

Испитни рок Август

Испит из Отпорности материјала, група А

1. Колоквијум

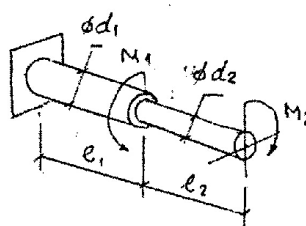
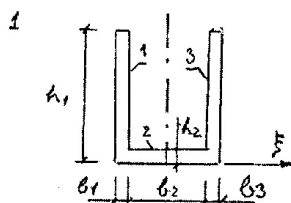
Зад. 1 За симетрични попречни пресек према Сл.1 одреди положај тежишта по висини (положај осе  $x$ ) и тежишни момент инерције  $I_x$  користећи задату помоћну осу  $\xi$ .

Подаци:  $b_1 = b_3 = 2 \text{ cm}$ ,  $b_2 = 10 \text{ cm}$ ,  $h_1 = h_3 = 20 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 2 \text{ cm}$ .

Зад. 2 Штап са пољима кружних пресека оптерећен је моментима увијања према Сл.2. Провери да ли су максимални напони увијања у границама дозвољеног и по потреби изведи измену пречника.

Подаци:  $d_1 = 4,2 \text{ cm}$ ,  $d_2 = 3 \text{ cm}$ ,  $M_1 = 120 \text{ kNcm}$ ,  $M_2 = 50 \text{ kNcm}$ ,  $\tau_d = 6 \text{ kN/cm}^2$

2. Зад.



2. Колоквијум

Зад. 3

а) Носач цевастог пресека оптерећен је моментом савијања према Сл.3а. Провери да ли је максимални нормални напон у граници дозвољеног за дато  $\sigma_d$ .

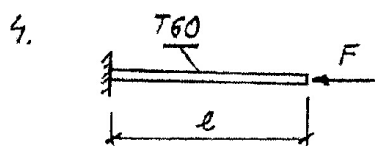
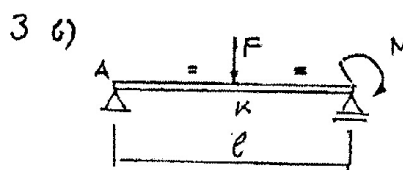
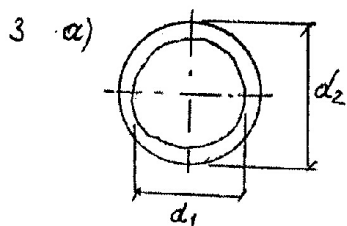
Подаци:  $d_1 = 4 \text{ cm}$ ,  $d_2 = 6 \text{ cm}$ ,  $M_x = 200 \text{ kNcm}$ ,  $\sigma_d = \pm 12 \text{ kN/cm}^2$ .

б) За греду од стандардног П16 профила на Сл.3б израчунај угиб  $f_k$  на средини и нагиб  $\alpha_A$  код левог ослоња.

Подаци:  $F = 15 \text{ kN}$ ,  $M = 1000 \text{ kNcm}$ ,  $l = 400 \text{ cm}$ ,  $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$ ,

Зад. 4 Конзола од Т60 (DIN) профила на Сл.4 оптерећена је центричном притискујућом силом. Одреди критичну силу извијања конзоле  $F_{cr}$  и дозвољену величину силе  $F_d$ .

Подаци: материјал  $\check{C}0461$ ,  $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$ ,  $l = 140 \text{ cm}$ ,  $\nu = 3$ .



### 3. Колоквијум -----

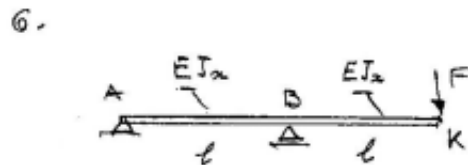
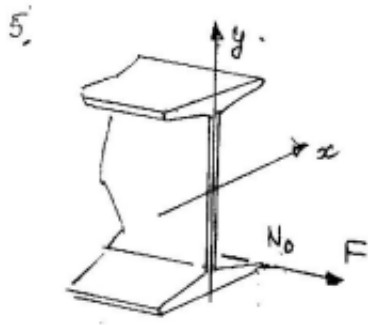
**Зад. 5** Носач од стандардног I20 профила на Сл.5 оптерећен је подужном силом у тачки  $N_0$ :

а) Одреди једначину неутралне линије у пресеку.

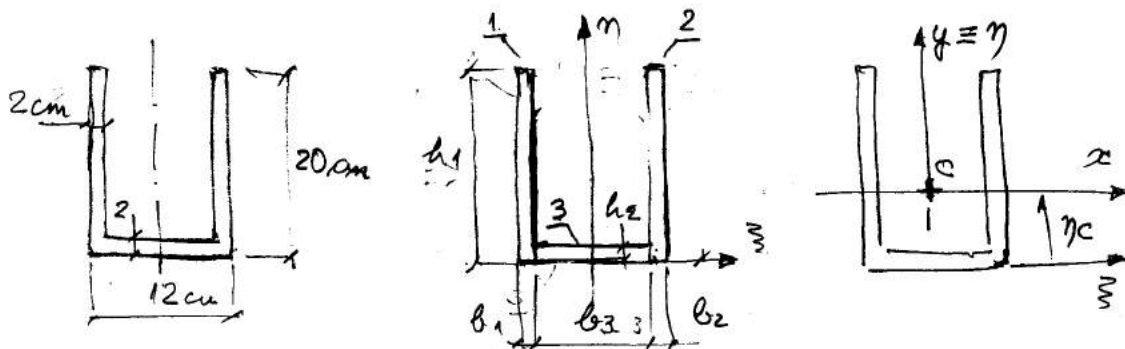
б) Напиши једначину расподеле нормалног напона и израчунај максимални напон.

Подаци:  $F = 40 \text{ kN}$ .

**Зад. 6** Израчунај у општим бројевима вертикално померање  $f_K$  у тачки К греде са препустом на Сл.6.



1. ZAD.



$i$	$b_i$ [cm]	$h_i$ [cm]	$A_i$ [cm <sup>2</sup> ]	$\eta_{ci}$ [cm]
1	2	20	40	10
2	2	20	40	10
3	10	2	20	1

TABELA PREMA  
DRUGOJ SLIČICI.

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 40 + 40 + 20 = 100 \text{ cm}^2$$

$$S_z = \eta_{c1} A_1 + \eta_{c2} A_2 + \eta_{c3} A_3 = 10 \cdot 40 + 10 \cdot 40 + 1 \cdot 20 = 820 \text{ cm}^3$$

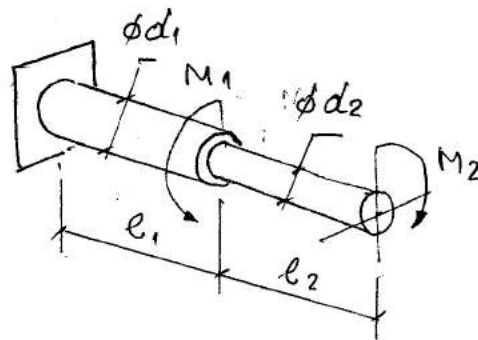
$$\eta_c = \frac{S_z}{A} = \frac{820}{100} = 8,2 \text{ cm.} \quad \dots \text{VIDI TREĆU SLIČICU!}$$

$$J_z = \frac{b_1 h_1^3}{3} + \frac{b_2 h_2^3}{3} + \frac{b_3 h_3^3}{3} = \frac{2 \cdot 20^3}{3} + \frac{2 \cdot 20^3}{3} + \frac{10 \cdot 2^3}{3} = 10693 \text{ cm}^4$$

AUSIJALNI MOMENT  $J_x$  ZA CEO LIK DOBIJAMO ŠT. TEOREMOM:

$$J_x = J_z - \eta_c^2 A = 10693 - 8,2^2 \cdot 100 = 3970 \text{ cm}^4$$

2. ZAD.



PRVO POLJE:

$$W_{01} = \frac{\pi d_1^3}{16} = \frac{\pi \cdot 4,2^3}{16} = 14,55 \text{ cm}^3$$

$$M_{t1} = M_1 - M_2 = 120 - 50 = 70 \text{ kNcm.}$$

$$\tau_{\max 1} = \frac{M_{t1}}{W_{01}} = \frac{70}{14,55} = 4,81 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < \tau_d. \quad (\tau_d = 6 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2})$$

DRUGO POLJE:

$$W_{02} = \frac{\pi d_2^3}{16} = \frac{\pi \cdot 3^3}{16} = 5,3 \text{ cm}^3$$

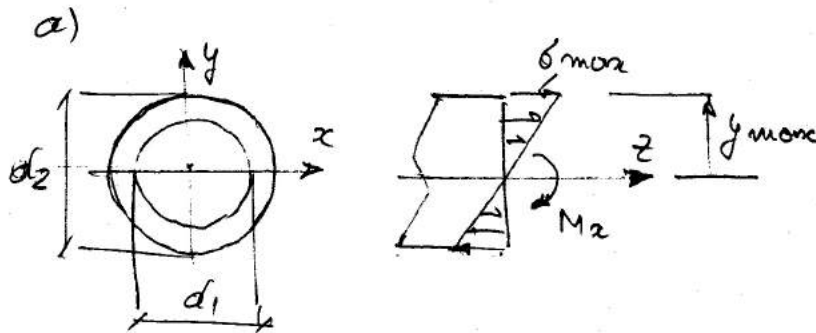
$$M_{t2} = -M_2 = -50 \text{ kNcm}$$

$$\tau_{\max 2} = \frac{M_{t2}}{W_{02}} = \frac{-50}{5,3} = -9,43 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad |\tau_{\max 2}| > \tau_d \quad \text{NE ZA DOVOGAVA.}$$

PRORAČUN VEĆEG PREČNIKA:

$$W_{02} = \frac{\pi d_2^3}{16} \geq \frac{|M_{t2}|}{\tau_d} \Rightarrow d_2 = \sqrt[3]{\frac{16 |M_{t2}|}{\pi \tau_d}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 50}{\pi \cdot 6}} = 3,48 \text{ cm}$$

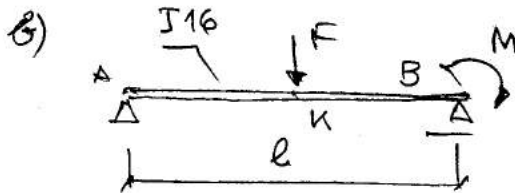
3. ZAD.



$$I_x = \frac{\pi}{64} (d_2^4 - d_1^4) = \frac{\pi}{64} (6^4 - 4^4) = 51,05 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{I_x} y_{\max} = \frac{200}{51,05} \cdot 3 = 11,75 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < \sigma_d$$


---



I16:  $I_x = 935 \text{ cm}^4$

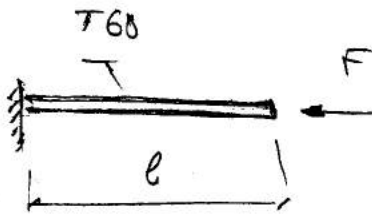
$$\begin{aligned} \delta_B &= \delta_B(F) + \delta_B(M) = \\ &= \frac{1}{48} \frac{F l^3}{E I_x} + \left( - \frac{M l^2}{16 E I_x} \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{48} \frac{15 \cdot 400^3}{21000 \cdot 935} - \frac{1}{16} \frac{1000 \cdot 400^2}{21000 \cdot 935} = 0,508 \text{ cm}$$

$$\alpha_A = \alpha_A(F) + \alpha_A(M) = \frac{1}{16} \frac{F l^2}{E I_x} + \left( - \frac{M l}{6 E I_x} \right) =$$

$$= \frac{1}{16} \frac{15 \cdot 400^2}{21000 \cdot 935} - \frac{1000 \cdot 400}{6 \cdot 21000 \cdot 935} = 0,00424 \text{ rociel} = 0,24^\circ$$

4. ZAD.



Za T60 je

$$J_2 = J_{min} = J_y = 12,2 \text{ cm}^4$$

$$i_2 = i_{min} = i_y = 1,24 \text{ cm}$$

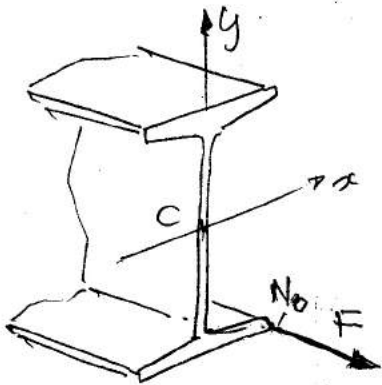
$$l_r = 2l = 2 \cdot 140 = 280 \text{ cm} \quad \lambda_r = \frac{l_r}{i_{min}} = \frac{280}{1,24} = 226 > \lambda_p$$

( $\lambda_p = 101$  za Č0461)  $\rightarrow$  moguće je elastično izvijanje:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{l_r^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 12,2}{280^2} = 32,25 \text{ kN}$$

$$\text{Za } \nu = 3 \Rightarrow F_{ol} = \frac{F_{cr}}{\nu} = \frac{10,26}{3} = \underline{\underline{3,42 \text{ kN}}}$$

5. ZAD.



$$F = 40 \text{ kN}$$

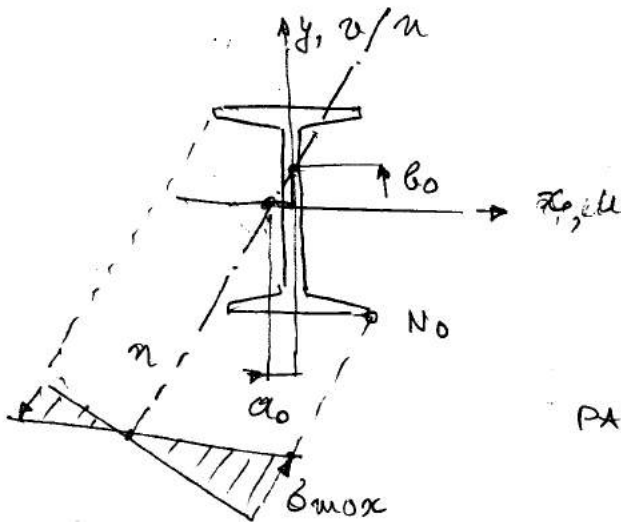
$$I20 \text{ PROFIL SA: } b = 9 \text{ cm } h = 20 \text{ cm}$$

$$A = 33,5 \text{ cm}^2 \quad i_x = i_1 = 8 \text{ cm}$$

$$i_y = i_2 = 1,87 \text{ cm}$$

(... ZATO ŠTO SU OSE  $x, y$  GLAVNE OSE  $u, v$  IZ (1), (2) I PROFILA)

JEDNAČINA  $n-n$  LINIJE:



$$u_0 = \frac{b}{2} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ cm}$$

$$v_0 = -\frac{h}{2} = -\frac{20}{2} = -10 \text{ cm}$$

$$a_0 = -\frac{i_2^2}{u_0} = -\frac{1,87^2}{4,5} = -0,77 \text{ cm}$$

$$b_0 = -\frac{i_1^2}{v_0} = -\frac{8^2}{-10} = 6,4 \text{ cm}$$

PA IZ  $\frac{u}{a_0} + \frac{v}{b_0} = 1$  SLEDI: JEDNAČINA:

$$\frac{u}{-0,77} + \frac{v}{6,4} = 1$$

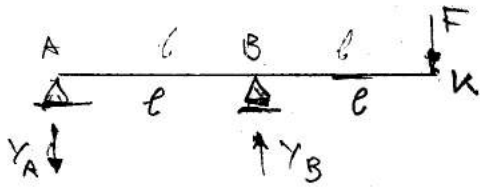
PREMA DIJAGRAMU  $\sigma(u, v)$  VIDIMO DA

NADVEĆI NAPON SE POJAVLJUJE U SAMOJ TAČKI  $N_0$ , PA JE:

$$\sigma_{\max} = \sigma(u_{N_0}, v_{N_0}) = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{u_0}{i_2^2} u_{N_0} + \frac{v_0}{i_1^2} v_{N_0} \right) =$$

$$= \frac{40}{33,5} \left( 1 + \frac{4,5}{1,87^2} \cdot 4,5 + \frac{-10}{8^2} (-10) \right) = 10 \frac{\text{kN}}{\text{cm}}$$

6. ZAD.

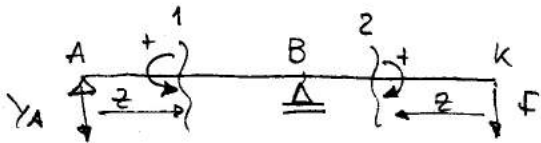


$$\sum Y_i = 0 \Rightarrow -Y_A + Y_B - F = 0$$

$$(\sum M_i)_B = 0 \Rightarrow Y_A l - F l = 0$$

$$\Rightarrow Y_A = F \quad Y_B = 2F$$

$$f_K = \frac{\partial \Delta d}{\partial F} = \sum_{m=1}^2 \frac{1}{(EI)_m} \int_0^{l_m} M_m(z) \frac{\partial M_m(z)}{\partial F} dz$$



$$M_1(z) = Y_A z = Fz \quad \frac{\partial M_1}{\partial F} = z$$

$$M_2(z) = Fz \quad \frac{\partial M_2}{\partial F} = z$$

$$\Delta f_K = \frac{1}{EI_1} \int_0^l [Fz][z] dz + \frac{1}{EI_2} \int_0^l [Fz][z] dz = \frac{2}{3} \frac{Fl^3}{EI_2}$$