

# **Teorijska pitanja iz Elektrotehnike sa elektronikom**

## **I kolokvijum – Elektrostatika i jednosmerne struje**

1. Gausova teorema
2. Potencijal i napon električnog polja
3. Provodnici i električno polje
4. Faradejevi zakoni elektrolize
5. Otpornost provodnika

## 1. Gausova teorema

Gausova teorema glasi:

Ukupan fluks električnog polja kroz bilo koju zatvorenu površinu proporcionalan je ukupnoj količini naelektrisanja koja je zatvorena unutar te površine.

Matematički se Gausova teorema može iskazati sledećom jednačinom:

$$\Phi_{\text{zatvorene}} = 4\pi k_0 \cdot Q_{\text{zatvoreno}}$$

gde su iskorištene sledeće oznake:

- $\Phi_{\text{zatvorene}}$  – ukupan fluks kroz zatvorenu površinu
- $k_0$  – Kulonova konstanta za vakuum ( $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 = 9 \cdot 10^9 \text{ Vm/C}$ )
- $Q_{\text{zatvoreno}}$  – ukupna količina naelektrisanja zatvorena unutar površine

Pri izračunavanju ukupnog fluksa kroz zatvorenu površinu, pozitivnim fluksom se smatra fluks električnog polja koji izlazi iz zatvorene površine, a negativnim fluks električnog polja koje ulazi u zatvorenu površinu.

Gausova teorema naglašava i da ukupan fluks kroz neku zatvorenu površinu **NE ZAVISI**:

- od rasporeda naelektrisanja unutar površine
- od oblika zatvorene površine

već SAMO od njihove količine.

Jednostavna interpretacija Gausovog zakona je moguća ako se električno polje predstavi linijama sila električnog polja, a fluks električnog polja brojem linija sila koje prolaze kroz površinu. Linije električnog polja koje izlaze iz površine tada povećavaju ukupan fluks kroz površinu, a linije koje ulaze u površinu umanjuju ukupan fluks.

U tom slučaju nezavisnost ukupnog fluksa od položaja naelektrisanja ilustruju slike a) i b).



Iako je naelektrisanje  $Q$  postavljeno na različite načine, broj linija sila koje naelektrisanje stvara (koji je proporcionalan jačini električnog polja naelektrisanja) je isti, pa budući da sve linije električnog polja izlaze iz površine  $S$ , ukupan fluks ("4 linije") je jednak u oba slučaja.

Nezavisnost od oblika površine ilustruju slike c) i d).



Iako je na slici c) naelektrisanje obuhvaćeno sferom, a na slici d) kvadrom, broj linija sila koje izlaze iz njihovih površina je jednak pa je fluks isti i kroz sferu i kroz površinu kvadra.

Gausova teorema se koristi za izračunavanje električnih polja. Značaj Gausove teoreme je u tome što nam pokazuje da za izračunavanje fluksa električnog polja možemo koristiti bilo kakvu zatvorenu površinu, što znači da možemo izabrati površinu za koju nam je proračun najjednostavniji.

## 2. Potencijal i napon električnog polja

Potencijal električnog polja je skalar kojim se opisuje električno polje. On govori o energiji koju naelektrisanje ima kada se nađe u nekoj tački električnog polja.

Energija naelektrisanja u nekoj tački električnog polja proporcionalna je tom naelektrisanju. Ako se tačkasto naelektrisanje  $q$  (koje se naziva "probno naelektrisanje") postavi u neku tačku električnog polja i ima energiju  $W$ , naelektrisanje  $2q$  će u toj tački imati energiju  $2W$ , naelektrisanje  $3q$  energiju  $3W$  i tako redom. Za opisivanje energije koju ima naelektrisanje u nekoj tački električnog polja se koristi odnos te energije i količine naelektrisanja, a taj odnos se naziva potencijalom električnog polja u toj tački. Matematički se potencijal definiše sledećom jednačinom:

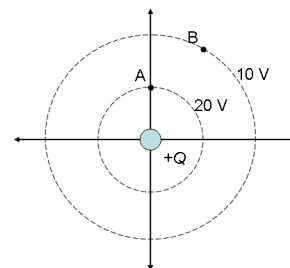
$$V(\vec{r}) = \frac{W_q(\vec{r})}{q}$$

u kojoj je sa  $V(\vec{r})$  označen potencijal polja u tački  $\vec{r}$ , sa  $W_q(\vec{r})$  energija naelektrisanja  $q$  u tački  $\vec{r}$ .

Jedinica za potencijal se dobija iz ove definicione jednačine koja pokazuje da je  $[V] = [J]/[C]$ . Obzirom na veliki značaj potencijal u elektrotehnici, jedinica za potencijal ima posebno ime i naziva se "volt" po italijanskom naučniku Alesandru Volti. Jednačina  $[V] = V$  predstavlja jedini primer u fizici da se neka veličina i jedinica označavaju istim slovom.

Reč "potencijal" znači "mogućnost" ili "moć", i koristi se zato da iskaže koliku mogućnost neko polje ima da pruži energiju, odnosno, da se iskoristi za stvaranje nekog rada.

Potencijal električnog polja se opisuje ekvipotencijalnim linijama, a to su linije koje spajaju tačke istog potencijala. Ekvipotencijalne linije su u svakoj tački normalne na linije sila. Ekvipotencijalne linije polja koje stvara tačkasto naelektrisanje su prikazane na slici desno isprekidanim linijama.



Potencijal nam omogućuje da odredimo energiju naelektrisanja u nekoj tački električnog polja, a time da odredimo i mehanički rad koji vrši električno polje pri kretanju naelektrisanja iz jedne tačke polja u drugu. Ako naelektrisanje  $q$  u tački A ima energiju  $W_A$ , a u tački B energiju  $W_B$ , onda je rad koji električno polje izvrši premeštajući naelektrisanje  $q$  iz tačke A u tačku B  $A_{AB} = W_A - W_B$ . Obzirom da je  $W_A = q \cdot V_A$  i  $W_B = q \cdot V_B$ , onda je  $A_{AB} = qV_A - qV_B$ , odnosno  $A_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)$ . Poslednja jednačina pokazuje da je rad koji električno polje vrši pri kretanju naelektrisanja iz jedne tačke u drugu proporcionalan razlici potencijala između tih tačaka.

Zbog velikog značaja koji razlika potencijala ima za određivanje mehaničkog rada koji vrši električno polje, ta veličina je dobila posebno ime: električni napon.

Električni napon između dve tačke je razlika električnih potencijala tih tačaka

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Napon, prema tome, govori o mehaničkom radu koji se može dobiti električnim poljem.

Prema definicionoj jednačini za napon, jedinica za napon je takođe volt.

Treba obratiti pažnju na sličnost i razliku potencijala i napona. Obe veličine su iste prirode, imaju istu jedinicu, ali dok se potencijal odnosi na *jednu tačku polja*, napon opisuje odnos *dve tačke polja*.

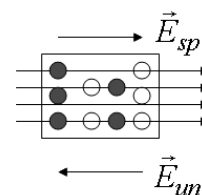
### 3. Provodnici i električno polje

Provodnicima nazivamo materijale koji imaju *slobodna* naelektrisanja koja mogu da se kreću u električnom polju. Idealnim provodnikom smatramo provodnik koji ima neograničen (beskonačan) broj slobodnih naelektrisanja. Svi realni provodnici odstupaju od ove pretpostavke u većoj ili manjoj meri, a najboljim provodnicima se u ovom smislu smatraju zlato, srebro, aluminijum i bakar. Međutim, dalje navedeni zaključci izvedeni za idealan provodnik se primenjuju u zadovoljavajućoj meri na sve provodnike, a u praksi i na Zemlju.

Prisustvo velikog broja slobodnih naelektrisanja provodnicima daje niz važnih svojstava koja imaju u električnom polju

#### a) Provodnici sprečavaju prodiranje električnog polja u njihovu unutrašnjost

Kada se provodnik nađe u spoljašnjem električnom polju, pozitivna slobodna naelektrisanja u njemu se kreću u pravcu tog polja a negativna suprotno od pravca polja. Zbog toga se pri površini idealnog provodnika skupljaju negativna naelektrisanja na mestima gde polje "ulazi" u provodnik, a pozitivna naelektrisanja na mestima gde polje "izlazi" iz provodnika (slika desno, pozitivna naelektrisanja su označena praznim, a negativna popunjenim kružićima). Usled toga, u provodniku nastaje unutrašnje polje usmereno od pozitivnih ka negativnim naelektrisanjima, i to unutrašnje polje poništava spoljašnje polje, pa u unutrašnjosti idealnog provodnika ne postoje električna polja.



U praksi se ovaj zaključak primenjuje za konstrukciju metalnih struktura koje štite od električnih polja. Takva konstrukcija se naziva *Faradejev kavez*.

#### b) Višak naelektrisanja se raspoređuje po površini idealnog provodnika

Ukoliko se na idealni provodnik naelektriše tako da ima višak naelektrisanja jedne vrste, onda se nastala naelektrisanja međusobno odbijaju, a pošto mogu da se slobodno kreću, onda se ona raspoređuju tako da rastojanja među njima budu najveća moguća, pa se zbog toga raspoređuju po površini idealnog provodnika dok ne dostignu ravnotežni položaj.

#### c) Višak naelektrisanja se na provodnicima nakuplja oko zakrivljenih površina (efekat šiljka)

Zbog mogućnosti da na istoj površini budu međusobno više udaljena, naelektrisanja se na površini provodnika raspoređuju u većoj gustini u blizini zakrivljenih površina (najviše na šiljcima). Zbog toga je jačina polja veća u blizini zakrivljenih površina nego na ravnim delovima provodnika.

Ovaj efekat se u praksi koristi za stvaranje varnica na mestima gde je to potrebno (gromobrani, varničari, svećice motora), odnosno za izbegavanje varnica tamo gde su nepoželjne ili opasne.

#### d) Sve tačke na površini idealnog provodnika imaju jednak električni potencijal (vrapčevo pravilo)

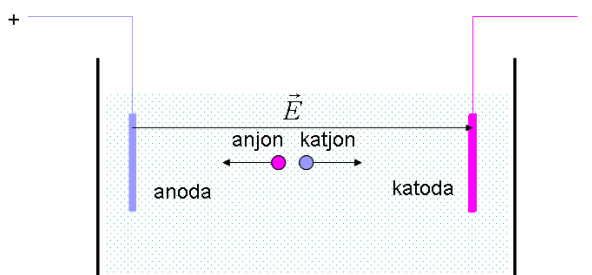
Obzirom da u unutrašnjosti idealnog provodnika nema električnih polja, rad električnog polja pri kretanju naelektrisanja kroz njega je jednak nuli, što znači da je i električni napon između bilo koje dve tačke idealnog provodnika jednak nuli, odnosno da je potencijal svih njegovih tačaka jednak.

U praksi se ovo pravilo primenjuje tako što se pretpostavlja da dve tačke spojene metalom imaju jednak potencijal (kablovi, vodovi i druge strukture za prenos električne energije).

#### 4. Faradejevi zakoni elektrolize

Elektroliza je elektrohemijski tehnološki postupak za proizvodnju metala. Tim postupkom se industrijski proizvode bakar i aluminijum visoke čistoće.

Princip elektrolize je prikazan na sledećem dijagramu:



U vodenom rastvoru soli (na primer, so bakra plavi kamen  $\text{CuSO}_4$ ) molekuli soli se razdvajaju na pozitivne jone metala (kod plavog kamena  $\text{Cu}^{2+}$ ) i negativne jone ostatka (kod plavog kamena  $\text{SO}_4^{2-}$ ). Kada se u rastvor postave metalne ploče dovedene izvorom električne struje na različite potencijale (te ploče se nazivaju *elektrode*), u rastvoru se uspostavlja električno polje, usmereno od elektrode višeg potencijala (koja se naziva *anoda*) ka elektrodi nižeg potencijala (koja se naziva *katoda*). Uspostavljeno električno polje usmerava pozitivne jone metala ka katodi (zbog toga se pozitivni joni nazivaju *katjoni*) na koju se talože. Joni ostatka se kreću na suprotnu stranu, ka anodi (zato se nazivaju *anjonima*), i na taj način se iz rastvora soli izdvaja čist metal.

Faradejevi zakoni (nazvani po engleskom fizičaru Majklu Faradeju) kvantitativno (brojno) opisuju proces elektrolize tako što određuju jačinu električne struje i vreme potrebno da se izdvoji određena količina metala iz rastvora.

I Faradejev zakon glasi:

Masa metala koji se izdvoji na katodi  
proporcionalna je ukupnom naelektrisanju koje protekne kroz rastvor

i u matematičkom obliku se može predstaviti jednačinom

$$m = kQ = kIt$$

u kome  $m$  predstavlja masu izdvojenog metala,  $Q$  količinu naelektrisanja koja protekne kroz rastvor,  $I$  jačinu struje koja protiče kroz rastvor,  $t$  vreme proticanja električne struje kroz rastvor, dok je  $k$  veličina koja se naziva *elektrohemijskim ekvivalentom* metala i zavisi od osobina metala. On pokazuje kolika se masa metal izdvoji kada kroz njega protekne 1 C naelektrisanja.

Da bi se odredila masa metala koji se izdvaja elektrolizom, potrebno je poznavati hemijski ekvivalent metala koji se izdvaja, a njega određuje II Faradejev zakon koji glasi:

Elektrohemijski ekvivalent nekog elementa proporcionalan je njegovom hemijskom ekvivalentu

a u matematičkom obliku se izražava jednačinom

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{v} \quad F = N_A e = 96500 \text{ C}$$

u kome oznake predstavljaju:  $F$ -Faradejevu konstantu,  $M$  molarnu masu hemijskog elementa,  $v$  valencu jona,  $N_A$  Avogadrov broj a  $e$  elementarno naelektrisanje. Hemijski ekvivalent je odnos  $M/v$ . Faradej je do ovog zakona došao eksperimentalnim putem, a poklapanje njegove eksperimentalno određene vrednosti  $F$  sa teorijski određenom vrednošću  $F = N_A \cdot e$  predstavlja jednu od potvrda atomske teorije strukture materije.

## 5. Otpornost provodnika

Otpornost provodnika zavisi od:

- geometrijskih karakteristika provodnika, i to dužine i poprečnog preseka provodnika; otpornost je proporcionalna dužini provodnika, a obrnuto proporcionalna poprečnom preseku provodnika;
- temperature provodnika; otpornost se povećava sa povećanjem temperature provodnika;
- vrste materijala od koje je provodnik načinjen.

Matematički se zavisnost od dimenzija i vrste materijala iskazuje sledećom jednačinom:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

U njoj  $R$  predstavlja otpornost provodnika,  $l$  dužinu provodnika, a  $S$  predstavlja površinu poprečnog preseka provodnika, dok se  $\rho$  naziva *specifična otpornost* materijala od koga je provodnik načinjen.

Jedinica specifične otpornosti materijala može da se odredi iz prethodne jednačine, iz koje sledi da je  $\rho = RS/l$ , pa je  $[\rho] = [R][S]/[l]$ , odnosno  $[\rho] = \Omega\text{m}^2/\text{m} = \Omega\text{m}$ . Često se u praksi površina poprečnog preseka izražava u  $\text{mm}^2$ , a dužina u m, pa se u mnogim tablicama specifična otpornost materijala meri nesistemskom jedinicom  $\Omega\cdot\text{mm}^2/\text{m}$ . Pretvaranje jedinica je jednostavno jer je  $1 \Omega\cdot\text{mm}^2/\text{m} = 10^{-6} \Omega\text{m}$ .

Temperaturna zavisnost otpornosti provodnika zavisi od materijala od koga je provodnik napravljen i iskazuje se povećanjem specifične otpornosti materijala sa povećanjem temperature prema jednačini

$$\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha t)$$

u kojoj  $\rho(t)$  predstavlja specifičnu otpornost materijala na temperaturi  $t$  (izraženoj u Celzijusovim stepenima),  $\rho_0$  specifičnu otpornost materijala na temperaturi  $0^\circ\text{C}$ , dok  $\alpha$  predstavlja *temperaturski koeficijent otpornosti* koji zavisi od materijala od koga je otpornik načinjen. Jednačina pokazuje da se otpornost smanjuje sa hlađenjem materijala, ali da i na minimalnoj temperaturi ( $-273,16^\circ\text{C} = 0 \text{ K}$ ) materijal zadržava neku otpornost.

Suprotno prethodnoj jednačini, početkom XX veka je otkriveno da neki materijali (i to loši provodnici, kao na primer olovo) u potpunosti gube provodnost na veoma niskim temperaturama (ispod  $-250^\circ\text{C}$ ). Ova pojava se naziva *superprovodnost*, i ima veliki tehnički potencijal jer nudi mogućnost prenosa električne energije bez gubitaka. Međutim, ostvarivanje ovako niskih temperatura je skupo tako da su krajem XX veka i početkom XXI veka naponi usmereni na istraživanje novih materijala kod kojih se superprovodnost pojavljuje na višim temperaturama (za sada su dostignute temperature od oko  $-150^\circ\text{C}$ ).

## II kolokvijum – Magnetizam, elektromagnetizam i naizmjenične struje

6. Magnetska indukcija
7. Amperov zakon
8. Kap-Hopkinsonov zakon
9. Faradejev zakon elektromagnetske indukcije i Lencovo pravilo
10. Međusobna indukcija i samoindukcija

## 6. Magnetska indukcija

Magnetska indukcija je vektorska fizička veličina kojom se opisuje magnetsko polje. Ona nam govori o sili kojom magnetsko polje deluje na provodnike kroz koje teče električna struja.

Iz fizike je poznato da na tačkasto naelektrisanje sa količinom naelektrisanja  $q$ , koje se kreće brzinom  $\vec{v}$  i nalazi u tački magnetskog polja u kojoj je indukcija magnetskog polja  $\vec{B}$ , na nju deluje Lorencova sila određena jednačinom

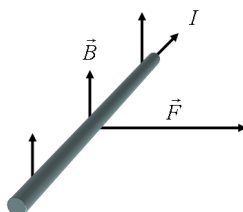
$$F = (q\vec{v}) \times \vec{B}.$$

Električna struja koja teče kroz neki provodnik može se predstaviti kao usmereno kretanje naelektrisanja koja pripadaju tom provodniku, pa se sila kojom magnetsko polje deluje na provodnik kroz koji teče električna struja može predstaviti kao zbir sila kojima magnetsko polje deluje na pokretna naelektrisanja. Ako se pravolinijski provodnik dužine  $l$  kroz teče struja jačine  $I$  nalazi u homogenom magnetskom polju (što znači da je polje isto u svakoj tački), onda za vreme  $t$  kroz njega protekne naelektrisanje  $q=It$  krećući se brzinom intenziteta  $v=l/t$ , pa se sila kojom magnetsko polje deluje na provodnik kroz koji protiče električna struja može odrediti prema formuli:

$$F = (I\vec{l}) \times \vec{B}$$

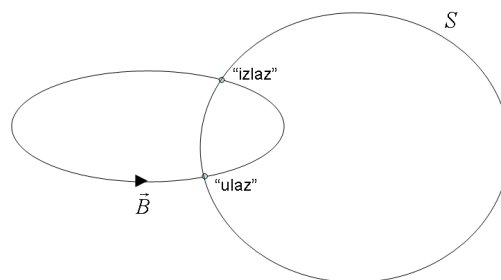
Jednačina pokazuje da je sila kojom magnetsko polje deluje na provodnik kroz koji protiče električna struja:

- proporcionalna intenzitetu indukcije magnetskog polja  $B$ , odnosno da magnetsko polje veće indukcije deluje većom silom na provodnik;
- zavisna od odnosa pravca magnetskog polja i pravca provodnika, odnosno da na provodnik postavljen u pravcu polja magnetsko polje uopšte ne deluje;
- zavisi ne samo od intenziteta magnetskog polja već i od jačine električne struje kroz provodnik i njegove dužine;
- po pravcu normalna kako na pravac provodnika, tako i na pravac indukcije magnetskog polja, kako je to pokazano na slici.



Prema prethodnoj jednačini, jedinica za indukciju magnetskog polja je  $[B] = [F]/[I][l] = \text{N/Am}$ . Ova jedinica u SI ima posebno ime i naziva se "Tesla", po pronalazaču Nikoli Tesli, a označava se sa "T".

Grafički se indukcija magnetskog polja opisuje linijama sila magnetskog polja. Važna osobina linija sila indukcije magnetskog polja je njihova zatvorenost, odnosno osobina da linije sila magnetskog polja nemaju početak niti kraj. Usled toga je fluks indukcije magnetskog polja kroz bilo koju zatvorenu površinu jednak nuli jer bilo koja linija magnetskog polja koja "ulazi" u zatvorenu površinu mora, zbog zatvaranja, iz te površine i da "izađe", kako je to šematski ilustrovano na slici desno.



Ova osobina se naziva konzervacijom (očuvanjem) fluksa magnetskog polja.



## 7. Amperov zakon

Amperov zakon određuje cirkulaciju vektora koji opisuju magnetsko polje (indukcija magnetskog polja i jačina magnetskog polja) po zatvorenoj putanji. Koristi se za određivanje indukcije i jačine magnetskog polja.

Amperov zakon glasi:

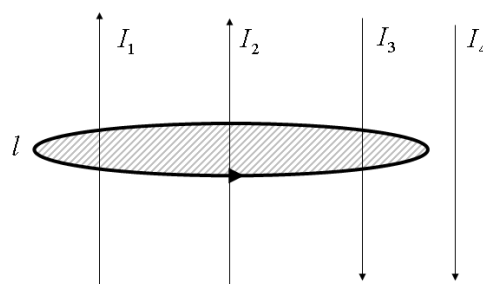
Cirkulacija jačine magnetskog polja  
po bilo kojoj zatvorenoj liniji  
jednaka je algebarskom zbiru struja koje prolaze kroz površinu koju linija ograničava.

Matematički se Amperov zakon izražava formulom:

$$C_l = \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_l$$

u kojoj je sa  $l$  označena zatvorena linija, sa  $\vec{H}$  jačina magnetskog polja, a sa  $I_l$  jačine struja koje protiču kroz površinu koju kriva  $l$  ograničava.

Smer u kome se meri cirkulacija polja po zatvorenoj liniji određuje znak jačine struje pri izračunavanju zbira na desnoj stani formule: pozitivan znak imaju struje u smeru koji se poklapa sa pravilom desne ruke. Ilustracija određivanja znaka struje je data na skici desno: cirkulacija po liniji  $l$  se određuje u smeru označenom strelicom; ako se prsti desne ruke postave u tom smeru, ispruženi palac desne ruke će pokazivati naviše; prema tome, struje usmerene naviše treba uračunavati sa pozitivnim znakom, a struje usmerene naniže sa negativnim predznakom. U primeru na slici, prema tome, cirkulacija po zatvorenoj liniji  $l$  u naznačenom smeru iznosi  $C_l = I_1 + I_2 - I_3$ . Struja  $I_4$  ne prolazi kroz osenčenu površinu koju ograničava linija  $l$ , pa ne utiče na cirkulaciju jačine magnetskog polja po toj liniji.



Amperov zakon ukazuje i da cirkulacija jačine magnetskog polja po nekoj liniji ne zavisi od njenog oblika ni veličine, niti od rasporeda provodnika koji stvaraju magnetsko polje, već isključivo od toga da li oni prolaze kroz površinu koju kriva ograničava i od jačine stih struja. Drugim rečima pri određivanju cirkulacije magnetskog polja po zatvorenoj liniji je moguće izabrati liniju po kojoj je najjednostavnije izvršiti proračun.

Zbog niza sličnih osobina, Amperov zakon za proučavanje magnetskih polja ima isti značaj kakav ima Gausova teorema za električna polja.

Specijalan, a u praksi važan, slučaj nastaje ukoliko se provodnici nalaze u homogenoj nemagnetskoj sredini (kakav je, na primer, vazduh). Tada važi proporcionalnost jačine i indukcije magnetskog polja  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  ( $\mu_0$  – magnetska propustljivost vakuuma,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m), a Amperov zakon se može napisati u obliku

$$C_l = \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_l$$

koji omogućava određivanje indukcije magnetskog polja.

## 8. Kap-Hopkinsonov zakon

Kap-Hopkinsonov zakon (naziva se i Omovim zakonom za magnetska kola) služi približnom određivanju fluksa magnetskog polja koji protiče kroz prosto magnetsko kolo.

Matematički se Kap-Hopkinsonov zakon može izraziti formulom:

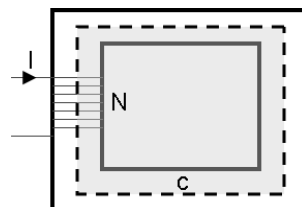
$$\Phi = \frac{E_M}{R_M}$$

u kojoj  $\Phi$  predstavlja fluks indukcije magnetskog polja,  $E_M$  magnetomotornu silu, a  $R_M$  magnetsku otpornost kola. Magnetomotorna sila  $E_M$  opisuje struje koje pobuđuju magnetsko polje u kolu, i predstavlja u stvari cirkulaciju jačine magnetskog polja po srednjoj liniji magnetskog kola kako je određuje Amperov zakon. Magnetootpornost dela kola dužine  $l$  i površine poprečnog preseka  $S$  određuje se prema formuli analognoj formuli za određivanje električne otpornosti provodnika

$$R_M = \rho_M \frac{l}{S},$$

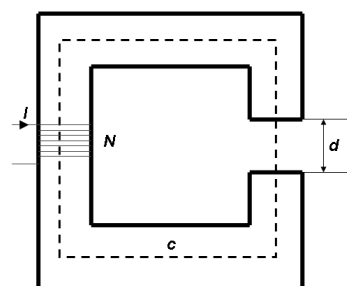
gde  $\rho_M$  predstavlja specifičnu magnetsku otpornost materijala od koga je napravljen deo magnetskog kola i izračunava se prema formuli  $\rho_M = l/\mu_0\mu_r$ , u kojoj  $\mu_0$  predstavlja magnetsku propustljivost vakuuma, a  $\mu_r$  relativnu magnetsku propustljivost tog dela kola.

Ako se posmatra magnetsko kolo sačinjeno od materijala relativne magnetske propustljivosti  $\mu_r$  koje se pobuđuje namotajem sa  $N$  navojaka kroz koje protiče struja jačine  $I$  (kao na slici desno), onda se, prema Kap-Hopkinsonovom zakonu, fluks indukcije magnetskog polja određuje na sledeći način: magnetomotorna sila  $E_M$  jednaka je cirkulaciji magnetskog polja po srednjoj liniji kola  $c$ , a ona je po Amperovom zakonu jednaka ukupnoj struji koja prolazi kroz površinu koju  $c$  ograničava (osencena površina), pa je  $E_M = NI$ ; ako je dužina srednje linije  $c$  jednaka  $l_{sr}$ , a površina poprečnog preseka kola iznosi  $S$ , onda se fluks magnetskog polja kroz kolo može izračunati na sledeći način:



$$\Phi = \frac{NI}{\frac{1}{\mu_0\mu_r} \frac{l_{sr}}{S}}$$

Ako se posmatra kolo sačinjeno od različitih delova, bilo da se radi o različitim poprečnim presecima ili različitim materijalima, ukupna magnetska otpornost je jednaka zbiru magnetskih otpornosti pojedinih delova kola. Na primer, ako se posmatra magnetsko kolo sa vazдушnim procepom debljine  $d$ , sačinjeno od materijala relativne magnetske propustljivosti  $\mu_r$ , poprečnog preseka  $S$ , koje se pobuđuje namotajem sa  $N$  navojaka kroz koje protiče struja jačine  $I$  (kao na slici desno), onda je fluks kroz to magnetsko kolo jednak



$$\Phi = \frac{NI}{R_{mag} + R_{vazduh}},$$

gde je sa  $R_{mag}$  označena magnetska otpornost magnetika, a sa  $R_{vazduh}$  magnetska otpornost procepa, koje se mogu odrediti prema sledećim formulama (uzimajući da je relativna magnetska propustljivost vazduha bliska jedinici):

$$R_{mag} = \frac{1}{\mu_0\mu_r} \frac{l-d}{S} \quad R_{vazduh} = \frac{1}{\mu_0} \frac{d}{S}$$

u kojima  $l$  predstavlja dužinu srednje linije kola  $c$ .

## 9. Faradejev zakon elektromagnetske indukcije i Lencovo pravilo

Faradejev zakon glasi:

Indukovana elektromotorna sila u nekoj konturi  
proporcionalna je  
brzini promene magnetskog fluksa kroz nju

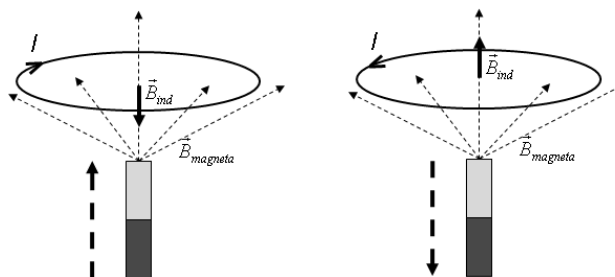
Faradejev zakon određuje veličinu indukovane elektromotorne sile u provodnicima. On ukazuje da uzrok elektromagnetske indukcije nije *postojanje već promena* fluksa magnetskog polja. Štaviše – precizirajući da je indukovana elektromagnetska sila je proporcionalna brzini promene *fluksa* magnetskog polja, Faradejev zakon ukazuje indukovana elektromotorana sila može nastati kako promenom magnetskog polja (statička indukcija), tako i promenom oblika ili položaja konture u kojoj se elektromotorna sila indukuje (dinamička indukcija).

Faradejev zakon određuje veličinu indukovane elektromotorne sile, ali ne određuje njen smer, već njega određuje Lencovo pravilo, koje glasi:

Indukovana elektromotorna sila ima takav smer  
da se svojim dejstvom suprotstavlja uzroku svoga nastanka

Obzirom da je uzrok nastanka elektromotorne sile promena magnetskog fluksa, Lencovo pravilo nam kazuje da se elektromotorna sila indukuje u takvom smeru da električna struja, koju ta elektromotorna sila izaziva, stvori dopunski fluks koji bi umanjio prvobitnu promenu fluksa koja je indukciju izazvala.

Lencovo pravilo je ilustrovano na sledećim slikama:



Na slici levo, magnet se primiče provodniku koji predstavlja kružnu konturu. Usled približavanja magneta, magnetski fluks kroz konturu se *povećava*. Da bi umanjila to povećanje, u konturi se indukuje elektromotorna sila koja ima takav smer (prikazan strelicom na konturi) da magnetsko polje električne struje u konturi ( $B_{ind}$ , označeno punom strelicom) ima suprotan smer od magnetskog polja magneta ( $B_{magneta}$ , označeno isprekidanim strelicama), *smanjujući* ukupan fluks kroz samu konturu.

Na slici desno, magnet se udaljava od provodnika. Usled udaljavanja magneta, magnetski fluks kroz konturu se *smanjuje*. Da bi nadoknadila to smanjenje, u konturi se indukuje elektromotorna sila koja ima smer suprotan onom na slici levo, tako da magnetsko polje električne struje u konturi ima isti smer kao magnetskog polja magneta, *povećavajući* ukupan fluks kroz samu konturu.

U oba slučaja, indukovana elektromotorna sila teži da magnetski fluks kroz konturu trpi što manju promenu. Na taj način elektromagnetska indukcija predstavlja izraz inertnosti prirode, odnosno potrebe da se utroši energija da se izvrše promene u stanju prirode.

Matematički se Faradejev zakon elektromagnetske indukcije i Lencovo pravilo izražavaju jedinstvenom formulom za izračunavanje indukovane elektromotorne sile

$$e = - \frac{d\Phi}{dt}$$

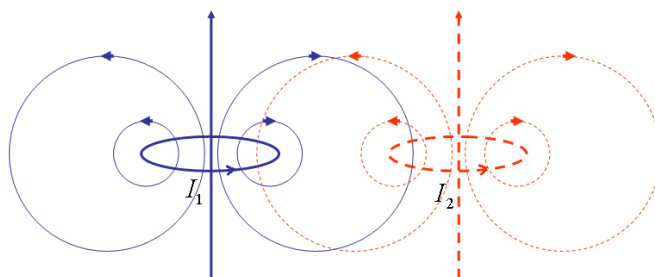
u kojoj  $e$  predstavlja elektromotornu silu,  $d\Phi/dt$  izraz Faradejevog zakona, a znak "-" izraz Lencovog pravila.

## 10. Samoindukcija i međusobna indukcija

Magnetski fluks (linije magnetskog polja) koji protiče kroz neku konturu može biti posledica magnetskog polja koje ta kontura sama stvara proticanjem električne struje kroz nju, a može biti i posledica spoljašnjih magnetskih polja, stvorenih električnim strujama koje teku kroz druge magnetske konture.

Magnetski fluks koji potiče od magnetskog polja koje stvara struja koja protiče kroz tu konturu se naziva *sopstveni fluks* konture, dok se magnetski fluks koji potiče od električnih struja koje teku kroz druge strujne konture naziva *spoljašnji fluks* konture. Ukupan fluks koji protiče kroz konturu jednak je zbiru sopstvenog fluksa i spoljašnjeg fluksa, što se može izraziti sledećom jednačinom:

$$\Phi = \Phi_{sop} + \Phi_{spolj}$$



Ako, primera radi, posmatramo dve konture prikazane na gornjoj slici, kroz koje protiču električne struje (prva-leva kontura, i sve u vezi sa njom, je prikazana punom linijom, indeksom 1, i, za one koji ovo imaju u boji, plavom bojom, a druga-desna, isprekidanom linijom, indeksom 2, i crvenom bojom), onda se ukupan fluks prve konture može predstaviti kao zbir sopstvenog fluksa (predstavljen linijama sila sa pet punih linija koje prolaze kroz nju odozdo naviše) i spoljašnjeg fluksa koji je, u stvari, deo fluksa koji stvara druga kontura, a koji prolazi kroz prvu konturu (predstavljen sa jednom linijom sile koja prolazi kroz prvu konturu odozgo naniže). Na taj način, spoljašnji fluks kroz prvu konturu dovodi do umanjjenja njenog ukupnog fluksa (ukupan fluks iznosi "4 linije"). Slično važi i za drugu konturu i uobičajeno je da se ovo zapisuje na sledeći način:

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} \quad \Phi_2 = \Phi_{21} + \Phi_{22}$$

što znači, "ukupan fluks kroz prvu konturu ( $\Phi_1$ ) jednak je zbiru fluksa kroz prvu konturu koji potiče od prve konture ( $\Phi_{11}$ , to je sopstveni fluks) i fluksa kroz prvu konturu koji potiče od druge konture ( $\Phi_{12}$ , to je spoljašnji fluks)", i slično za drugu konturu.

Konture reaguju indukovanjem elektromotorne sile na promenu ukupnog magnetskog fluksa koji protiče kroz njih, bez obzira na to da li se radi o sopstvenom ili spoljašnjem fluksu koji se menja.

Ako se elektromotorna sila indukuje zbog promene sopstvenog fluksa, onda se ta pojava naziva *samoindukcija*. Samoindukcija je od velikog tehničkog značaja zato što se njom električna kola opiru promenama koje se u njima dešavaju; bez njenog proučavanja i razumevanja nije moguće objasniti rad električnih kola.

Ako se elektromotorna sila indukuje zbog promene spoljašnjeg fluksa, onda se ta pojava naziva *međusobnom indukcijom*. Međusobnom indukcijom električna kola utiču jedno na rad drugog. I međusobna indukcija ima veliki tehnički značaj. Sa jedne strane, ona je korisna jer omogućava da se, bez ikakvog kontakta, promenama u kolu kojim upravljamo izazivaju promene u drugim kolima, što je osnova bežičnog prenosa i celokupnog sistema telekomunikacija. Sa druge strane, međusobna indukcija ima i štetan uticaj, jer na rad električnih kola koje koristimo utiču i druga kola kao i prirodne pojave povezane sa električnim strujama (munje, električna pražnjenja na Suncu pa čak i širom Vasione), što pričinjava smetnje radu električnih kola.

### III kolokvijum – Električne mašine

11. Komutacija
12. Upravljanje motorima za jednosmerne električne struje
13. Obrtno magnetsko polje
14. Poređenje i primena različitih vrsta električnih motora
15. Poređenje jednosmernih i naizmernih električnih struja

## 11. Komutacija

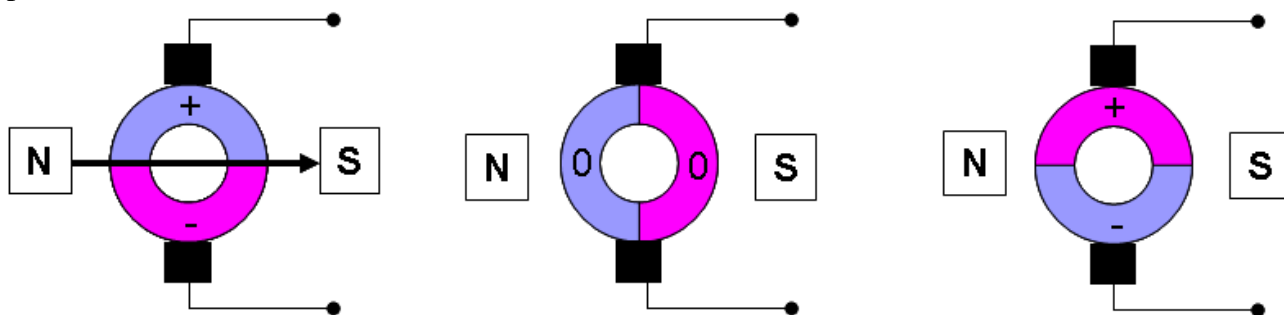
Komutacija je postupak kojim se omogućava povezivanje rotora električnih mašina jednosmerne struje (u čijim se namotajima usled okretanja indukuje naizmenična struja) sa električnim kolom u kome teče jednosmerna električna struja.

Komutacija se obavlja pomoću *komutatorskog sklopa* koji se sastoji od:

- četkica, koje su u mehaničkoj vezi sa kolom jednosmerne struje;
- kolektora, koji je u mehaničkoj vezi sa rotorom.

Tokom rada električne mašine, četkice su nepokretne, a kolektor se okreće tako da četkice klize po njemu. Kolektor se sastoji od međusobno izolovanih segmenata, tako da tokom okretanja četkice prelaze preko segmenata kolektora, i u jednom trenutku svaka četkica ima kontakt samo sa po jednim segmentom.

Princip rada komutatorskog sklopa biće objašnjen na sledećoj slici na primeru najjednostavnijeg kolektora koji se sastoji od samo dva polukružna segmenta obojenih plavom i crvenom bojom. Četkice, obojene crnom bojom, su u kontaktu sa krajevima električnog kola označenim tačkama. Radi jednostavnosti je uzeto da se magnetsko polje stvara stalnim magnetom čiji su polovi označeni sa N i S (smer linija magnetskog polja je naznačen na crtežu levo), a smatraćemo da se rotor sastoji samo od jednog magnetskog rama koji je postavljen duž linije spajanja segmenata kolektora (nije prikazan na slici).



Na slici levo, prikazan je položaj u kome je ram paralelan magnetskom polju. Fluks kroz ram je jednak nuli, a elektromotorna sila je maksimalna. Gornju četkicu dodiruje plavi, a donju crveni segment kolektora. Indukovana elektromotorna sila ima takav smer da je potencijal plavog segmenta viši (+) od potencijala (-) crvenog segmenta, pa je zbog toga potencijal gornje četkice (a sa njom i gornjeg dela kola) viši od potencijala donje četkice (a sa njom i donjeg dela kola). Kada se rotor (i sa njime i ram i segmenti) okrene za četvrtinu kruga, nastaje situacija prikazana na srednjoj slici. Ram je normalan na magnetsko polje, fluks je maksimalan, a indukovana elektromotorna sila je jednaka nuli. Upravo u tom trenutku se vrši prelazak segmenta od kontakta sa jednom na kontakt sa drugom četkicom, i u tom momentu je jedna četkica u kontaktu sa dva segmenta. Daljim okretanjem rotora za četvrtinu kruga nastaje situacija prikazana na slici desno: ram je ponovo paralelan magnetskom polju, ali je okrenut za  $180^\circ$ , pa se u njemu indukuje maksimalna elektromotorna sila, ali suprotnog smera u odnosu na slučaj prikazan na crtežu levo – sada je crveni segment na višem potencijalu u odnosu na plavi segment. Međutim, obzirom da je sada crveni segment u kontaktu sa gornjom četkicom, a plavi sa donjom, i dalje je potencijal gornje četkice viši od potencijala donje četkice, odnosno potencijal gornjeg kraja kola viši od potencijala donjeg kraja kola. Stoga, iako je elektromotorna sila u ramu rotora naizmenična (segmenti menjaju znak potencijala), napon između četkica (a sa njim i struja koja protiče kroz električno kolo) ne menja znak (potencijal gornje četkice je uvek viši od potencijala donje četkice).

Problemi koji nastaju pri komutaciji si višestruki: 1) pri klizanju segmenata po četkicama dolazi do trenja i habanja usled čega se četkice moraju periodično zamenjivati i 2) ako magnetsko polje nije idealno normalno na linije četkica, onda u trenutku kada oba segmenta dodiruju četkicu napon među njima nije jednak nuli, pa dolazi do proiticanja struje među segmentima direktno kroz četkicu i varničnja, čime se četkice još više oštećuju i remeti rad električnog kola.

## 12. Upravljanje motorima za jednosmerne električne struje

Najvažnija prednost motora za jednosmerne električne struje je mogućnost upravljanja brzinom i smerom i njihovog obrtanja električnim putem. To daje velike mogućnosti za primenu u oblastima električne vuče i automatskog upravljanja.

Promena smera obrtanja motora se vrši promenom smera električne struje koja protiče kroz namotaje statora: time se menja smer magnetskog polja koje prolazi kroz rotor, a time i smer sile koja deluje na provodnike rotora, pa se on obrće u suprotnom smeru. Obzirom da se magnetsko polje kod motora za naizmenične struje (kako monofaznih, tako i trofaznih) stvara naizmeničnom strujom, promena smera obrtanja električnim putem (upravljanjem) kod ovih motora nije moguća.

Osnovu za upravljanje brzinom obrtanja jednosmernih motora predstavlja činjenica da je indukovana elektromotorna sila u namotajima indukta  $E_R$  (indeks "R" jer je namotaj indukta na rotoru) proporcionalna broju obrtaja rotora  $n$  i fluksu magnetskog polja induktora  $\Phi_0$ , koji je, sa svoje strane, proporcionalan jačini pobudne struje koja protiče kroz induktor  $I_S$  (koji se nalazi na statoru, pa otuda indeks "S"), što je predstavljeno jednačinom:

$$E_R = k_E \cdot n \cdot \Phi_0 = k_I \cdot n \cdot I_S,$$

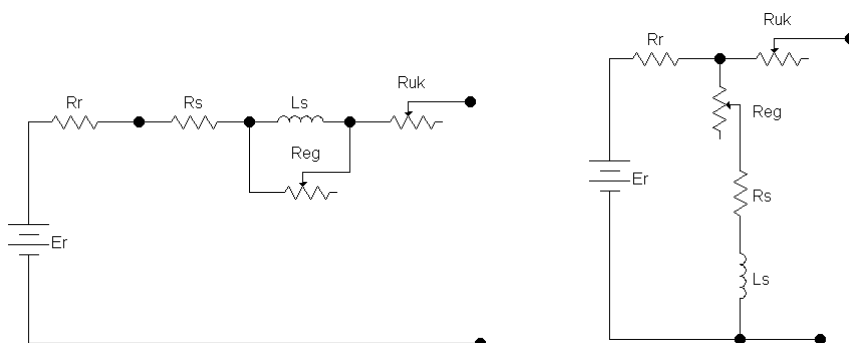
Sa druge strane, ako je napon koji se dovodi na indukt  $U_R$ , jačina struje kroz namotaj indukta  $I_R$  zadovoljava jednačinu

$$U_R = E_R + R_R \cdot I_R,$$

u kojoj je sa  $R_R$  označena otpornost namotaja indukta. Kombinovanjem prethodne dve jednačine se zaključuje da broj obrtaja motora za jednosmernu struju zavisi i od jačine pobudne struje i od jačine struje koja protiče kroz indukt:

$$n = \frac{U_R - R_R \cdot I_R}{k_I \cdot I_S}.$$

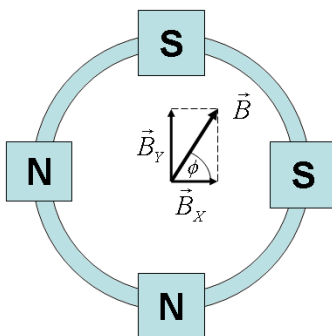
Upravljanje jačinom električne struje koja protiče kroz namotaje induktora i indukta se vrši povezivanjem ovih namotaja sa otpornicima čija se otpornost može menjati (na primer, otpornik sa kliznim kontaktom - reostat). Kada je otpornost takvog otpornika jednaka nuli, jačina struje kroz granu u kojoj se otpornik nalazi je najveća, a povećavanjem otpornosti se smanjuje jačina struje u toj grani. Na sledećim slikama su prikazani principi regulacije brzine rada obrtanja motora jednosmerne struje reostatom: na slici levo je prikazan motor sa rednom, a na slici desno, motor sa paralelnom pobudom. Na slikama su prikazana po dva reostata:  $R_{uk}$ , uključni reostat, čija je namena da smanji struju uključivanja motora, i  $R_{reg}$ , regulacioni reostat, kojim se tokom rada motora upravlja njegovom brzinom.



### 13. Obrtno magnetsko polje

Obrtna magnetska polja su magnetska polja konstantnog intenziteta čiji pravac rotira oko neke ose. Proizvode se pomoću većeg broja namotaja sa određenim prostornim rasporedom, kroz koje protiču naizmjenične struje jednakih amplituda, a čiji međusobni fazni pomjeraji zavise od prostornog rasporeda namotaja.

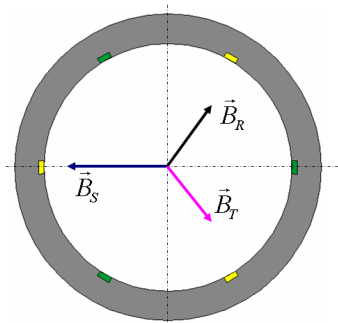
Obrtno magnetsko polje je izum Nikole Tesle, koji je 1886. patentirao motor zasnovan na primeni obrtnog magnetskog polja. Taj motor je na statoru (prikazanom šematski na sledećoj slici) imao dva međusobno normalna namotaja (ugao među namotajima iznosi  $\pi/2$ ) kroz koje su proticale naizmjenične struje čija je fazna razlika iznosila četvrtinu periode (fazni ugao među strujama iznosi takođe  $\pi/2$ ).



Obzirom da je magnetsko polje koje namotaji stvaraju proporcionalno jačini struje kroz namotaj, indukcija magnetskog polja horizontalno postavljenog namotaja može se opisati jednačinom  $B_x = B_0 \cdot \cos(\omega t)$ , a indukcija magnetskog polja vertikalno postavljenog namotaja (čija struja fazno kasni za  $\pi/2$ ) jednačinom  $B_y = B_0 \cdot \cos(\omega t - \pi/2) = B_0 \cdot \sin(\omega t)$ . U bilo kom momentu  $t$ , ukupna indukcija magnetskog polja iznosi  $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = B_0 \cdot \sqrt{\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)} = B_0$ , što znači da je intenzitet ukupne magnetske indukcije u šupljini statora konstantan. Ugao  $\phi$  koji zaklapa vektor magnetske indukcije sa osom x u proizvoljnom trenutku  $t$  se može odrediti iz uslova  $\tan \phi = B_y / B_x = \tan(\omega t)$ , odakle sledi da je  $\phi = \omega t$ , što znači da se taj ugao tokom vremena ravnomerno povećava, odnosno da pravac vektora indukcije magnetskog polja rotira ravnomernom brzinom. Ugaona brzina obrtanja magnetskog polja  $\omega$  jednaka je ugaonoj frekvenci električne struje  $\omega$ , što znači da je broj obrtaja magnetskog polja u jedinici vremena jednak frekvenci električne struje.

Danas se obrtno magnetsko polje stvara trofaznom strujom, pomoću tri namotaja postavljena pod uglom od  $120^\circ$ , jednakim trećini punog ugla, kroz čije namotaje protiču električne struje čija fazna razlika iznosi trećinu perioda te struje, kako je to prikazano na slici desno.

Sušтина i veličina ideje stvaranja obrtnog magnetskog polja je u tome da se pomoću nepokretnih namotaja, bez ijednog pokretnog dela na statoru, stvara magnetsko polje koje se obrće; na taj način je omogućena konstrukcija električnih mašina čiji rotor ne mora da se napaja. Ako se zamisli magnetska igla kompasa, ili bilo koji drugi magnet postavljen unutar statora, onda je jasno da bi se taj magnet okretao, a da se pri tome električna energija za njegovo pokretanje njemu ne bi dovodila preko električnih kontakata, već se ta energija dovodi nepokretnim namotajima na statoru. Primena obrtnog magnetskog polja, dakle, omogućila je konstrukciju motora bez komutatora, čime se otklanja veliki tehnički nedostatak motora sa jednosmernom strujom čije je održavanje skupo, a zastoji uslovljeni potrebom za izmenu četkica neizbežni i srazmerno česti.

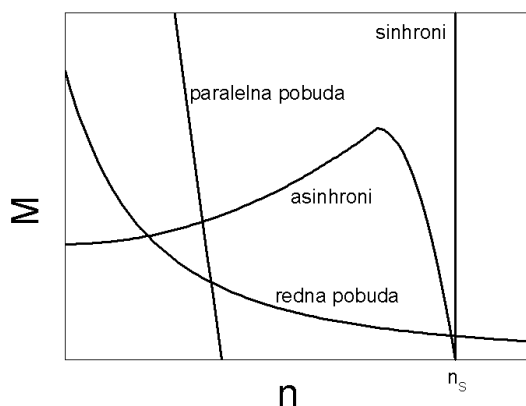




#### 14. Poređenje i primena različitih vrsta električnih motora

Primena električnih motora zavisi od njihovih mehaničkih i električnih karakteristika. Glavne karakteristike motora koje određuju primenu određene vrste električnih motora su njegova mehanička karakteristika (zavisnost obrtnog momenta motora od broja obrtaja) i koeficijent korisnog dejstva u određenom režimu rada, a glavne električne karakteristike su vrsta napajanja i robusnost uslovljena prisustvom komutatorskog sklopa.

Zavisnost mehaničkih karakteristika električnih motora od vrste, prikazana na sledećoj slici ( $n_s$  označava na slici sinhronu brzinu – brzinu obrtnog magnetnog polja), može se sumirati u sledećem:



- sinhroni motori se mogu obrtati isključivo konstantnom brzinom; ovi motori, prema tome, i ne poseduju nulti obrtni moment, ne mogu se sami pokrenuti, pa je njihovo puštanje u rad veoma složeno;
- moment asinhronih motora i motora jednosmerne struje sa paralelnom pobudom se jako menja sa promenom brzine obrtanja;
- moment jednosmernih motora sa rednom pobudom najmanje zavisi od brzine obrtanja.

Sa druge strane, sinhroni motori imaju najveći koeficijent korisnog dejstva u odgovarajućem radnom režimu.

U električnom smislu, sinhroni i asinhroni motori zahtevaju trofaznu struju za svoj rad, a motori jednosmerne struje zahtevaju jednosmernu električnu struju. Monofaznu električnu struju (koja je najšire dostupna) koriste univerzalni i repulzorni motori. Motori za jednosmerne struje i motori za monofazne struje, međutim, imaju kolektorski sklop, pa je zbog toga njihovo održavanje znatno skuplje i pouzdanost manja.

Prethodne karakteristike određuju primenu različitih tipova električnih motora:

- sinhroni motori se, zbog velikog koeficijenta korisnog dejstva, koriste na mestima gde su potrebne velike snage i gde konstantna brzina obrtanja nije problem: za pokretanje velikih pumpi, kompresora, u valjaonicama i sličnim proizvodnim i procesnim pogonima;
- asinhroni motori se koriste gotovo svuda gde je dostupna trofazna struja kao motori srednje i male snage (reda kW), a približno konstantna brzina obrtanja zadovoljava potrebe primene; regulacija brzine obrtanja ranije se postizala promenom broja polova, a danas se, primenom poluprovodničke elektronike, upravlja promenom frekvencije struje kojom se motor napaja;
- univerzalni motori se koriste kao motori male snage u domaćinstvu za uređaje koji imaju veliki broj obrtaja (fenovi, mikseri, usisivači, frižideri, itd.)
- motori jednosmerne struje sa rednom pobudom se koriste kada je osnovna potreba promeljiva brzina obrtanja, odnosno za električnu vuču i u nekim upravljačkim sistemima
- motori jednosmerne struje sa paralelnom pobudom se, mada retko, zbog karakteristike slične asinhronim motorima, koriste za pogon mašina alatki kada trofazna struja nije dostupna.

## 15. Poređenje jednosmernih i naizmjeničnih električnih struja

Kraj XIX veka u Americi je bio obeležen takozvanim "ratom struja", odnosno sukobom koncepcija primene naizmjenične i jednosmerne struje, sa Nikolom Teslom i Tomasom Edisonom kao predvodnicima suprotstavljenih strana. Izgradnja hidroelektrane na Nijagarinim vodopadima krajem 1895. i elektrifikacija Njujorka upotrebom te energije 1900. su označile kraj tog "rata" i potpuni trijumf naizmjeničnih struja u oblasti energetike. Međutim, više od sto godina nakon toga, jednosmerne struje su i dalje nezamenljive u pojedinim oblastima elektrotehnike (o čemu svedoče brojni ispravljači o koje se svaki dan saplićemo), pa je ispravno ipak reći da se naizmjenične struje koriste u energetici, a jednosmerne struje u elektronici.

Prednosti naizmjeničnih struja koje dovode do njihove primene u energetici su:

- *mogućnost transformacije* na principu elektromagnetske indukcije, odnosno mogućnost da se, uz male gubitke energije, naizmjenična struja niskog napona i velike jačine struje transformatorima pretvara u naizmjeničnu struju visokog napona i male jačine struje i obrnuto; time se omogućava prenos električne energije na velike daljine uz male gubitke; stalna jednosmerna struja je nepromenljiva, pa ne izaziva elektromagnetsku indukciju.
- *mogućnost razvoja polifaznih sistema za prenos električne energije*; naizmjenične struje se karakterišu amplitudom i fazom, pa se mogu proizvesti električne struje koje se razlikuju po fazi; usled mogućnosti da zbir struja u trofaznom sistemu bude jednak nuli u svakom momentu, broj provodnika potreban za prenos iste količine energije je za  $2/3$  manji od broja provodnika potrebnog u monofaznom sistemu ili sistemu zasnovanom na jednosmernim strujama, pa su polifazni sistemi za prenos električne energije znatno jeftiniji; stalne jednosmerne struje se ne karakterišu fazom, pa mogućnost primene polifaznog sistema ne postoji.
- *mogućnost stvaranja obrtnog magnetskog polja i motora bez komutatora*; motori bez komutatora su mnogo pouzdaniji i jeftiniji za održavanje od motora sa komutatorom; za njihovu konstrukciju je potrebno obrtno magnetsko polje, koje se stvara isključivo polifaznim naizmjeničnim strujama;

Prednosti jednosmernih struja su:

- od svih električnih motora, *najlakše se upravlja brzinom obrtanja motora jednosmerne struje sa rednom pobudom*; stoga se ovi motori koriste za električnu vuču;
- *poluprovodničke elektronske komponente rade isključivo sa jednosmernim strujama*; obzirom da su ove komponente osnova celokupne savremene elektronike, jednosmerne struje se primenjuju u svim oblastima savremenog života.

Na kraju, treba se osvrnuti i na opasnosti od jednosmernih i naizmjeničnih struja. Mada *i naizmjenične i jednosmerne struje izazivaju povrede i smrt*, naglašava se da je naizmjenična struja istog naponskog nivoa opasnija od jednosmerne, o čemu svedoči i činjenica da se naponskim nivoima koji neće izazvati povrede smatraju 25 V efektivne vrednosti naizmjeničnog napona i 60 V stalnog jednosmernog napona u suvim prostorijama, odnosno 6 V efektivne vrednosti naizmjeničnog napona i 15 V stalnog jednosmernog napona u drugim uslovima. Razlozi ove razlike, između ostalog, su povezani sa činjenicom da 25 V efektivne vrednosti znače  $25 \cdot \sqrt{2} \text{ V} \approx 35 \text{ V}$  amplitudne vrednosti napona, a obzirom da naizmjenična struja i napon imaju i pozitivne i negativne vrednosti napona, to znači da se pri naizmjeničnoj struji sa amplitudom od 35 V napon menja za  $2 \cdot 35 \text{ V} = 70 \text{ V}$ . Sa druge strane, opasnost od naizmjenične struje zavisi u velikoj meri i od njene frekvencije, tako da visokofrekventne struje (sa frekvencama reda kiloherca i višim), uopšte nisu opasne po čovekov organizam jer se prostiru isključivo po površini ljudskog tela, a i molekuli tečnosti od kojih se ljudski organizam sastoji ne mogu da osciluju u tako brzom ritmu.

## Elektronika

16. Elektronski signali
17. Poređenje elektronskih celi i poluprovodničkih elektronskih komponenti
18. Amplitudno-frekventne karakteristike idealnih filtara
19. Strujno-naponske karakteristike idealne, realne i idealizovane diode
20. Režimi rada NPN tranzistora

## 16. Elektronski signali

*Signalom* nazivamo fizičku veličinu koje je nosilac neke informacije.

Prma obliku u kome predstavljaju informaciju, signali mogu biti analogni i digitalni.

*Analogni signali* predstavljaju jednu veličinu drugom veličinom. Na primer, odklon kazaljke na analognom brzinometru je proporcionalan brzini vozila, pa informaciju o brzini vozila predstavljamo odklonom kazaljke. *Digitalni signali* predstavljaju informacije ciframa. Na primer, kada kažemo da brzina automobila iznosi 140 km/h, onda smo tu informaciju iskazali u digitalnom obliku. Izbor oblika signala zavisi od potreba i mogućnosti predstavljanja, a često i od smetnji koje postoje pri prenosu informacija koje se nazivaju *šumom*. Primera radi, na ručnim časovnicima vreme predstavljamo i u analognom obliku (kazaljka), i u digitalnom obliku (ciframa), a izbor predstavljanja zavisi od ličnih afiniteta, a ponekad i od mode.

U elektronici su signali električni naponi i jačine električne struje u elektronskim kolima.

Kod analognih elektronskih signala, informacije predstavljamo veličinom napona ili jačinom električne struje, dogovorom i konstrukcijom elektronskih kola uspostavljajući korespondenciju između električne veličine i informacije koja se prenosi. Fizičke veličine se predstavljaju analognim signalima pomoću uređaja koji se nazivaju *pretvarači*. Na primer, pretvarač za temperaturu je uređaj čiji izlazni napon zavisi od njegove temperature. Recimo, na izlazu nekog pretvarača temperature može postojati napon od 10 mV pri temperaturi od 0°C, a napon od 20 mV pri temperaturi od 100°C. Analogni elektronski signali imaju sledeće osobine:

- jedan signal, jedna informacija, je predstavljen jednim naponom ili električnom strujom;
- bilo kakvi naponi i električne struje izazvane električnom indukcijom dovode do promene informacije koju signa nosi, pa su ovakvi signali jako osetljivi na šum;

Kod digitalnih elektronskih signala jedan napon ili električna struja predstavljaju jednu cifru broja kojim se predstavlja informacija. U elektronici je, zbog jednostavnosti, uobičajeno da se brojevi predstavljaju ciframa binarnog brojnog sistema, 0 i 1. Ako je napon koji predstavlja cifru niži od izabranog napona  $V_0$  (na primer, 1 V), onda se smatra da on predstavlja binarnu cifru 0, a ako je napon viši od izabranog napona  $V_1$  (na primer, 3 V), onda se smatra da on predstavlja cifru 1. Pojava napona između  $V_0$  i  $V_1$  ukazuje na grešku u prenosu signala koju treba ispraviti ponavljanjem signala. Ako je naponska razlika između  $V_0$  i  $V_1$  veća od bilo kog šuma koji se može pojaviti, ne postoji opasnost od prenošenja pogrešne informacije. Fizičke veličine se pretvaraju u brojeve, odnosno cifre binarnog sistema, pomoću uređaja koji se nazivaju *analogno-digitalni konvertori*. Pri pretvaranju signala iz analognog u digitalni oblik, međutim, nastaje greška koja se naziva *greška digitalizacije*.

Digitalni signali imaju sledeće osobine:

- za prenos jednog signala, jedne informacije, koristi se više napona ili električnih struja (po jedan napon ili električna struja za svaku cifru broja kojim prenosimo informaciju);
- digitalni signali su neosteljivi na pojave smetnji i šuma.

Rad sa digitalnim signalima je složeniji i zahteva više resursa nego rad sa analognim signalima, ali je mnogo pouzdaniji i ima veće mogućnosti obrade signala. Međutim, tehnološki proboji u oblasti poluprovodnika u drugoj polovini XX veka su doveli do drastičnog smanjenja cene elektronskih kola, tako da danas odlučujuću ulogu pri izboru vrste signala koji se koriste u elektronici igraju greške koje nastaju u elektronskim kolima. Ako je šum veći od greške digitalizacije, koriste se digitalni signali, a ako je greška digitalizacije veća od šuma, koriste se analogni signali.

## 17. Poređenje elektronskih cevi i poluprovodničkih elektronskih komponenti

Svako elektronsko kolo se, u principu, može napraviti pomoću elektronskih cevi ili poluprovodničkih elektronskih komponenti kao osnovnih elemenata.

Elektronske cevi su uređaji čiji su osnovni deo staklene cevi ili baloni, a u kojima električna struja stvorena emisijom elektrona iz usijanog metala unutar cevi, protiče kroz vakuum nastao izvlačenjem vazduha iz njih.

U poluprovodničkim elektronskim komponentama električna struja pozitivnih i negativnih naelektrisanja, stvorenih hemijskom obradom čistog poluprovodnika, protiče kroz poluprovodnik koji je u čvrstom stanju.

Usled ovakve konstrukcije i fizičkih principa rada, elektronske cevi i poluprovodničke komponente imaju sledeće osobine koje ih razlikuju:

- poluprovodničke komponente su mnogo robusnije jer nisu lomljive niti osetljive na udare, za razliku od elektronskih cevi kod kojih ne postoji samo opasnost od loma stakla, već i od ulaska vazduha u cev kroz najmanje pukotine;
- tehnologija i materijali od koji se proizvode poluprovodničke komponente su mnogo jeftiniji od tehnologije i materijala elektronskih cevi, pa su poluprovodničke komponente mnogo jeftinije od elektronskih cevi;
- dimenzije poluprovodničkih komponenti (čvrsta tela se mogu proizvoditi i seći u mikronskim razmerama) su mnogo manje od elektronskih cevi (i najmanje staklene cevi su milimetarskih dimenzija), pa su mnogo pogodnije za minijaturizaciju;
- smetnje (šum) koji nastaje proticanjem električne struje kroz vakuum u elektronskim cevima su mnogo manje nego u poluprovodničkim komponentama jer se pri kretanju kroz poluprovodnik elektroni sudaraju sa atomima i skreću sa svoje putanje (pri tome se manja jačina struje), dok pri kretanju kroz vakuum u elektronskim cevima tih smetnji nema;
- poluprovodničke komponente su osetljive na radioaktivno zračenje jer ono u poluprovodniku vrši jonizaciju atoma, stvara nova naelektrisanja i na taj način remeti ili čak potpuno onemogućava njihov rad, dok pri prolasku kroz vakuum elektronske cevi radioaktivno zračenje ne ostavlja nikakve posledice;
- pri povećanju temperature u poluprovodničkim komponentama dolazi do toplotne jonizacije atoma, stvaranja novih naelektrisanja i posledičnog ometanja ili prekida rada, dok je glavna opasnost od temperature kod elektronskih cevi topljenje stakla, pa su elektronske cevi otpornije i na temperaturu od poluprovodničkih komponenti.

Uzimajući u obzir prethodno navedene osobine poluprovodničkih cevi i elektronskih komponenti, razumljivo je da poluprovodničke komponente predstavljaju osnovu savremene elektronike, a da se elektronske cevi koriste samo u onim slučajevima kada su njihove osobine od ključnog značaja (kao što je otpornost na radioaktivnost u vojnim primena, ili mali šum u osetljivim mernim instrumentima ili HiFi audio sistemima).

## 18. Amplitudno frekventne karakteristike idealnih filtara

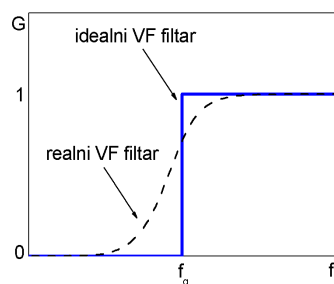
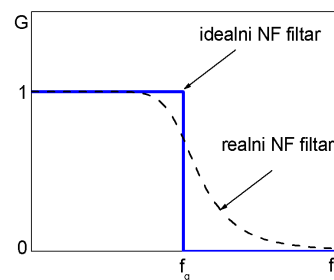
Pojačanje filtra je odnos njegovog izlaznog i ulaznog napona:

$$G = \frac{V_{izl}}{V_{ul}}$$

Najvažnija karakteristika filtra je da njegovo pojačanje zavisi od frekvencije ulaznog (i izlaznog, pošto su jednake) signala. *Amplitudno frekventna karakteristika* je zavisnost koja opisuje zavisnost pojačanja nekog sistema od frekvence ulaznog signala.

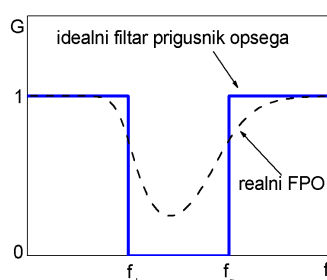
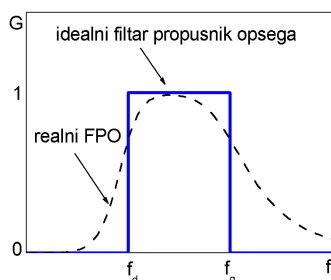
Filtri se prema funkciji dele na niskofrekventne filtre, visokofrekventne filtre, filtre propusnike opsega i filtre prigušnike opsega.

Niskofrekventni filtri su filtri koji malo slabe signale niskih frekvenci, a mnogo slabe signale visokih frekvenci. Frekvencija koja razdvaja oblasti niskih i visokih frekvenci se naziva *granična frekvencija filtra*. Idealni niskofrekventni filter nimalo ne slabi signale sa frekvencama nižim od granične (pojačanje signala tih frekvenci je  $G = 1$ ), a u potpunosti slabi signale sa frekvencama višim od granične (pojačanje signala tih frekvenci je  $G = 0$ ). Grafikon amplitudno-frekventne karakteristike idealnog niskofrekventnog filtra je prikazan na slici desno.



Visokofrekventni filtri su po svojoj funkciji suprotni niskofrekventnim: malo slabe signale visokih frekvenci, a mnogo slabe signale niskih frekvenci. Idealni visokofrekventni filter nimalo ne slabi signale sa frekvencama višim od granične (pojačanje signala tih frekvenci je  $G = 1$ ), a u potpunosti slabi signale sa frekvencama nižim od granične (pojačanje signala tih frekvenci je  $G = 0$ ). Grafikon amplitudno-frekventne karakteristike idealnog niskofrekventnog filtra je prikazan na slici levo.

Filtri propusnici opsega ("band pass filter") malo slabe signale sa frekvencama unutar nekog opsega učestanosti, a mnogo slabe signale sa učestanostima izvan tog opsega učestanosti. Najmanja učestanost u opsegu se naziva *donja granična učestanost filtra*, a najviša učestanost u opsegu, *gornja granična učestanost filtra*. Idealni filter propusnik opsega potpuno slabi frekvence niže od donje granične i više od gornje granične (pojačanje signala tih frekvenci je  $G = 0$ ), dok ni malo ne slabi signale sa frekvencama višim od donje granične i istovremeno niže od donje granične (pojačanje signala tih frekvenci je  $G = 1$ ). Grafikon amplitudno-frekventne karakteristike idealnog filtra propusnika opsega je prikazan na slici dole levo.

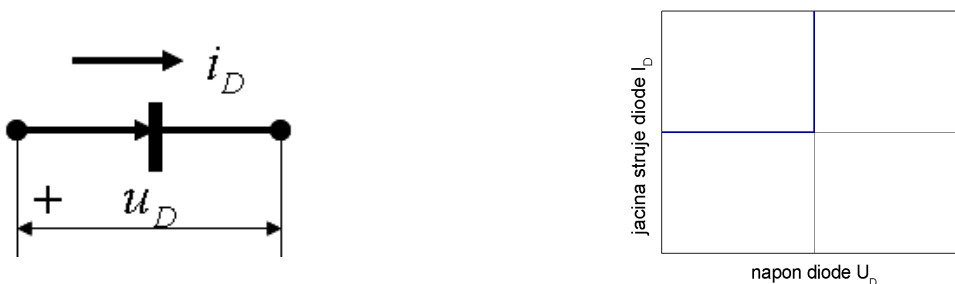


Filtri prigušnici opsega ("band stop filter") su po funkciji suprotni filterima propusnicima opsega: oni mnogo slabe signale sa frekvencama unutar nekog opsega, dok signale sa frekvencama izvan tog opsega skoro uopšte ne slabe. Idealni filter prigušnik opsega uopšte ne slabi frekvence niže od donje granične i više od gornje granične (pojačanje signala tih frekvenci je  $G = 1$ ), dok potpuno slabi signale sa frekvencama višim od donje granične i istovremeno niže od donje granične (pojačanje signala tih frekvenci je  $G = 0$ ). Grafikon amplitudno-frekventne karakteristike idealnog filtra prigušnika opsega je prikazan na slici dole desno.

## 19. Strujno-naponske karakteristike idealne, realne i idealizovane poluprovodničke diode

Strujno-naponskom karakteristikom nazivamo vezu između napona koji vlada na nekom električnom elementu i jačine električne struje koja protiče kroz njega. Ta veza može biti prikazana u analitičkom ili grafičkom obliku.

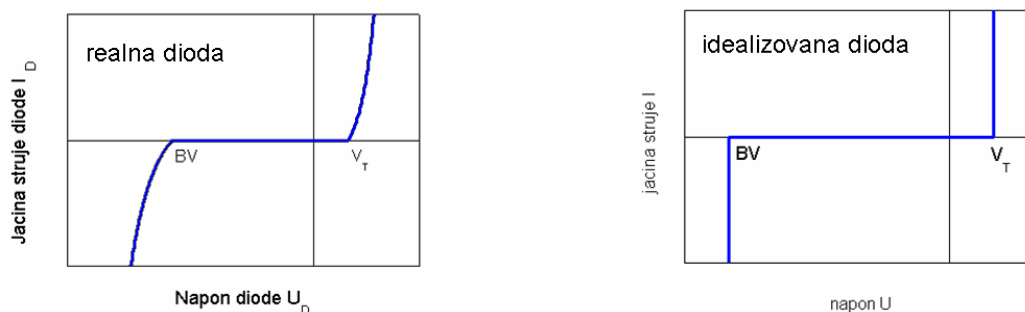
Idealnom diodom nazivamo zamišljeni elektronski element sa dva kraja koji propušta električnu struju u jednom smeru (od anode ka katodi) bez ikakve otpornosti (drugim rečima, napon na njoj je jednak nuli bez obzira na jačinu struje), dok u drugom smeru (od katode ka anodi) ne propušta električnu struju bez obzira na napon koji na njoj postoji. Ako se smerovi električne struje i napona usklade, kao na slici dole levo, grafički prikaz strujno-naponske karakteristike idealne diode izgleda kao na slici dole desno.



Grafikon pokazuje da je jačina struje jednaka nuli kada je napon na diodi negativan (kada je dioda *inverzno polarisana*), a da je napon na diodi jednak nuli kada struja protiče u propusnom smeru (kada je dioda *direktno polarisana*).

Realna poluprovodnička dioda je elektronski element koji se pravi kao spoj poluprvodnika p-tipa (anoda diode) i poluprovodnika n-tipa (katoda diode). Direktno polarisanar realna poluprovodnička dioda propušta malu struju dok napon na njoj ne dostigne vrednost *napona praga* (oznaka  $V_T$ , kod silicijuma iznosi oko 0,5 V), ali i pri velikim jačinama struje koje kroz nju protiču napon na diodi se ne povećava mnogo (iznosi tipično oko  $V_D \approx 0,7$  V za jačine struje koje ne dovode do toplotnog ostećenja diode). Pri inverznoj polarizaciji diode, jačina struje koja protiče kroz nju je veoma mala (reda nanoampera ili pikoampera) sve dok napon na njoj ne dostigne toliko visoku vrednost da dođe do proboja diode (taj napon se naziva *napon proboja* i označava sa  $V_{BV}$ ), kada protiču struje slične onima pri direktnoj polarizaciji. Grafikon strujno-naponske zavisnosti realne poluprovodničke diode je prikazan na slici dole levo.

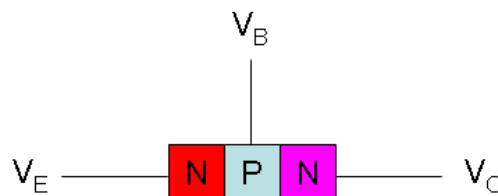
Idealizovana poluprovodnička dioda je model realne poluprovodničke diode koji se koristi za brze i jednostavne proračune elektronskih kola. Tim modelom se pojednostavljuje opisivanje realne poluprovodničke diode tako što se smatra da je napon na diodi koja provodi konstantan i iznosi  $V_T$ , da je napon na diodi koja je u proboju takođe konstantan i iznosi  $V_{BV}$ , dok pri naponima između  $V_{BV}$  i  $V_T$  kroz diodu ne protiče električna struja. Grafikon strujno-naponske zavisnosti idealizovane poluprovodničke diode je prikazan na slici dole desno.



## 20. Režimi rada NPN tranzistora

Tranzistor je elektronski uređaj sa tri dela i tri kraja koji u svom ponašanju ima sličnosti sa ventilom u hidraulici: jačinom električne struje koja protiče između dva kraja upravlja se pomoću trećeg kraja.

NPN tranzistor se sastoji od tri sloja poluprovodnika (slika desno): prvi sloj, n-tipa, sa visokom koncentracijom pokretnih negativnih nosilaca naelektrisanja se naziva *emitor*, drugi sloj, p-tipa, sa manjom koncentracijom pokretnih pozitivnih nosilaca naelektrisanja se naziva *baza*, a treći sloj, takođe n-tipa, sa manjom



koncentracijom pokretnih negativnih nosilaca naelektrisanja, se naziva *kolektor*. Između ova tri sloja postoje dva p-n spoja, i od polarizacije tih spojeva (direktne ili inverzne) zavisi režim rada tranzistora. Ako se potencijali emitora, baze i kolektora označe sa  $V_E$ ,  $V_B$  i  $V_C$  respektivno, a napon praga p-n spoja označimo sa  $V_T$  onda postoje sledeće četiri mogućnosti:

1. Kada su oba spoja polarisana direktno (dakle kada je  $V_B - V_E > V_T$  i  $V_B - V_C > V_T$ ), kroz tranzistor protiče struja velike jačine, a tranzistor se nalazi u *režimu zasićenja*. U ovakvom režimu tranzistor je analogan otvorenom ventilu, i ovaj režim se primenjuje kada se tranzistor koristi kao prekidač, predstavljajući prekidač u zatvorenom stanju.
2. Kada su oba spoja polarisana inverzno (dakle kada je  $V_B - V_E < V_T$  i  $V_B - V_C < V_T$ ), kroz tranzistor praktično ne protiče električna struja, i on se nalazi u *režimu zakočenja*. U ovakvom režimu tranzistor je analogan zatvorenom ventilu, i ovaj režim se primenjuje kada se tranzistor koristi kao prekidač, predstavljajući prekidač u otvorenom stanju.
3. Kada je spoj baza-emitor polarisan direktno, a spoj baza-kolektor inverzno (dakle, kada je  $V_B - V_E > V_T$  i  $V_B - V_C < V_T$ ), kroz tranzistor protiče struja generisana na spoju baza-emitor. Potencijal kolektora, ili otpornost vezana za kolektor, uopšte ne utiče na jačinu struje koja protiče kroz njega, pa je povezivanjem velike otpornosti za kolektor moguće dobiti velike promene napona na kolektoru uzrokovane malim promenama napona između baze i emitora. Zbog toga se ovakav režim rada tranzistora, koji se naziva *aktivni režim rada*, koristi u analognoj elektronici kao osnova za rad tranzistora kao naponskog pojačavača.
4. Kada je spoj baza-emitor polarisan inverzno, a spoj baza-kolektor direktno (dakle, kada je  $V_B - V_E < V_T$  i  $V_B - V_C > V_T$ ), kroz tranzistor protiče struja generisana na spoju baza-kolektor. Obzirom da je koncentracija pokretnih naelektrisanja u bazi i kolektoru mnogo manja od koncentracije pokretnih naelektrisanja u emitoru, ovakav režim rada, na prvi pogled analogan, mada suprotan, aktivnom režimu rada (i zbog toga se naziva *inverzni režim rada*) je neefikasan, i u praksi se ne koristi.

Treba uočiti važnu karakteristiku tranzistora da se polarizacijom oba spoja može upravljati koristeći samo potencijal baze tranzistora koji predstavlja upravljački kraj tranzistora. Ako se primera radi, emitor postavi na nulti potencijal, ( $V_E = 0$ ), a kolektor preko otpornika poveže sa visokim potencijalom preko nekog otpornika (što je analogno postavljanju jednog kraja ventila na pod, i povezivanju drugog kraja ventila nekom cevi sa podignutim sudom koji se puni tečnošću), naponska razlika između kolektora i emitora kao potreban uslov za provođenje električne struje kroz tranzistor će postojati, ali će proticanje električne struje kroz tranzistor, pa i sam režim rada, zavisiti od potencijala baze tranzistora (kao što proticanje tečnosti kroz ventil zavisi od položaja upravljačke ručice). Dok je potencijal baze manji od  $V_T$ , tranzistor će biti zakočen; daljim povećavanjem potencijala baze tranzistor je aktivan provodeći sve veću struju, i tako sve dok struja kroz njega ne postane toliko velika da potencijal kolektora opadne u toj meri da i on postane niži od potencijala baze, pa tranzistor postane zasićen.