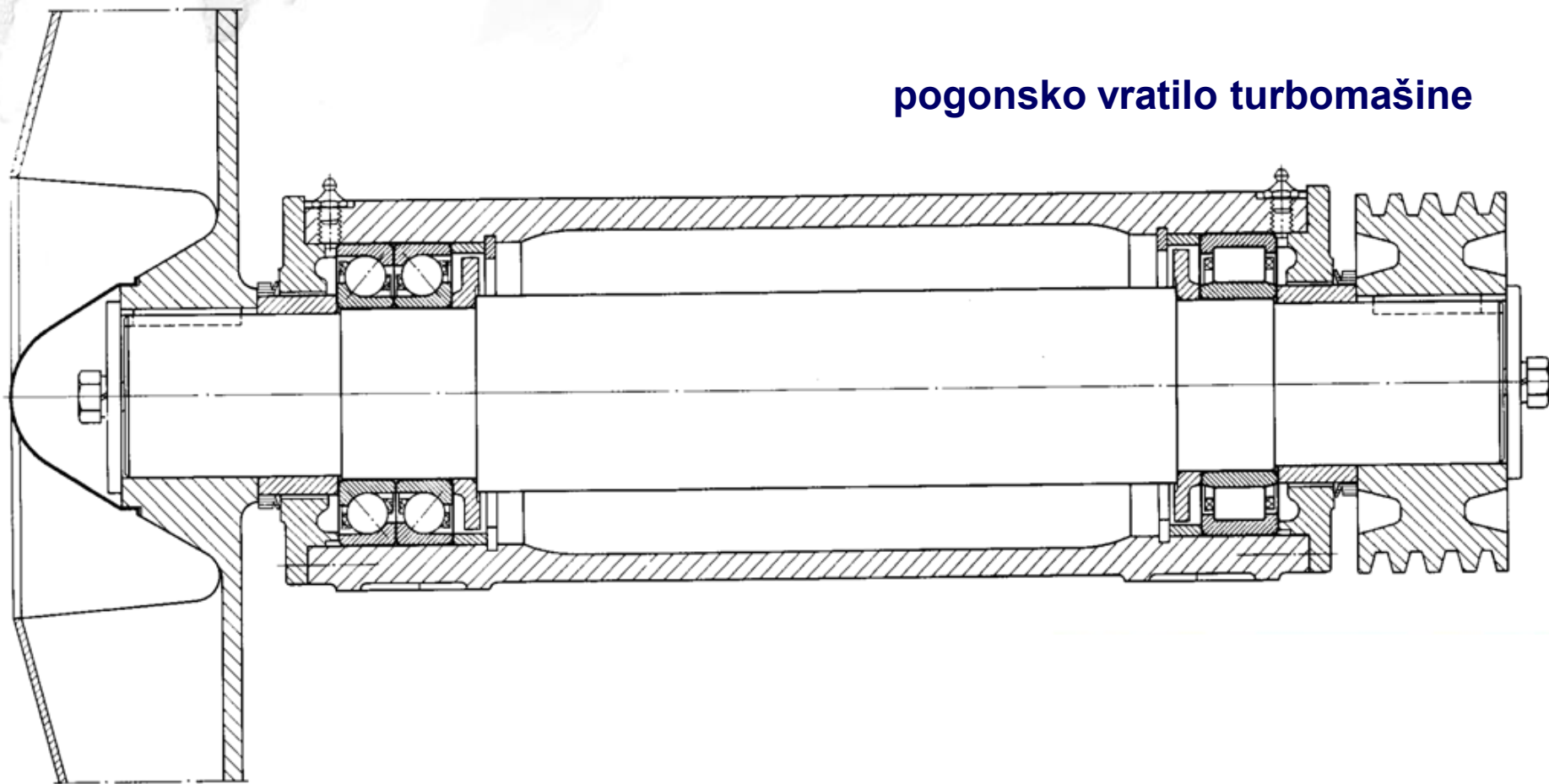
### Specijalna vratila



kolenasta vratila,  
teleskopska,  
elastična ...



**pogonsko vratilo turbomašine**



# MAŠINSKI ELEMENTI 1

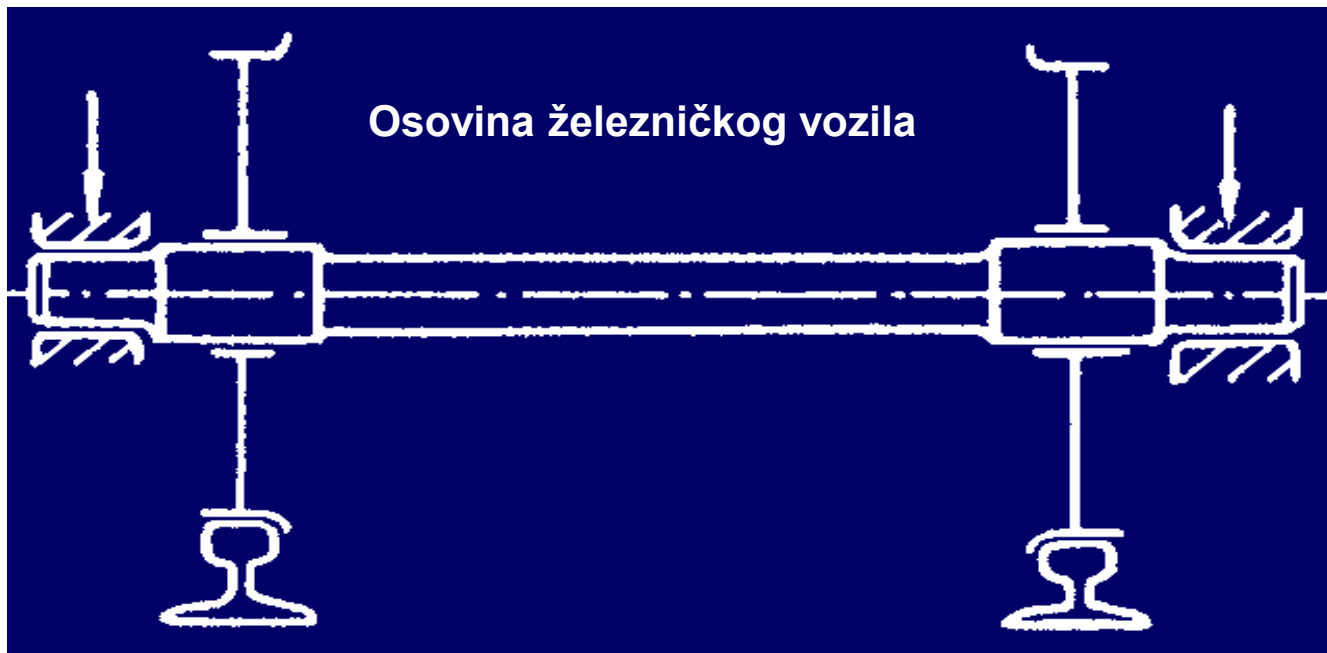
## ■ Razlika između vratila i osovine

- Vratilo prenosi obrtni moment i izloženo je uvijanju.
- Osovina ne prenosi obrtni moment.

Osovine prenose samo poprečne i uzdužne sile usled kojih trpe **savijanje** i **aksijalno naprezanje** (zatezanje odnosno pritisak), **bez uvijanja**.

Može biti **obrtna** i kružnog poprečnog preseka kao sto su vratila.

Može biti **fiksna** i kvadratnog, pravougaonog ili I-profila poprečnog preseka.





## osovina železničkog vozila

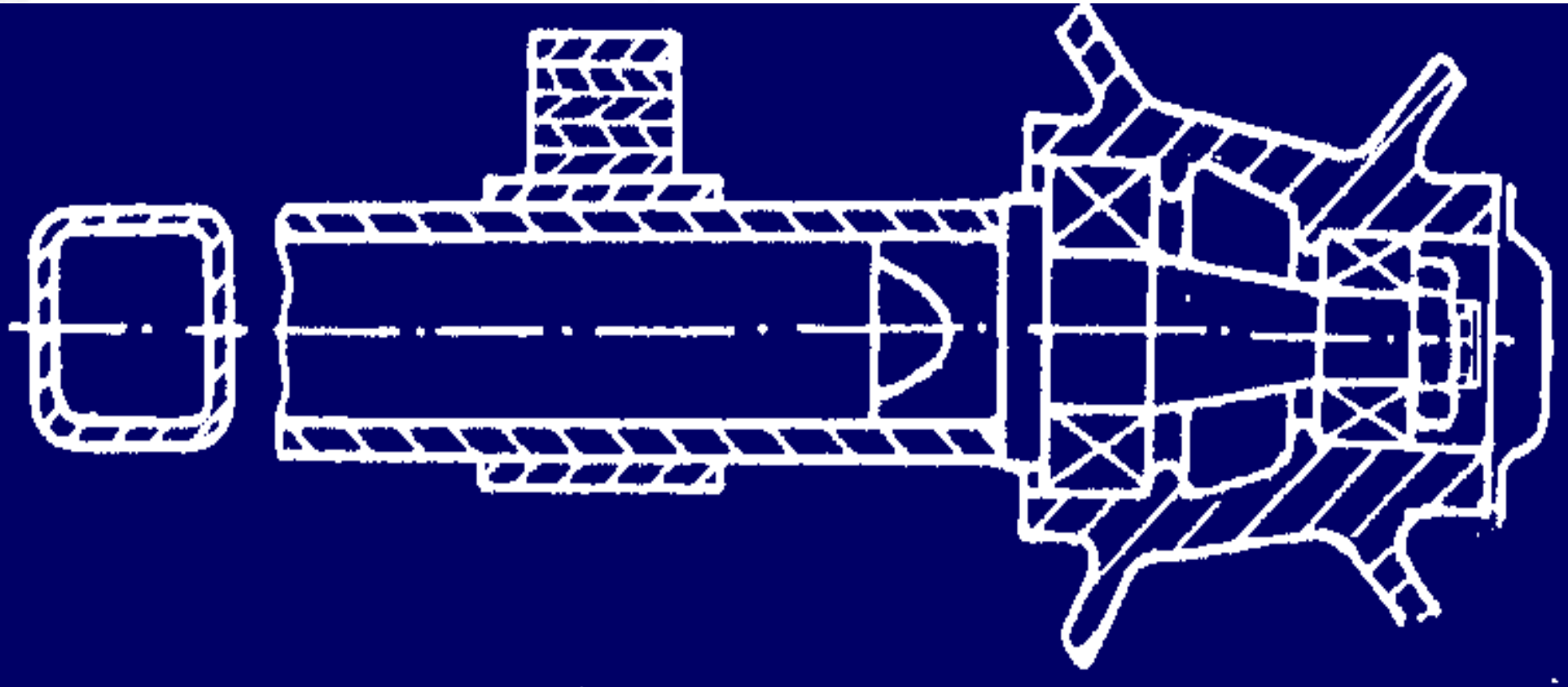
okreće se zajedno sa točkovima, a opterećenje deluje preko ležaja i rukavaca sa spoljne strane točkova.





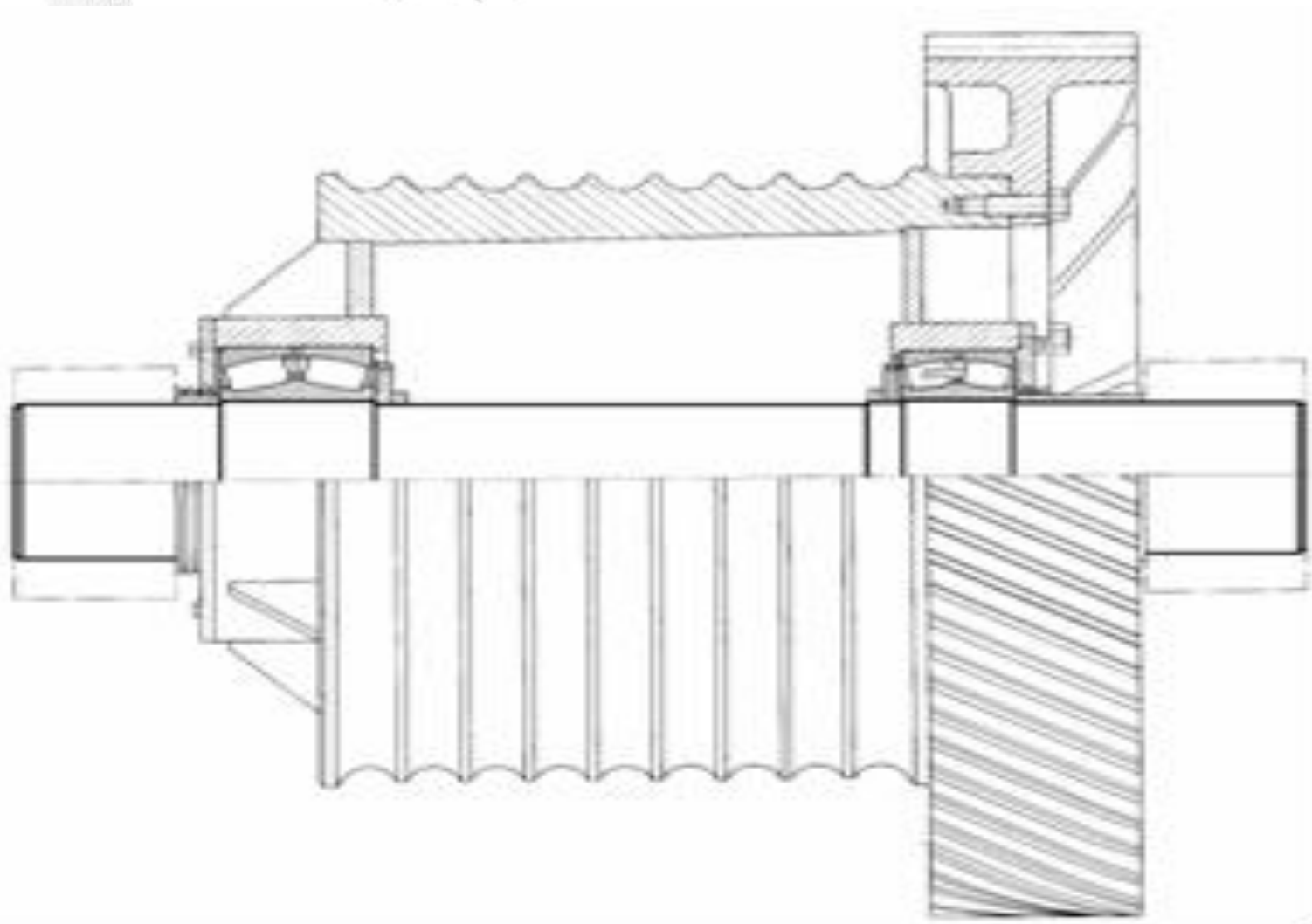


osovina drumske prikolice kvadratnog šupljeg preseka  
- fiksne i po pravilu nisu kružnog poprečnog preseka



# MAŠINSKI ELEMENTI 1

**fiksna osovina kružnog poprečnog preseka doboša za namotavanje užeta**



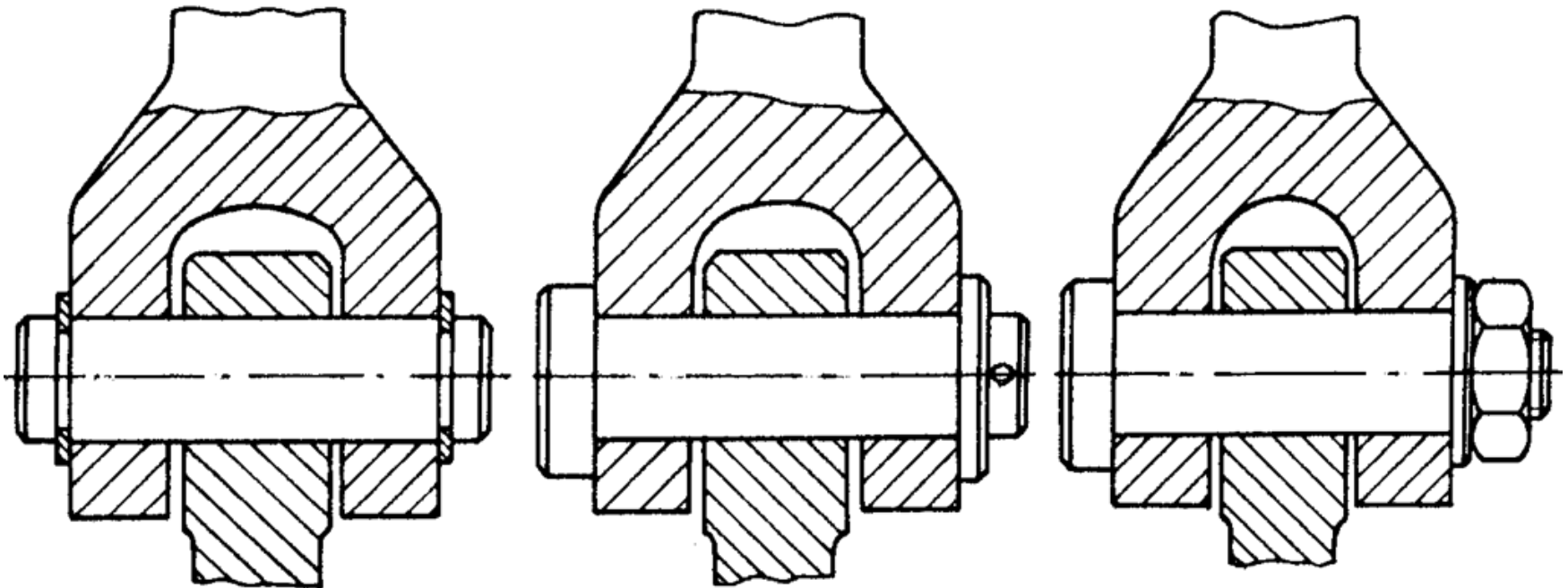
# MAŠINSKI ELEMENTI 1

## ■ Osovinice

su osovine male dužine.

Koriste se uglavnom za ostvarivanje zglobne veze.

Za razliku od osovine **dominantno naprežanje kod osovinice je smicanje**, osim savijanja koje je takodje prisutno.



# MAŠINSKI ELEMENTI 1

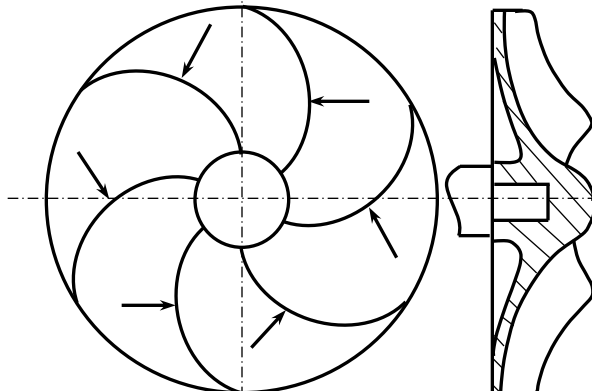
## Opterećenje vratila

Vratilo je izloženo dejstvu prostornog sistema sila i spregova koje prenosi sa obrtnih delova, na nepomične oslonce.

To su sile u spregama zubaca zupčanika, obrtni momenti koji se posredstvom vratila prenose od jedne glavčine do druge i slična opterećenja.

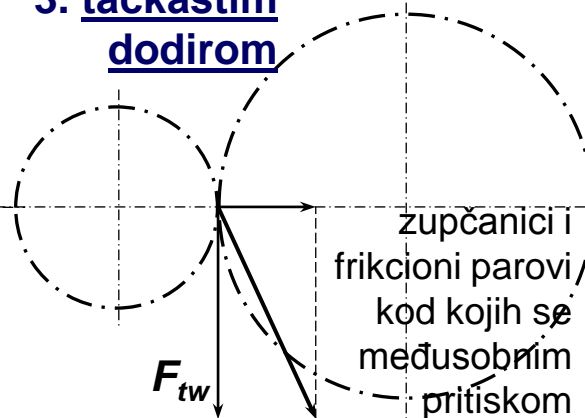
Prema karakteru opterećenja koje ostvaruju, obrtni delovi koji se oslanjaju na vratilo, mogu se podeliti u tri grupe:

### 1. celim obimom



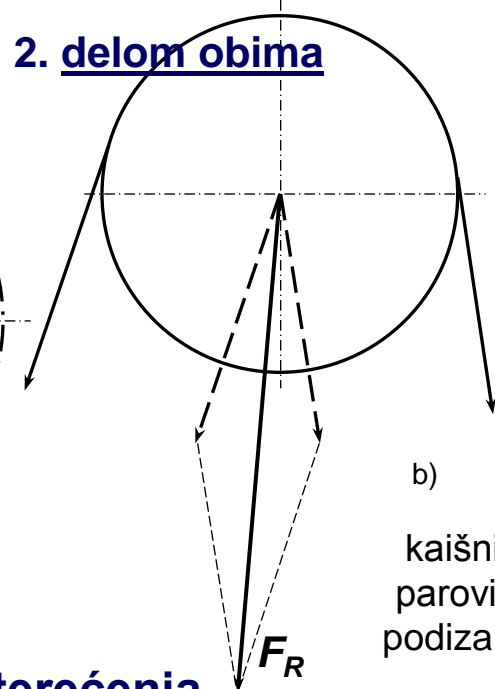
radna kola turbomašina (pumpi, ventilatora, turbina i sl), sve vrste spojnice, rotori mešalica ...

### 3. tačkastim dodirom



zupčanci i frikcioni parovi kod kojih se međusobnim pritiskom indukuju sile u sva tri pravca u prostoru

### 2. delom obima



b)  
kaišni i lančani parovi, užad za podizanje tereta ...

Karakteristični primeri prenošenja opterećenja

# MAŠINSKI ELEMENTI 1

## Sile na vratilu

Sile na prenosnim parovima, kaišnim, zupčastim i drugim, posledica su obrtnog momenta  $T$  koji ovi delovi prenose.

Sila u pravcu tangente na kinematsku kružnicu (obimna sila) je

$d_w$  - prečnik zamišljene kružnice po kojoj se prenosni parovi kotrljaju,

;

$\omega$  - ugaona brzina,

$n$  - broj obrtaja vratila u minuti

;

$P$  - snaga

$$F_{tw} = \frac{2T}{d_w}$$

$$T = \frac{P}{\omega} \quad \omega = \frac{\pi n}{30}$$

Ukupna sila koja deluje na vratilo kod **kaišnih parova** je  $F_R = (3..5)F_t$ .

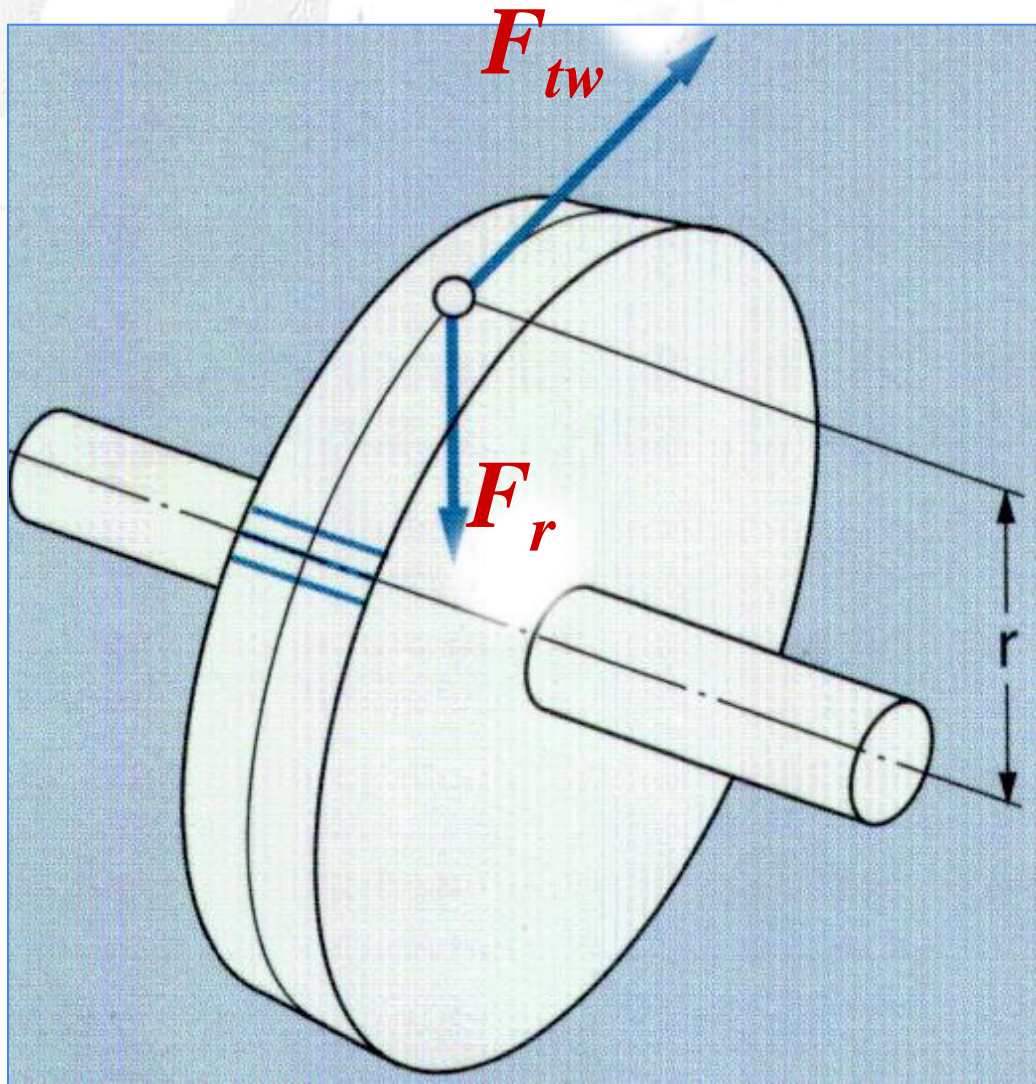
Kod **lančanih parova** ova sila može biti  $F_R = 1,5F_t$ .

Ova sila deluje od jednog vratila prema drugom.

# MAŠINSKI ELEMENTI 1

## ▪ Sile na vratilu

## □ Cilindrični zupčanici sa pravim zupcima



$F_{tw}$  - u pravcu tangente na kinematsku kružnicu,  
Smer:  
kod pogonskog zupčanika-  
suprotan smeru okretanja,  
kod gonjenog u smeru  
okretanja zupčanika

$F_r$  – od tačke dodira  
zubaca ka centru  
rotacije zupčanika.

## Sile na vratilu

Ukupnu normalnu silu  $F_n$  na zakošeni zubac u prostoru čine tri komponente:

- obimna  $F_{tw}$ ,
- radijalna  $F_r$  i
- aksijalna  $F_a$

koje se izračunavaju na osnovu; tangente sile  $F_{tw}$  kao

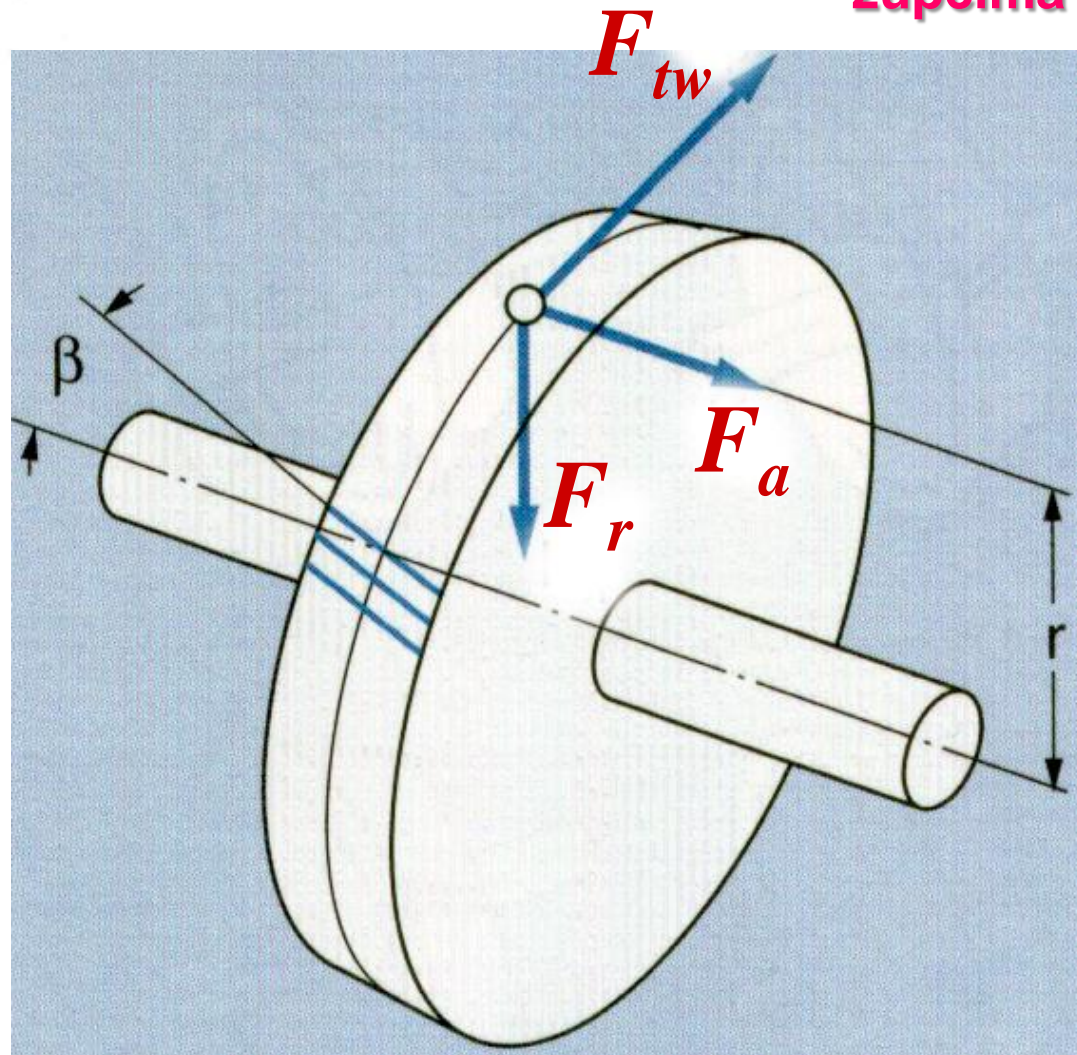
$$F_r = F_{tw} \operatorname{tg} \alpha_{tw}$$

$$F_a = F_{tw} \operatorname{tg} \beta_w$$

Kod cilindričnih evolventnih zupčanika najčešće je  $\alpha_{tw} = 20..22^\circ$ , a za određivanje sile  $F_r$  može se usvojiti  $20^\circ$ .

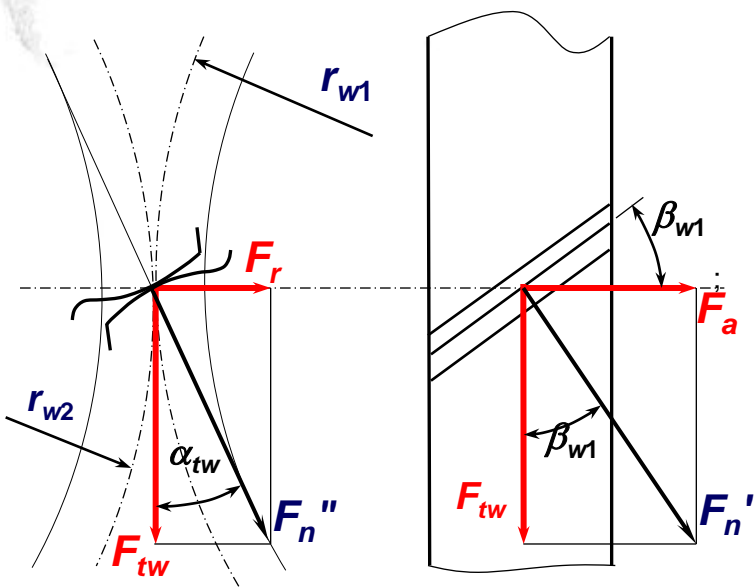
Ugao  $\beta_w = 6..12^\circ$

## Cilindrični zupčanici sa kosim zupcima



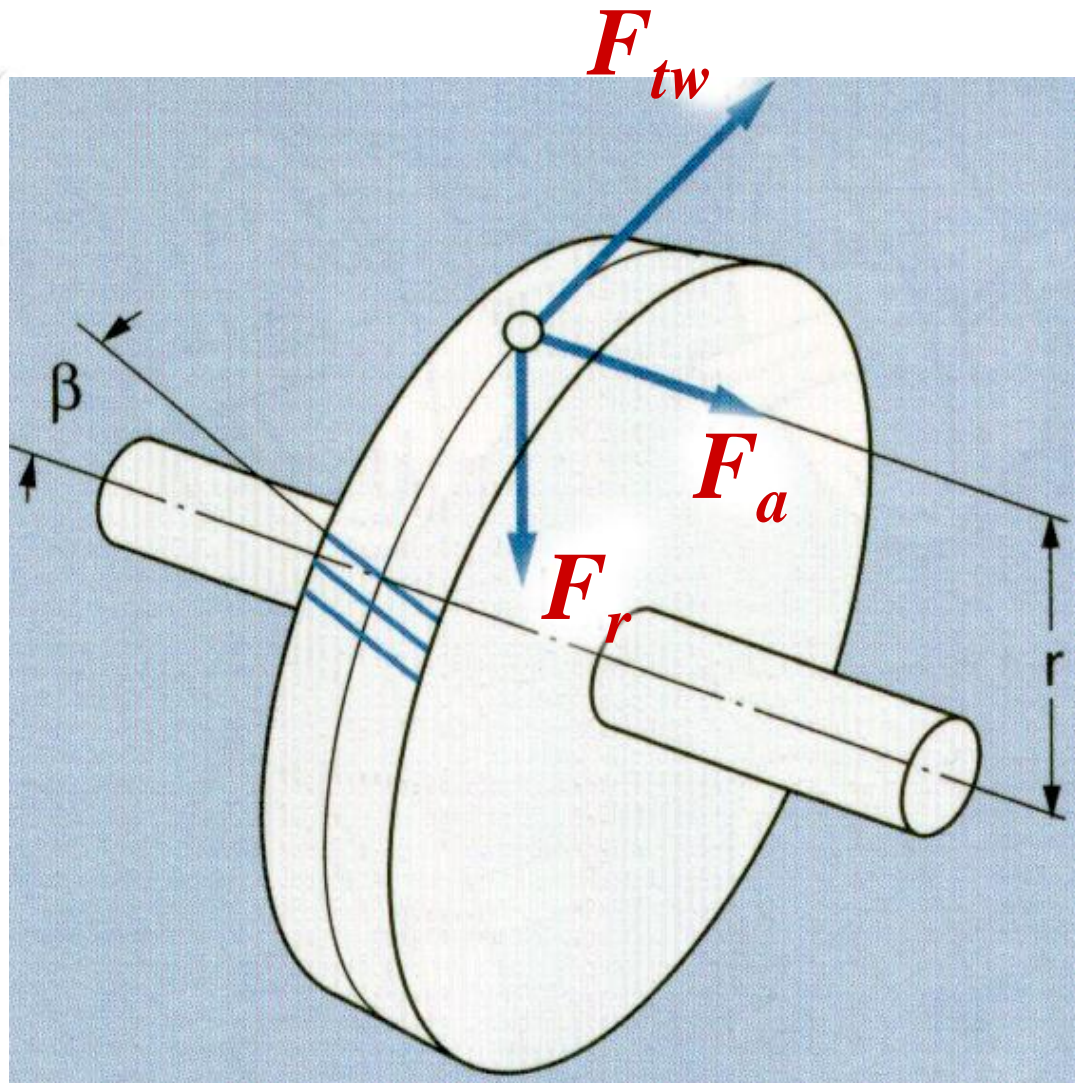
# MAŠINSKI ELEMENTI 1

## Sile na vratilu



$$F_r = F_{tw} \operatorname{tg} \alpha_{tw}$$

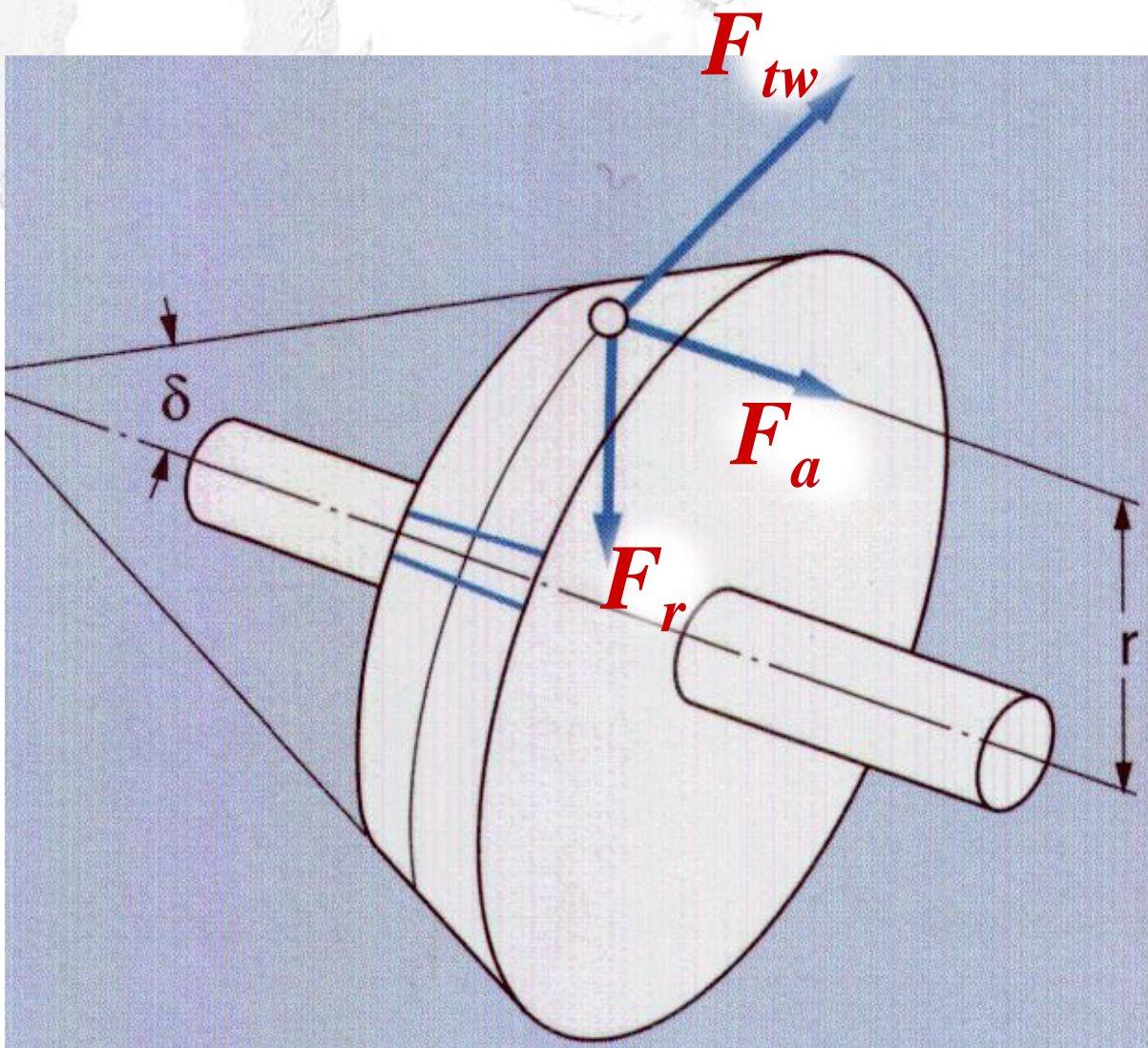
$$F_a = F_{tw} \operatorname{tg} \beta_w$$



Cilindrični zupčanici sa kosim zupcima



- Sile na vratilu



## Konusni zupčanici

Prenose tangentnu silu  $F_{tw}$  koja deluje na sredini zupca tj. na srednjem prečniku  $d_m$ .

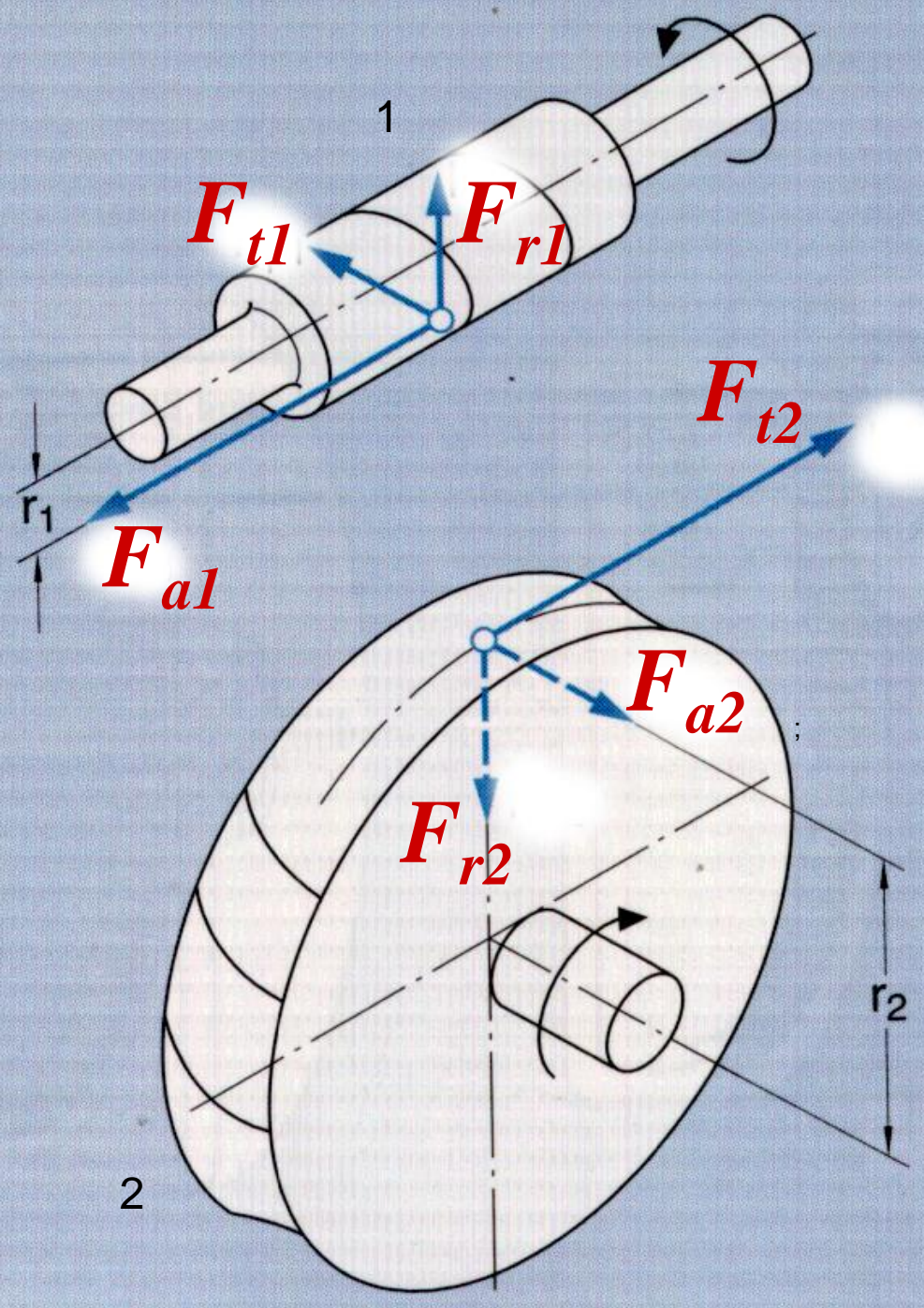
Sila  $F_a$  uvek deluje u pravcu ose zupčanika, u smeru od vrha konusa prema njegovoj osnovi.

Radijalna sila  $F_r$  deluje od tačke dodira prema centru rotacije zupčanika.

$$F_{tw} = 2T / d_m$$

$$F_r = F_{tw} \operatorname{tg} \alpha_n \cos \delta$$

$$F_a = F_{tw} \operatorname{tg} \alpha_n \sin \delta$$

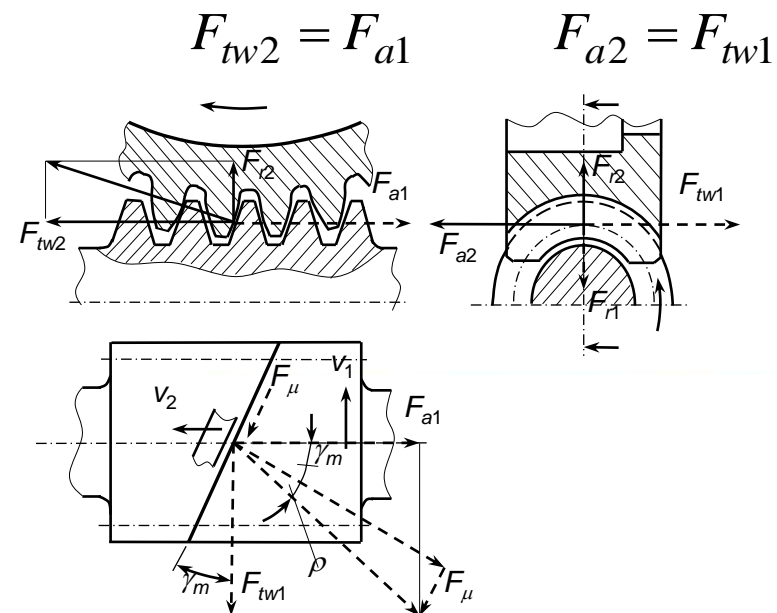


## ■ Sile na vratilu

### □ Pužni prenosni parovi

su na vratilima koja se mimoilaze pod uglom od  $90^\circ$ .

Pošto se vratila mimoilaze, u ravnoteži su aksijalna sila puža (1) i obimna sila pužnog zupčanika (2) kao i obimna sila puža i aksijalna sila pužnog zupčanika.



- Sile na vratilu

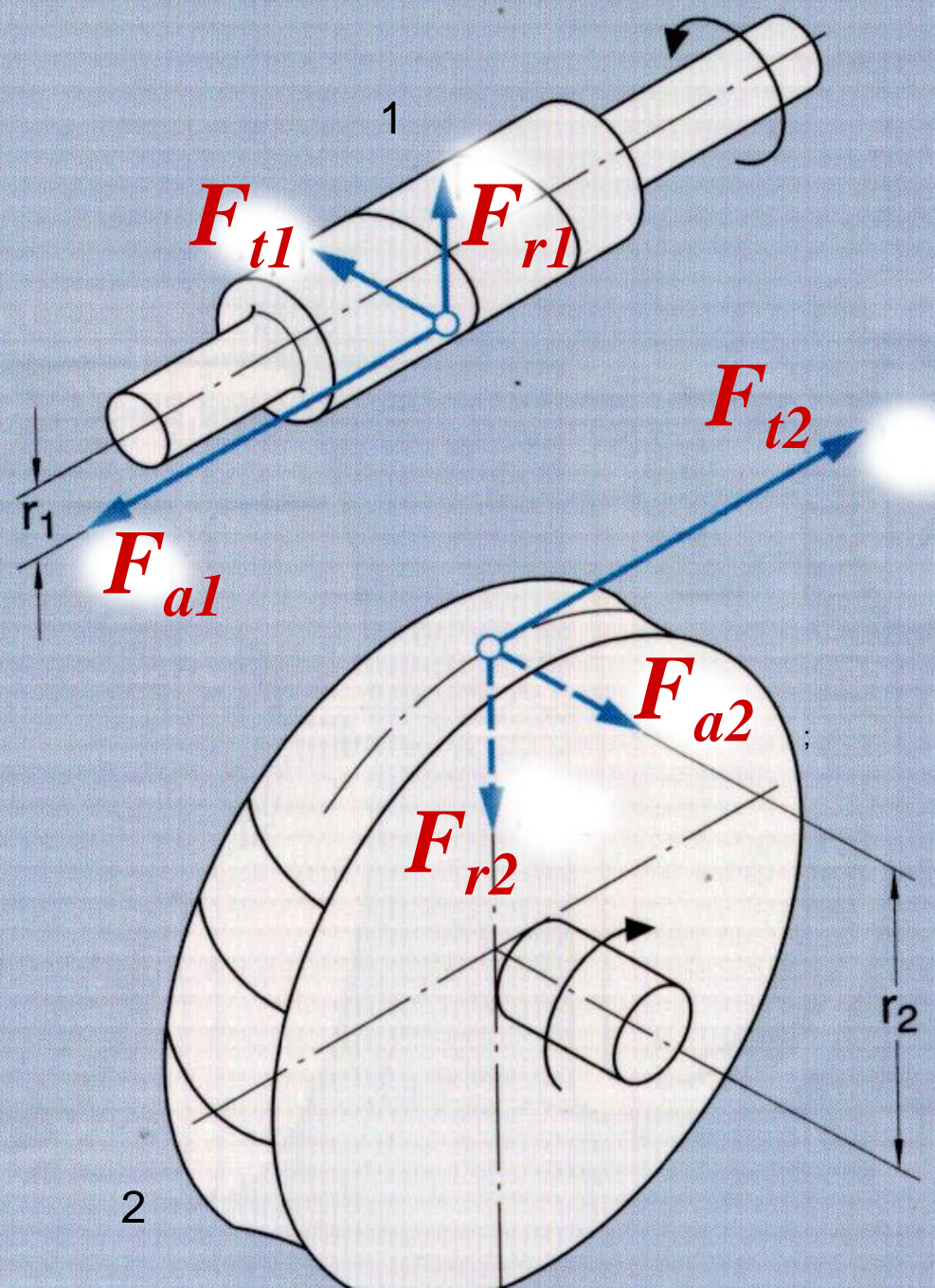
$$F_{tw2} = F_{a1} \quad F_{a2} = F_{tw1}$$

$$F_{tw1} = \frac{2T_1}{d_{w1}}$$

$$F_{tw2} = \frac{2T_2}{d_{w2}}$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{tw2} \operatorname{tg} \alpha_n$$

$$F_{a1} = \frac{F_{tw1}}{\operatorname{tg}(\gamma_m + \rho)} \quad \rho = \operatorname{arctg} \mu$$



Sile na zupcima pužnih zupčanika

# MAŠINSKI ELEMENTI 1

## Sile na vratilu

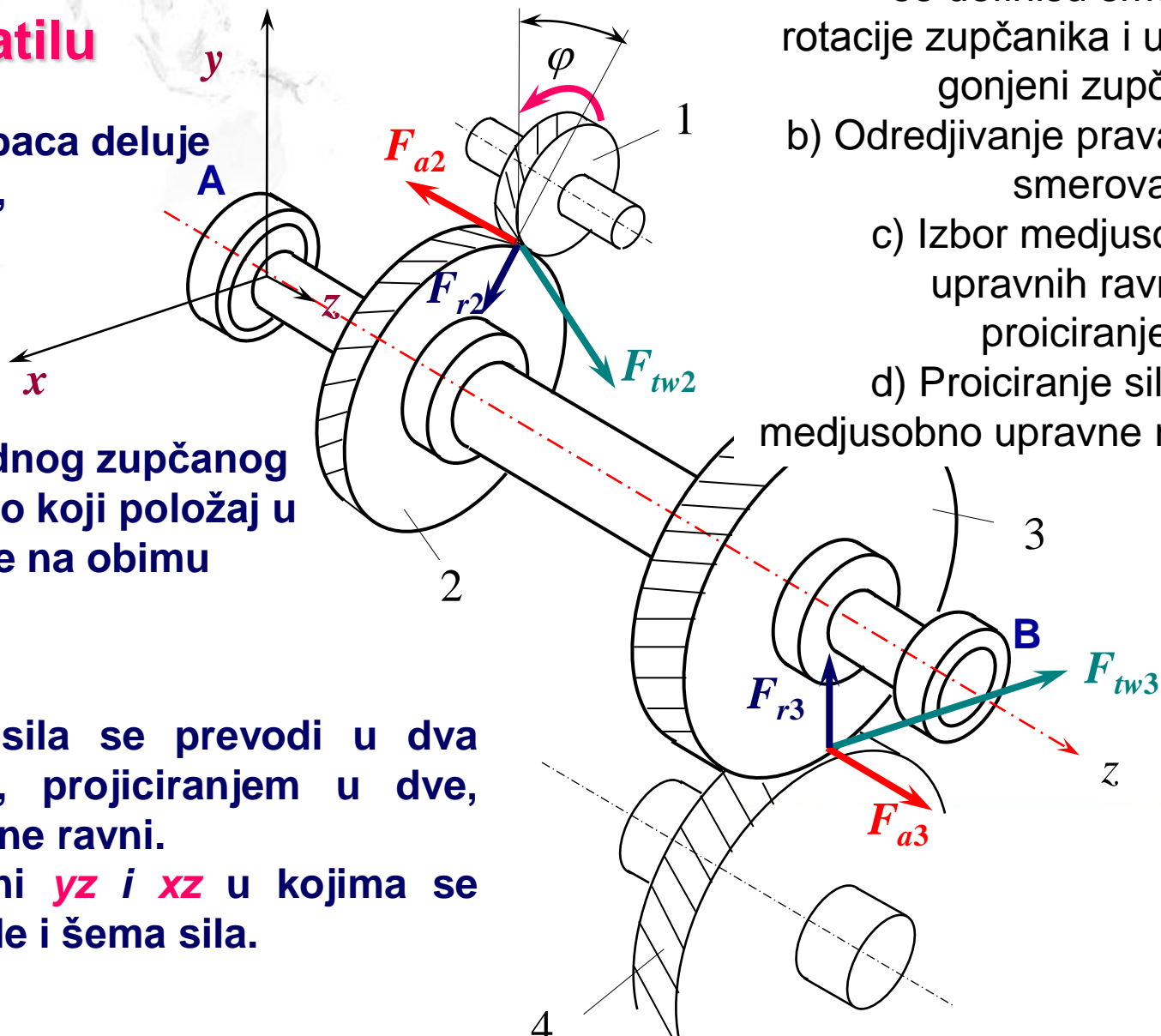
U svakoj sprezi zubaca deluje

- tangenta sila  $F_{tw}$ ,
- radijalna sila  $F_r$  i
- aksijalna sila  $F_a$ .

• Sprega zubaca jednog zupčanog para može imati bilo koji položaj u prostoru tj. bilo gde na obimu zupčanika.

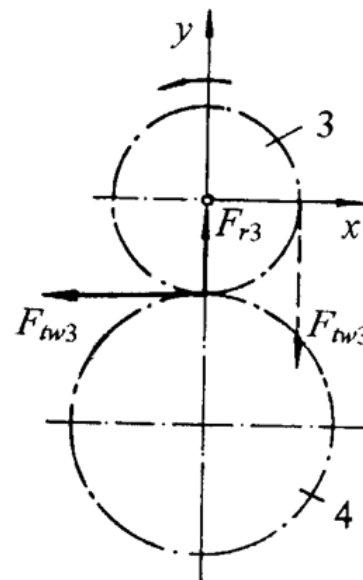
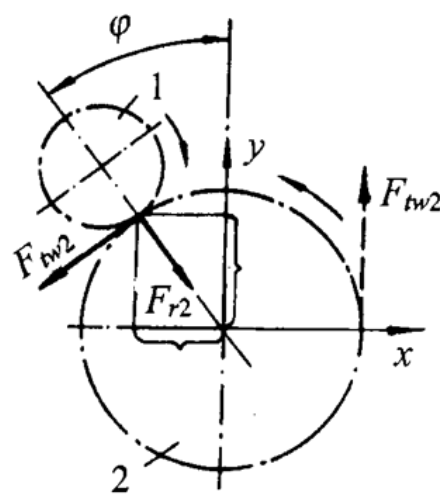
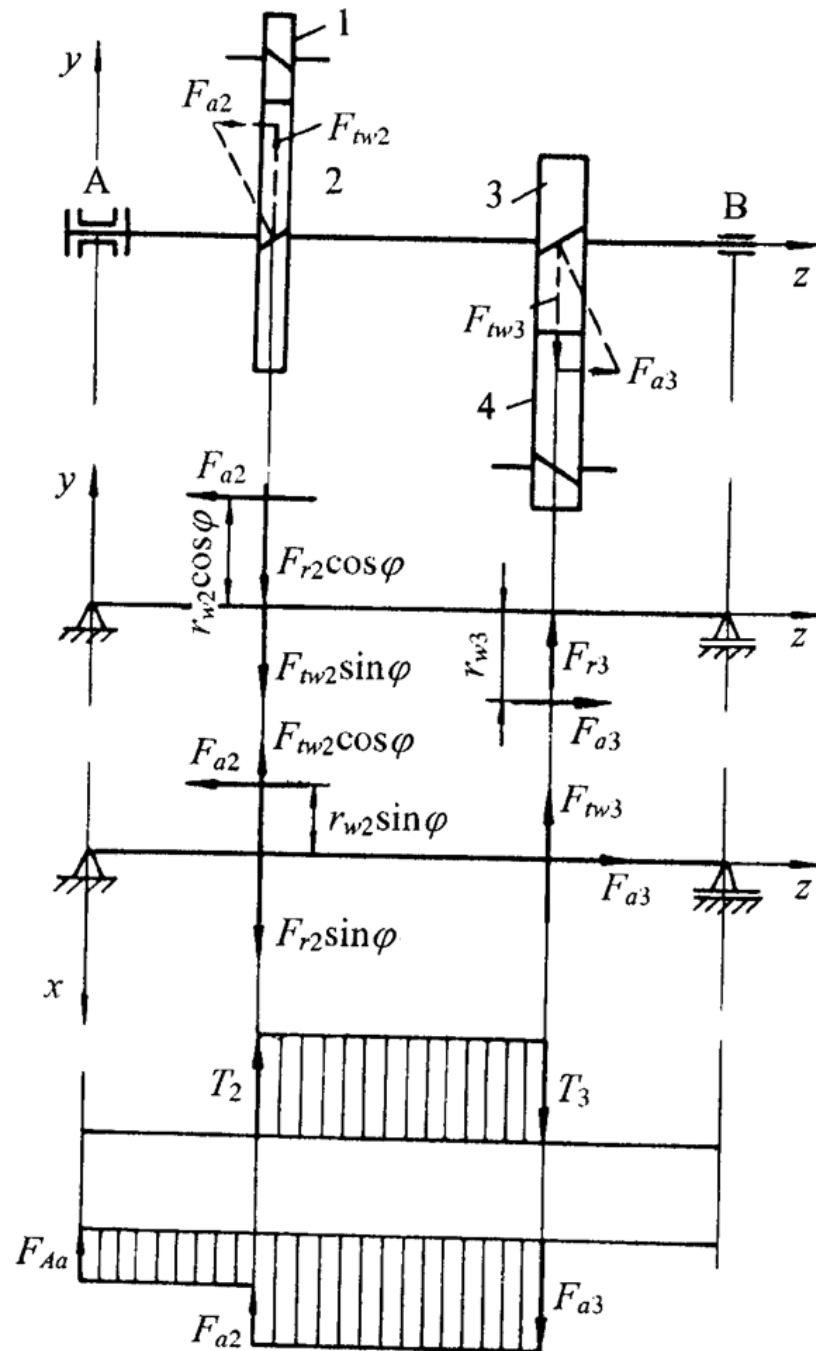
Prostorni sistem sila se prevodi u dva ravanska sistema, projiciranjem u dve, medjusobno upravne ravni.

To mogu biti ravni  $yz$  i  $xz$  u kojima se formira model grede i šema sila.



## Postupak formiranja šeme sila :

- a) U bočnim projekcijama se definišu smerovi rotacije zupčanika i utvrdi gonjeni zupčanik
- b) Odredjivanje pravaca i smerova sila
- c) Izbor medjusobno upravni ravni za proiciranje sila
- d) Proiciranje sila na medjusobno upravne ravni



- Šema opterećenja vratila u dve međusobno upravne ravni, dijagram obrtnih momenata i dijagram aksijalne sile

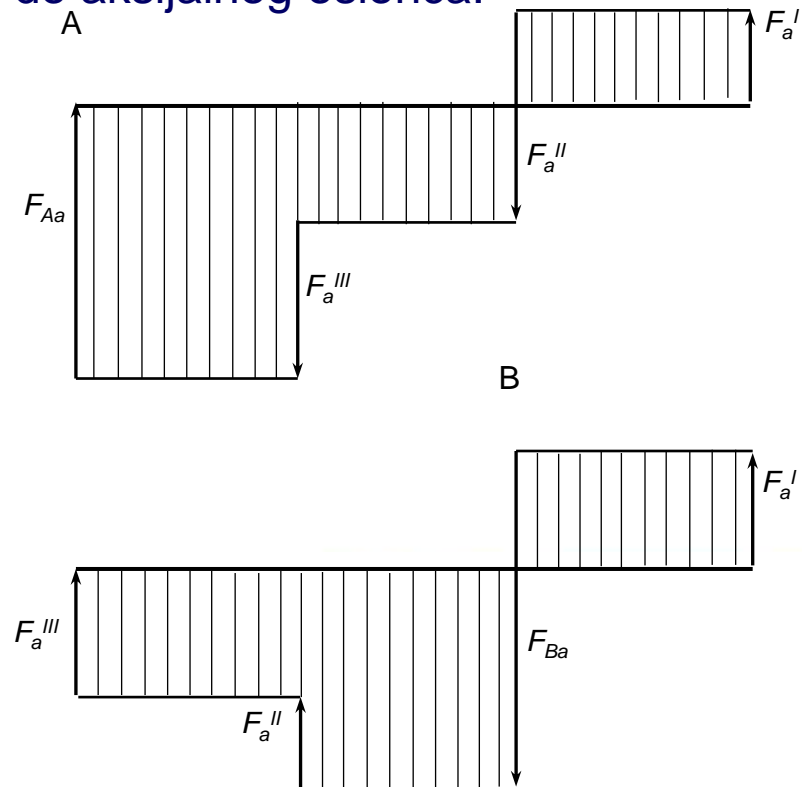
# MAŠINSKI ELEMENTI 1

## ▪ Varijante dijagrama aksijalnih sila

Dijagram aksijalne sile pokazuje veličinu aksijalne sile kojoj je izložen svaki od poprečnih preseka vratila.

**Pri formiranju ovog dijagrama polazi se od najudaljenije tačke od oslonca koji je izabran da prenosi aksijalno opterećenje.** Dodavanjem i oduzimanjem aksijalnih sila zavisno od smera, dolazi se do aksijalnog oslonca.

- U ovoj tački poligon sila se zatvara unošenjem aksijalnog otpora oslonca  $F_{Aa}$  odgovarajućeg smera i intenziteta.
- Ako aksijalni oslonac nije na kraju vratila, postupak je sledeći. Aksijalne sile se nanose počev od najudaljenije tačke sa desne strane aksijalnog oslonca, a zatim isto tako počev od najudaljenije tačke sa leve strane s tim što se usvojena usmerenost sile ne menja. Kada se dodje do aksijalnog oslonca. Razlika se popunjava reakcijom oslonca  $F_{Ba}$ . Smer reakcije se bira tako da suma svih aksijalnih sila na vratilu bude jednaka nuli.

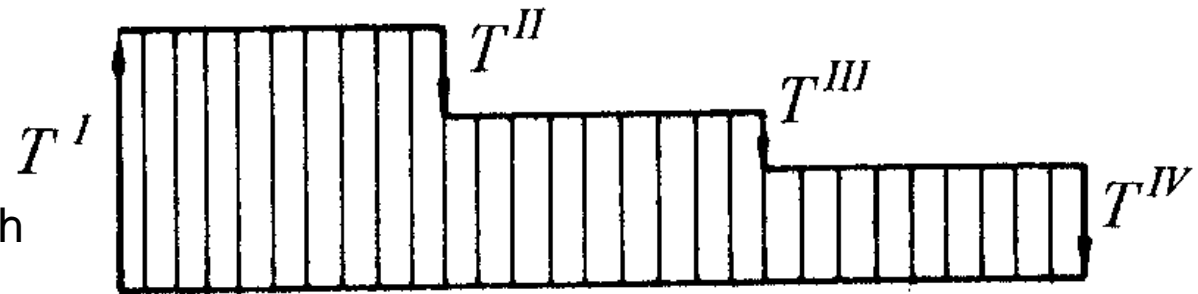


# MAŠINSKI ELEMENTI 1

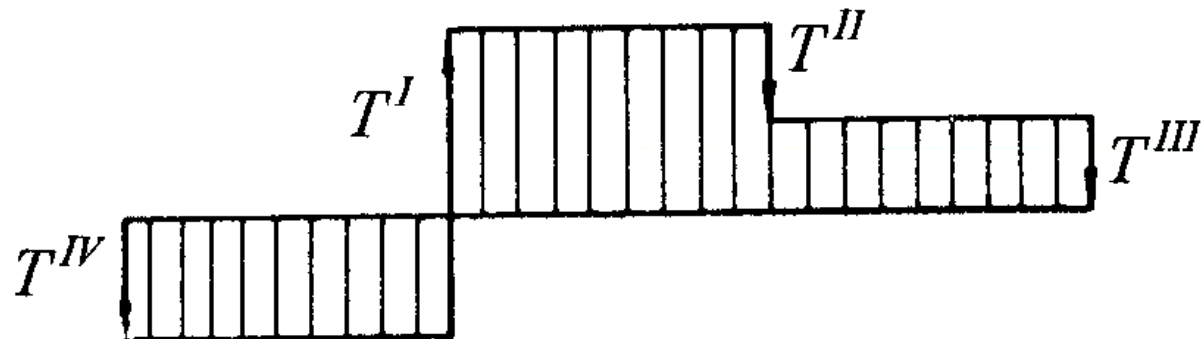
## Varijante dijagrama momenata uvijanja vratila

Dijagram obrtnih momenata prikazuje prenošenje obrtnog momenta duž vratila i momente uvijanja u svakom preseku vratila.

▪ Obrtni moment  $T$  se dovodi na jednom kraju vratila tj. na prvom obrtnom delu, a zatim predaje preko više pogonskih obrtnih delova koji su sa iste strane u odnosu na prijemni. Zbir predatih momenata  $T_{II}$ ,  $T_{III}$  itd. mora biti jednak primljenom momentu  $T$  ( $T = T_{II} + T_{III} + T_{IV}$ ).



▪ Moment se na vratilo dovodi preko nekog od srednjih obrtnih delova ( $T$ ). Od ovog mesta, obrtni moment se deli na levu i na desnu stranu srazmerno potrošnji.





# Moment uvijanja (torzioni moment) $T$ / slogan

