

Teorijska pitanja

II deo – Fizički koncepti

1. (8 poena) Koncept ubrzanja
 - a) Pojam i definicija ubrzanja (1 poen)
 - b) Tangencijalno ubrzanje (pravac, smer intenzitet, uzrok) (3 poena)
 - c) Normalno ubrzanje (pravac, smer intenzitet, uzrok) (3 poena)
 - d) II Njutnov zakon i ubrzanje (1 poen)
2. (8 poena) Koncept sile
 - a) Pojam mase, količine kretanja i sile (2 poena)
 - b) I Njutnov zakon (2 poena)
 - c) II Njutnov zakon (2 poena)
 - d) III Njutnov zakon (2 poena)
3. (8 poena) Koncept energije
 - a) Elementarni rad sile (2 poena)
 - b) Pojam mehaničkog rada sile (2 poena)
 - c) Pojam energije (2 poena)
 - d) Kinetička i potencijalna energija tela (2 poena)
4. (8 poena) Koncept sistema
 - a) Pojam fizičkog sistema i izolovanog sistema (2 poena)
 - b) Koncentracija i gustina (2 poena)
 - c) Centar mase sistema i brzina sistema (2 poena)
 - d) Energija sistema (2 poena)
5. (8 poena) Zakoni održanja
 - a) Opšti oblik zakona održanja u fizici (2 poena)
 - b) Zakon održanja količine kretanja (2 poena)
 - c) Zakon održanja energije (2 poena)
 - d) Transformacija energije (2 poena)

Odgovori:

1. Koncept ubrzanja

- a) Ubrzanje je prvi izvod brzine po vremenu, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}}$. Ono je vektorska veličina koja pokazuje brzinu promene mehaničke brzine objekta koji se kreće. Jedinica za ubrzanje je m/s^2 . Obzirom da je brzina vektorska veličina, ubrzanje nastaje usled promene intenziteta brzine ili promene pravca brzine objekta.
- b) Tangencijalno ubrzanje je komponenta ubrzanja paralelna pravcu kretanja tela. Prema tome, pravac tangencijalnog ubrzanja je pravac kretanja objekta koji se kreće, odnosno pravac brzine objekta. Ukoliko se intenzitet brzine tela povećava, tangencijalno ubrzanje ima isti smer kao i smer kretanja tela, odnosno ima smer brzine tela, a ukoliko se intenzitet brzine tela smanjuje, smer tangencijalnog ubrzanja je suprotan smeru kretanja tela, odnosno suprotan smeru brzine. Formula kojom se određuje intenzitet tangencijalnog ubrzanja glasi $a_t = \frac{dv}{dt}$, i ona pokazuje da je uzrok tangencijalnog ubrzanja promena intenziteta brzine tela. Kada se intenzitet brzine tela ne menja, tangencijalno ubrzanje ne postoji.
- c) Normalno ubrzanje je komponenta ubrzanja normalna na pravac kretanja tela. Prema tome, pravac normalnog ubrzanja je normalan na pravac na objekta koji se kreće, odnosno na pravac brzine objekta. Normalno ubrzanje je usmereno ka centru krivine po kojoj se telo kreće. Formula kojom se određuje intenzitet tangencijalnog ubrzanja glasi $a_n = \frac{v^2}{R}$, u kojoj v predstavlja intenzitet brzine tela, a R poluprečnik krivine po kojoj se telo kreće. Uzrok normalnog ubrzanja je promena pravca kretanja tela, odnosno, u slučaju da se telo kreće pravolinijski ($R \rightarrow \infty$), normalno ubrzanje ne postoji.
- d) Prema II Njutnovom zakonu, ubrzanje tela je jednako odnosu resultantne sile koja deluje na telo i mase tela $\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$.

2. Koncept sile

- a) Masa je mera inernosti tela. Jedinica za masu je kilogram, sa oznakom kg. Količina kretanja je proizvod mase tela i njegove brzine $\vec{K} = m\vec{v}$. Jedinica za količinu kretanja je kgm/s. Sila je mera za interakciju tela, uticaj jednog tela na drugo, koja se meri brzinom promene količine kretanja koji uticaj izaziva, $\vec{F} = \frac{d\vec{K}}{dt}$. Jedinica za silu je njutn, sa oznakom N.
- b) Ukoliko na neko telo ne deluju druga tela, onda se njegova količina kretanja ne menja, odnosno, ono se nalazi u stanju mirovanja ili ravnomernog pravolinijskog kretanja.
- c) Ubrzanje tela je jednako odnosu resultantne sile koja deluje na telo i mase tela $\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$.
- d) Sile kojom dva tela utiču jedno na drugo su jednakog intenziteta, istog pravca i suprotnih smerova.

3. Koncept energije

- a) Elementarni rad sile je skalarni proizvod sile i elementarnog pomeraja tela na koje ta sila deluje, $dA_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Elementarni pomeraj je beskonačno mali pomeraj tela, te se može smatrati da je prilikom takvog pomeraja sila i pomeraj tela ne menjaju pravac.
- b) Rad sile matematički predstavlja zbir svih elementarnih radova duž putanje tela. Taj zbir se naziva cirkulacija vektora sile duž putanje tela i matematički se izražava formulom $A_{\vec{F}} = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Jedinica za rad je džul, i označava se slovom J.
- c) Dejstvom sila na telo koje se kreće menja se njegova energija tako da je ukupna promena energije tela jednaka zbiru radova sila koje na telo deluju, $\Delta W = \sum_F A_F$. Jedinica za energiju je, prema tome, jednaka jedinici za mehanički rad, pa je jedinica za energiju takođe džul.
- d) Kinetička energija tela je deo energije tela koji zavisi od njegove brzine, i određuje se prema obrascu $W_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$. Potencijalna energija tela je deo energije tela koji zavisi od njegovog položaja, i promena potencijalne energije jednaka je radu potencijalnih sila, odnosno sila koje zavise samo od položaja tela (gravitaciona sila, elektrostatička sila, elastična sila su neki od primera).

4. Koncept sistema

- a) Sistem predstavlja skup tela koja zadovoljavaju neki kriterijum. Na tela koja pripadaju izolovanom sistemu ne deluju tela koja ne pripadaju tom sistemu.
- b) Koncentracija predstavlja količnik broja tela iste vrste koja zauzimaju neku zapreminu (oznaka ΔN) i veličine te zapremine (oznaka ΔV), $n = \frac{\Delta N}{\Delta V}$. Jedinica za koncentraciju je $1/\text{m}^3 = \text{m}^{-3}$. Gustina predstavlja količnik mase dela sistema (oznaka Δm) i zapremine koju taj deo sistema zauzima, $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$. Jedinica za gustinu je kg/m^3 . Kod homogenih sistema, koncentracija je količnik broja tela koja čine sistem i njegove zapremine $n = \frac{N}{V}$, a gustina odnos njihove mas i zapremine, $\rho = \frac{m}{V}$.

- c) Centar mase sistema (oznaka r_{CM}) se matematički definiše sledećim izrazom:

$$\vec{r}_{CM} \equiv \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{M},$$

u kome je sa m_i iznačena masa, a sa r_i položaj i-te komponente sistema, dok M predstavlja masu celog sistema. Centar mase sistema u gravitacionom polju Zemlje praktično predstavlja njegovo težište.

Brzina centra mase sistema (oznaka v_{CM}) se može odrediti izrazom

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i}{M}$$

u kome je sa v_i obeležena brzina i-te komponente sistema.

Brzina bilo koje komponente sistema se može izraziti kao zbir brzine centra mase sistema i brzine kretanja komponente u odnosu na centar mase sistema (oznaka u_i), koja se naziva i brzina unutrašnjeg kretanja komponente u sistemu: $\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{u}_i$.

- d) Energija sistema se može predstaviti kao zbir tri komponente: kinetičke energije sistema kao celine (T_{CM}), potencijalne energije sistema kao celine u spoljašnjim poljima (Π_{sp}) i unutrašnje energije sistema (U):

$$W = T_{CM} + \Pi_{sp} + U.$$

Kinetička energija sistema kao celine se određuje po formuli $T_{CM} = \frac{1}{2} M v_{CM}^2$, a potencijalna energija sistema kao celine u spoljašnjem polju se određuje kao zbir potencijalnih energija svake komponente sistema $\Pi_{sp} = \sum_i \Pi_i(r_i)$. Unutrašnja energija sastoji se od kinetičke energije unutrašnjeg kretanja sistema (u odnosu na centar mase) i potencijalne energije međusobnih interakcija komponenti sistema, $U = T_{un} + \Pi_{un}$. Kinetička energija unutrašnjeg kretanja se određuje prema obrascu $T_{un} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i u_i^2$, a potencijalna energija unutrašnjih

interakcija kao zbir potencijalnih energija svih parova koje čine komponente sistema

$$T_{un} = \sum_{i=1}^N \sum_{j>i} \Pi(\vec{r}_i, \vec{r}_j).$$

5. Zakoni održanja

- a) Zakoni održanja u fizici govore o tome da se neka fizička veličina ne menja u procesima koji se odvijaju **u izolovanim sistemima**. Ovo ne znači da se fizička veličina kojom se opisuje neki sistem (ili telo) ne menja, već da se menja interakcijom između sistema (odnosno tela), tako da se ne može promeniti kada je sistem izolovan. Matematički se zakon održanja veličine X može iskazati izrazom $\Delta X=0$ ili $X_{\text{krajnje}}=X_{\text{početno}}$. Obzirom da prema pojmu prirode ona obuhvata celokupan materijalni svet, zakonom održanja neke veličine se istovremeno iskazuje stav da se ta veličina u prirodi ne menja.
- b) Zakon održanja količine kretanja kazuje da je ukupna količina kretanja u nekom izolovanom sistemu nepromenljiva, $\Delta \vec{K}_{\text{ukupno}} = 0 \Leftrightarrow \vec{K}_{\text{kr}} = \vec{K}_{\text{poc}}$. Obzirom da je količina kretanja vektorska veličina, nepromenljivost količine kretanja znači da **količina kretanja izolovanog sistema ne menja ni intenzitet, ni pravac ni smer**. Obzirom da količina kretanja sistema predstavlja zbir količina kretanja komponenti sistema, zakon održanja količine kretanja govori da se zbir količina kretanja komponenti izolovanog sistema ne menja, $\vec{k}_1' + \vec{k}_2' + \dots + \vec{k}_N' = \vec{k}_1'' + \vec{k}_2'' + \dots + \vec{k}_N''$. Međutim, količine kretanja pojedinih komponenti sistema (tela) se menjaju, tako što je promena količine kretanja jedne komponente praćena promenom količina kretanja drugih komponenti sistema, pri čemu njihov zbir ostaje nepromenjen. Zbog toga je uobičajeno da se kaže da se "u procesima u prirodi količina kretanja razmenjuje među telima".
- c) Zakon održanja energije kazuje da je ukupna energija u nekom izolovanom sistemu nepromenljiva, $\Delta W_{\text{ukupno}} = 0 \Leftrightarrow W_{\text{kr}} = W_{\text{poc}}$. Obzirom da energija sistema predstavlja zbir energija komponenti sistema, zakon održanja količine energije govori da se zbir energija komponenti izolovanog sistema ne menja, $W_1' + W_2' + \dots + W_N' = W_1'' + W_2'' + \dots + W_N''$, odnosno, da je promena energije jedne komponente praćena promenom energije drugih komponenti sistema, pri čemu njihov zbir ostaje nepromenjen, kao što je to slučaj sa promenom količine kretanja. Slično količini kretanja, kaže se da se "u procesima u prirodi energija razmenjuje među telima". Međutim, obzirom da energija ima različite vidove, i da se energija sistema može prikazati u obliku zbira kinetičke, potencijalne i unutrašnje energije, zakon održanja energije se može iskazati i u vidu $T' + \Pi' + U' = T'' + \Pi'' + U''$, koji pokazuje da se energija u prirodnim procesima može menjati ne samo razmenom među telima, već i **promenom vida energije**. Ovo nam ukazuje da je promena energije mnogo složenije prirode nego promena količine kretanja, pa primena zakona održanja energije zahteva mnogo više pažnje nego zakona održanja količine kretanja.
- d) Procesi u prirodi mogu da posmatraju kao procesi transformacije energije, pri čemu energija menja vid i/ili se razmenjuje među telima. Razmena energije među sistemima i telima se vrši interakcijama među njima, odnosno silama koje deluju među telima. Održanje energije je povezano sa zakonom akcije i reakcije, koj nam govori da je proces delovanja u prirodi uvek dvostran, odnosno da pri interakciji sile istog intenziteta, a suprotnih smerova deluju na oba tela. Jednostavnu ilustraciju povezanosti trećeg Njutnovog zakona i zakona održanja energije predstavlja kretanje tela u kontaktu. Pri kretanju tela u kontaktu oba tela imaju jednake pomeraje, a obzirom da sile koje deluju na njih imaju iste intenzitete, a suprotne smerove, pri kretanju tela su radovi ovih sila su iste apsolutne vrednosti, ali suprotnog znaka. To znači da se pod dejstvom interakcije tela u kontaktu energija jednog tela uvećava (recimo, pri sudaru se udareno telo ubrzava), a drugog tela umanjuje (u istom primeru sudara telo koje udara se usporava) za isti iznos, odnosno da ova interakcija menja energije pojedinih tela, ali ne dovodi do promene ukupne energije sistema.

III deo – Interakcije i struktura materije

1. (8 poena) Gravitacija
 - a) Pojam i osobine gravitacione sile (2 poena)
 - b) Njutnov zakon gravitacije (2 poena)
 - c) Potencijalna energija gravitacione interakcije (2 poena)
 - d) Iz opšteg izraza izvesti približan izraz za potencijalnu energiju gravitacije u blizini površine Zemlje (2 poena)
2. (8 poena) Borov model atoma vodonika
 - a) Planetarni model atoma (1 poen)
 - b) Borovi postulati (2 poena)
 - c) Izvesti izraz za poluprečnik orbite elektrona u atomu vodonika (2 poena)
 - d) Izvesti izraz za energiju elektrona u atomu vodonika (3 poena)
3. (8 poena) Pritisak u fluidima
 - a) Paskalov zakon (2 poena)
 - b) Pojam i poreklo kinetičkog pritiska (2 poena)
 - c) Jednačina stanja idealnog gasa (2 poena)
 - d) Pojam i poreklo hidrostatskog pritiska (2 poena)
4. (8 poena) Elastične sile
 - a) Osnovni tipovi deformacija (2 poena)
 - b) Homogene i nehomogene deformacije (2 poena)
 - c) Podužna i poprečna deformacija (2 poena)
 - d) Deformacija smicanja (2 poena)
5. (8 poena) Viskozno trenje
 - a) Pojam i poreklo viskoznog trenja (2 poena)
 - b) Njutnov zakon viskoznog trenja (2 poena)
 - c) Stoksov zakon (2 poena)
 - d) Profil brzine tečnosti u cevima (2 poena)

Odgovori:

1. Gravitacija

- a) Gravitaciona sila deluje između svih tela koja imaju masu. Gravitaciona sila je uvek privlačna, povećava se sa povećanjem masa tela koja interaguju, a smanjuje sa povećanjem rastojanja među njima. Na intenzitet gravitacione sile ne utiče sredina koja se nalazi među telima koja interaguju.
- b) Njutnov zakon gravitacije određuje intenzitet gravitacione sile među materijalnim tačkama ili telima sfernog oblika. Intenzitet gravitacione sile u tom slučaju iznosi

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

u kome m_1 i m_2 predstavljaju mase tela koje interaguju, r rastojanje među materijalnim tačkama odnosno centrima sfera, a G univerzalnu gravitacionu konstantu, čija vrednost iznosi $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

- c) Potencijalna energija gravitacione interakcije određuje se prema izrazu

$$\Pi_{\text{grav}} = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{r},$$

pri čemu se podrazumeva da je potencijalna energija beskonačno udaljenih tela jednaka nuli. Gravitaciona potencijalna energija određena na ovaj način ima negativnu vrednost usled toga što je gravitaciona sila privlačnog karaktera, pa je za povećanje rastojanja među telima potrebno ulagati rad, odnosno povećavati energiju tela koja se privlače; to znači da je najveća gravitaciona potencijalna energija koju tela mogu imati energija koju imaju kada su beskonačno udaljena, odnosno da je najveća vrednost gravitacione potencijalne energije nula, a da su ostale vrednosti gravitacione potencijalne energije manje od nule, odnosno negativne.

- d) Ako se za nulti nivo potencijalne energije (koji se može proizvoljno birati) uzme nivo potencijalne energije na površini Zemlje, onda se potencijalna energija tela mase m koja se nalazi na visini h (označena sa E_p) može izračunati iz opšteg izraza za gravitacionu potencijalnu energiju (označenu sa Π) na sledeći način: (sa M_Z je označena masa, a sa R_Z poluprečnik Zemlje):

$$E_p(h) = \Pi(R_Z + h) - \Pi(R_Z) = \left(-G \frac{M_Z \cdot m}{R_Z + h} \right) - \left(-G \frac{M_Z \cdot m}{R_Z} \right) = -GM_Z \cdot m \left(\frac{1}{R_Z + h} - \frac{1}{R_Z} \right)$$

Izraz u zagradi se, u blizini površine Zemlje, gde je $R_Z \gg h$, može približno izračunati kao

$$\frac{1}{R_Z + h} - \frac{1}{R_Z} = \frac{R_Z - (R_Z + h)}{(R_Z + h)R_Z} \approx -\frac{h}{R_Z^2},$$

pa je $E_p(h) = m \cdot \frac{GM_Z}{R_Z^2} \cdot h$.

Sa druge strane, na telo u blizini površine Zemlje deluje privlačna sila Zemlje $F = G \frac{M_Z m}{R_Z^2}$,

koju približno izračunavamo kao $F = mg$, odakle se može zaključiti da je $G \frac{M_Z m}{R_Z^2} \approx mg$,

odnosno da je $G \frac{M_Z}{R_Z^2} \approx g$, pa konačno izraz za gravitacionu potencijalnu energiju tela u

blizini Zemlje dobija oblik $E_p(h) = m \cdot g \cdot h$.

2. Borov model atoma

- a) Prema planetarnom modelu atoma, atom se sastoji od pozitivno naelektrisanog jezgra oko koga se nalazi negativno naelektrisani omotač, koga čine elektroni koji kruže oko jezgra, slično načinu na koji se planete kreću oko Sunca, po čemu je model dobio ime.

Naelektrisanja jezgra i omotača su jednaka, pa je atom kao celina elektroneutralan. Jezgro sadrži Z protona sa naelektrisanjem $+e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$, a omotač Z elektrona sa naelektrisanjem $-e$. Z se naziva atomski broj i on predstavlja suštinsku razliku među atomima različitih elemenata.

Pored protona u jezgru se nalazi i N neutrona koji održavaju stabilnost jezgra da se ne bi raspalo pod odbojnim dejstvom sile među protonima. Mase protona i neutrona su približno jednake i iznose $m_p \approx m_n \approx 1,6 \cdot 10^{-27} \text{kg}$, dok je masa jednog elektrona približno 2000 puta manja i iznosi $m_e \approx 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$, pa je celokupna masa atoma koncentrisana u njegovom jezgru. Zbog toga se pri unutrašnjem kretanju atoma jezgro može smatrati nepokretnim, a elektroni se kreću po kružnim putanjama čiji se centar poklapa sa centrom jezgra.

- b) I Borov postulat kaže da se elektroni kreću po kružnim putanjama oko jezgra pod dejstvom elektrostatičke privlačne sile između jezgra i elektrona, koja predstavlja centralnu silu ovog kružnog kretanja. Iz I Borovog postulata sledi jedna matematička veza između brzine elektrona i poluprečnika njegove putanje

$$F_c = F_{el} \Rightarrow m_e \frac{v_n^2}{r_n} = (k_0 e^2) \frac{Z}{r_n^2} \Rightarrow v_n^2 r_n = Z \frac{k_0 e^2}{m_e}$$

u kojoj F_c predstavlja centralnu a F_{el} elektrostatičku silu, m_e masu, v_n brzinu a r_n poluprečnik putanje elektrona, dok je k_0 konstanta Kulonovog zakona koja u vakuumu iznosi $9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$.

II Borov postulat kaže da se elektroni u atomu trajno mogu kretati samo po određenim putanjama, dok na svim drugim putanjama gube energiju. Te putanje se nazivaju orbite atoma i zadovoljavaju sledeći matematički uslov $L_n = n \cdot \hbar$ u kome n predstavlja redni broj orbite ($n = 1, 2, \dots$), L_n moment količine kretanja elektrona na toj orbiti, a \hbar konstantu koja iznosi $\hbar = h/2\pi \approx 1,054 \cdot 10^{-34} \text{Js}$. Drugi Borov postulat predstavlja još jednu matematičku vezu između brzine i poluprečnika putanje elektrona, te zajedno sa I Borovim postulatom omogućava da se izračunaju brzine i poluprečnici putanja elektrona u atomu. Ta matematička veza glasi

$$L_{\text{stacionarno}} = n\hbar \Rightarrow m_e v_n r_n = n\hbar \Rightarrow v_n r_n = n \frac{\hbar}{m_e}$$

- c) Brzina elektrona na n -toj orbiti se određuje jednostavno deljenjem veze koju daje I Borov postulat vezom koju daje II Borov postulat

$$\frac{(I \text{ BP})}{(II \text{ BP})} \Rightarrow v_n = \frac{Z}{n} \cdot \frac{k_0 e^2}{\hbar} = \frac{Z}{n} v_{1H},$$

gde $v_{1H} \approx 2,2 \cdot 10^6 \text{m/s}$ predstavlja konstantu, a izraz pokazuje da brzina elektrona u atomu zavisi samo od toga u kom atomu i na kojoj orbiti se elektron nalazi.

Poluprečnik orbite potom se jednostavno dobija iz drugog Borovog postulata

$$r_n = \frac{n\hbar}{m_e v_n} \Rightarrow r_n = \frac{n^2}{Z} \cdot \frac{\hbar^2}{k_0 e^2 m_e} = \frac{n^2}{Z} r_{1H}$$

gde $r_{1H} \approx 5,2 \cdot 10^{-11}$ m predstavlja konstantu, a izraz pokazuje da poluprečnik orbite elektrona zavisi samo od toga u kom atomu i na kojoj orbiti se elektron nalazi.

- d) Energija elektrona je zbir njegove kinetičke i potencijalne energije, koje se mogu odrediti kada se poznaju njegova brzina i rastojanje od centra jezgra:

$$\text{kinetička energija: } T_n = \frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{Z^2}{n^2} \cdot \frac{m_e v_{1H}^2}{2} \quad m_e v_{1H}^2 = \frac{m_e k_0^2 e^4}{2\hbar^2}$$

$$\text{potencijalna energija: } \Pi_n = k_0 \frac{Ze \cdot -e}{r_n} = -\frac{Z^2}{n^2} \cdot \frac{k_0 e^2}{r_{1H}} \quad \frac{k_0 e^2}{r_{1H}} = \frac{m_e k_0^2 e^4}{\hbar^2}$$

$$\text{ukupna energija elektrona: } W_n = \frac{Z^2}{n^2} \cdot W_{1H} \quad W_{1H} = -\frac{m_e k_0^2 e^4}{2\hbar^2}$$

gde $W_{1H} \approx -2,7 \cdot 10^{-18} \text{ J} \approx -13,4 \text{ eV}$ predstavlja konstantu, a izraz pokazuje da energija elektrona u atomu zavisi samo od toga u kom atomu i na kojoj orbiti se elektron nalazi. Negativna vrednost energije znači da se elektron u atomu nalazi u vezanom stanju i da mu se mora dovesti dopunska energija da bi napustio atom.

3. Pritisak u fluidima

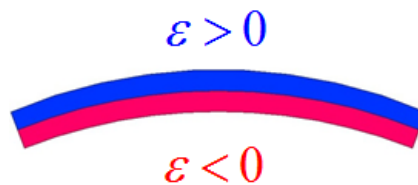
- a) Paskalov zakon glasi: pritisak u nekoj tački fluida je isti u svim pravcima.
- b) Kinetički pritisak je pritisak kojim gasovi deluju na zidove suda u kome se nalaze usled haotičnog kretanja čestica gasa koje udaraju o zidove suda. Sila kinetičkog pritiska je, prema tome, vektorski zbir sila kojima prilikom sudara deluju sve čestice udarajući u zidove suda. Kinetički pritisak je dominantni pritisak u gasovima.
- c) Jednačina stanja idealnog gasa glasi $pV = \nu RT$, gde p predstavlja kinetički pritisak gasa, V zapreminu suda u kome se gas nalazi, ν količinu (broj molova) gasa u sudu, R univerzalnu gasnu konstantu, a T apsolutnu temperaturu gasa.
- d) Hidrostatički pritisak je pritisak koji stvaraju fluidi usled svoj težine. Odavde sledi da hidrostatički pritisak postoji samo tamo gde postoji gravitaciono privlačenje. To je dominantni pritisak u tečnostima, dok kod gasova ima značaj samo kada se kao gas razmatra atmosfera. Hidrostatički pritisak zavisi od dubine u fluidu, odnosno od vertikalnog rastojanja od površine fluida, povećavajući se linearno sa dubinom. Hidrostatički pritisak se može izračunati prema obracu:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

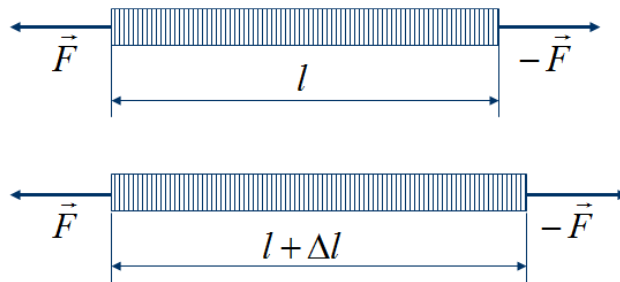
u kome ρ predstavlja gustinu tečnosti, g ubrzanje teže, a h dubinu tečnosti u tački gde se pritisak određuje.

4. Elastične sile

- a) Osnovni tipovi deformacija su deformacija na sabijanje/istežanje i deformacija na smicanje. Deformacija na sabijanje/istežanje je homogena deformacija kojom se menja zapremina, ali ne i oblik tela koje se deformiše, dok se deformacijom smicanja menja oblik tela a zapremina ostaje ista.
- b) Homogenim deformacijama nazivamo deformacije kod kojih se celo telo deformiše u istom relativnom iznosu, dok su nehomogene deformacije one kod kojih delovi tela trpe različite deformacije. Primer homogene deformacije je deformacija istežanja, kod koje se celo telo ravnomerno izdužuje: na primer, ako se štap dužine 2 m istegne za 2 mm (1‰) to znači da se svaki deo toga štapa istegao ravnomerno za 1‰, te se svaki njegov centimetar dužine uvećao za 10 μm. Primer nehomogene deformacije je savijanje štapa prikazano na pratećoj lici, jer se donja površina savijenog štapa skraćuje, a gornja površina izdužuje, tako da svaki sloj štapa tri različitu deformaciju. Kod homogenih deformacija je energija deformacije raspoređena ravnomerno po telu, dok kod nehomogenih deformacija to nije slučaj.



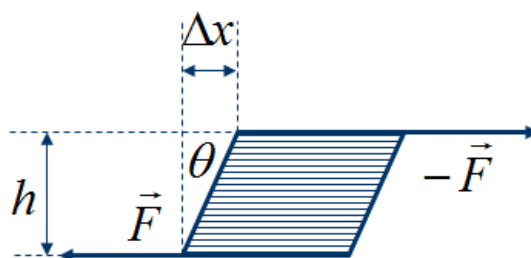
- c) Podužna deformacija nastaje pod dejstvom sila koje deluju duž istog pravca, i usled takve deformacije se telo dužine l izdužuje za iznos Δl . Podužnom deformacijom se ne menja oblik tela, već samo njegova zapremina. Relativni iznos izduženja $\varepsilon = \Delta l / l$ se naziva **deformacija** i, prema Hukovom zakonu, proporcionalna je **normalnom naponu** σ koji stvaraju sile koje izdužuju telo $\sigma = E \cdot \varepsilon$, gde je E **Jungov moduo elastičnosti**, koji predstavlja karakteristiku materijala od koga je telo sačinjeno. Normalni napon predstavlja odnos intenziteta sile F koja isteže telo i površine normalne na pravac delovanja sile S_{\perp} , odnosno $\sigma = F / S_{\perp}$. Podužna deformacija može biti deformacija sabijanje, kojom se telo skraćuje (izduženje i deformacija su negativni $\Delta l < 0$, $\varepsilon < 0$) ili deformacija istežanja, kojom se telo izdužuje (izduženje i deformacija su pozitivni $\Delta l > 0$, $\varepsilon > 0$).



Poprečna deformacija prati podužnu deformaciju i ima suprotni znak: kada se telo isteže, poprečni presek tela se smanjuje, a kada se sabija, poprečni presek tela se povećava. Apsolutna vrednost relativne promene poprečnih dimenzija tela su proporcionalne relativnim promenama podužnih dimenzija tela, $\Delta y / y = -\mu \varepsilon$ (znak minus ukazuje na suprotan karakter promena podužnih i poprečnih dimenzija tela), a koeficijent proporcionalnosti μ se naziva **Poasonov koeficijent**. Obzirom da je površina poprečnog preseka proporcionalna proizvodu poprečnih dimenzija (ili kvadratu karakteristične poprečne dimenzije), onda je relativna promena površine poprečnog preseka data izrazom $\Delta S / S = -2\mu \varepsilon$.

- d) Deformacija smicanja nastaje pod dejstvom sila koje deluju duž paralelnih pravaca, i usled takve deformacije se slojevi tela paralelni pravcima delovanja sile pomeraju za različite iznose Δx , tako da se ravni normalne na pravce delovanja sile zakrivljuju za ugao θ , a telo menja oblik, kako je to prikazano na pratećoj slici. Prilikom deformacije smicanja telo

menja samo oblik, ali ne i zapreminu. Ugao smicanja θ predstavlja meru deformacije smicanja i, prema Hukovom zakonu, proporcionalan je **tangencijalnom naponu** τ koji stvaraju sile koje izdužuju telo $\tau = G \cdot \theta$, gde je G **moduo smicanja**, koji predstavlja karakteristiku materijala. Tangencijalni napon predstavlja odnos intenziteta sile F koja isteže telo i površine paralelne pravcima delovanja sile $S_{||}$, odnosno $\sigma = F/S_{||}$.



Moduo smicanja je proporcionalan Jungovom modulu elastičnosti i veza među njima je data izrazom

$$G = \frac{E}{1 + 2\mu},$$

koji pokazuje da se sve elastične karakteristike materijala mogu izračunati ako se poznaju Jungov moduo elastičnosti i Poasonov koeficijent, koje se zato nazivaju osnovne elastične karakteristike materijala.

5. Viskozno trenje

- a) Silom viskoznog trenja nazivamo silu koja deluje između fluida i čvrstog tela usled njihovog relativnog kretanja. Iako se obično interpretira kao sila koja nastaje na granici fluida i zidova suda kroz koji fluid teče (proticanje fluida pri transportu cevima, podmazivanje pri kretanju klipova kroz cilindre, kretanje tela kroz vazduh), sila viskoznog trenja je potpuno drugačijeg porekla, i ustvari predstavlja silu kojom između sebe deluju slojevi fluida koji se kreću različitim brzinama.
- b) Njutnov zakon viskoznog trenja određuje silu koja deluje na tanak sloj tečnosti debljine x , koji se kreće konstantnom brzinom v u odnosu na zid suda. Ako je veličina dodirne površine tečnosti i zida S , Njutnov zakon viskoznog trenja kazuje da je intenzitet sile viskoznog trenja između tečnosti i suda F dat izrazom

$$F = \eta S \frac{v}{x}$$

gde je sa η označen koeficijent viskoznosti tečnosti. Ovaj zakon se primenjuje za određivanje sile viskoznog trenja pri podmazivanju, jer su tada slojevi maziva tanki.

- c) Stoksov zakon određuje silu viskoznog trenja koja deluje na sferu poluprečnika r koja se kreće kroz fluid brzinom v . Po ovom zakonu je intenzitet sile viskoznog trenja F jednak

$$F = 6\pi\eta rv$$

gde je sa η označen koeficijent viskoznosti tečnosti. Ovaj zakon se primenjuje za određivanje sile otpora sredine koja deluje na tela koja se malom brzinom kreću kroz fluide (sika otpora vazduha, na primer).

- d) Pri kretanju kroz cevi brzina tečnosti nije konstantna, već raste od zida cevi prema osi cevi. Zavisnost brzine sloja tečnosti v od njegovog rastojanja od ose cevi r iskazuje Poazjeov zakon izrazom:

$$v(r) = v_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

gde je sa v_0 označena brzina tečnosti na osi cevi, a sa R poluprečnik cevi.

IV deo – Talasi

1. (8 poena) Prostiranje talasa:
 - a) Pojam superpozicije talasa (2 poena)
 - b) Hajgensov princip (2 poena)
 - c) Pojmovi talasnog fronta i talasnog zraka (2 poena)
 - d) Vrste talasa prema obliku talasnog fronta (2 poena)
2. (8 poena) Zvuk:
 - a) Pojam zvuka (2 poena)
 - b) Frekventna osetljivost sluha (2 poena)
 - c) Amplitudska osetljivost sluha (2 poena)
 - d) Nivo zvuka (2 poena)
3. (8 poena) Vibracije:
 - a) Pojam mehaničkih vibracija (2 poena)
 - b) Sopstvene i prinudne vibracije sistema (2 poena)
 - c) Sopstvene frekvencije sistema (2 poena)
 - d) Rezonancija (2 poena)
4. (8 poena) Svetlost kao elektromagnetski talas:
 - a) Pojam elektromagnetskog talasa (2 poena)
 - b) Brzina elektromagnetskih talasa (2 poena)
 - c) Polarizacija svetlosti (2 poena)
 - d) Klasifikacija EM talasa prema talasnoj dužini (2 poena)
5. (8 poena) Uticaj EM zračenja na čoveka
 - a) Klasifikacija zračenja prema uticaju na tkiva (2 poena)
 - b) Uticaj elektromagnetskih talasa na tkiva (2 poena)
 - c) Uticaj jonizujućih zračenja na tkiva (2 poena)
 - d) Dozimetrijske veličine i jedinice (2 poena)

Odgovori:

1. Prostiranje talasa

- a) Superpozicija talasa predstavlja sabiranje talasa koji se prostiru kroz neku sredinu. Obzirom da svi talasi koji se prostiru kroz jednu sredinu imaju istu brzinu, mogu se sabirati samo ako imaju različite pravce ili smerove prostiranja. Pri superpoziciji talasa se sabiraju poremećaji koje svaki individualni talas stvara (u_i) uzrokujući zajednički poremećaj (u):

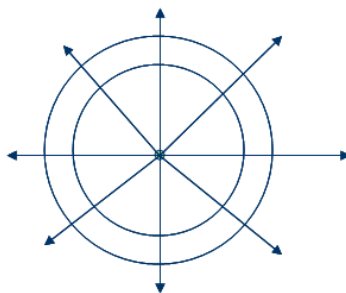
$$u = u_1 + u_2 + \dots = \sum_i u_i$$

Superpozicija talasa je specifično svojstvo talasa koje je uzrok svih karakterističnih pojava vezanih za talasno kretanje.

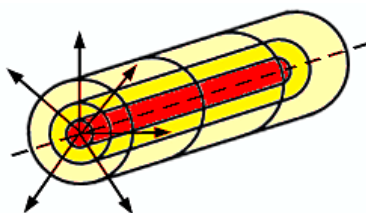
- b) Hajgensov princip glasi: svaka tačka pogođena talasom predstavlja izvor novih talasa. Taj princip nama omogućava da objasnimo pojave vezane za prostiranje talasa.
- c) Talasni front predstavlja geometrijsko mesto tačaka koje se imaju istu fazu talasa. Sve tačke koje pripadaju jednom talasnom frontu u svakom trenutku imaju isto ponašanje.

Talasni zrak je normala na talasni front. Talasni zraci pokazuju praveć prostiranja talasa.

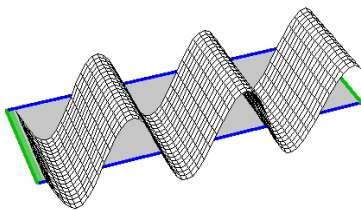
- d) Prema obliku talasnog fronta se talasi dele na sferne, cilindrične i ravanske. Sferni talasi imaju talasne frontove oblika sfere; ovakve talasne frontove emituju tačkasti izvori, a talasni zraci se prostiru radijalno iz izvora, kako je prikazano na sledećoj slici



Cilindrični talasi imaju talasne frontove oblika cilindra; ovakve talasne frontove emituju linijski izvori, a talasni zraci se prostiru normalno na pravac izvora, kako je prikazano na sledećoj slici



Ravanski talasi imaju talasne frontove oblika ravni; ovakve talasne frontove emituju ravni izvori, a talasni zraci se prostiru normalno na pravac izvora, kako je prikazano na sledećoj slici



2. Zvuk

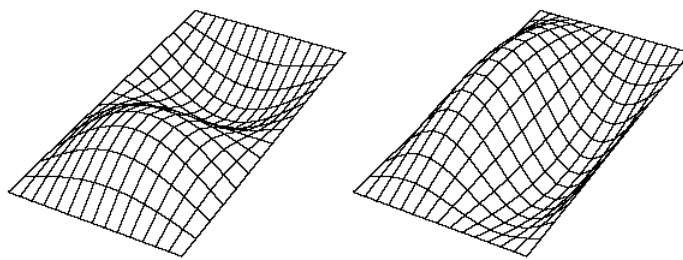
- a) Zvuk predstavljaju mehanički talasi koje može čuti ljudsko uho.
- b) Ljudsko uho reaguje na mehaničke talase sa frekvencama između 16 Hz i 20 kHz. Ovaj frekventni opseg je individualnog karaktera, a tokom života se menja.
- c) Ljudsko uho ne može da čuje zvuk intenziteta slabijeg od 10^{-12} W/m^2 , koji se naziva *prag čujnosti*. Sa druge strane, zvuk previsokog intenziteta povređuje čulo sluha, pa intenzitet od $0,1 \text{ W/m}^2$ izaziva bol i naziva se *pragom bola*.
- d) Nivo zvuka je fizička veličina kojom se približno meri subjektivni osećaj intenziteta zvuka koji ljudsko čulo sluha predstavlja našoj svesti. Nivo zvuka se definiše sledećom relacijom:

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

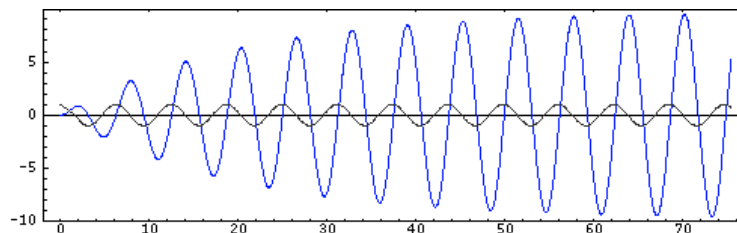
u kojoj L predstavlja nivo zvuka, I intenzitet zvuka čiji se nivo izračunava, a I_0 intenzitet praga čujnosti.

3. Vibracije

- a) Mehaničke vibracije predstavljaju periodično kretanje koje se obavlja deformisanjem tela. Prema definiciji, vibracije obavljaju deformabilna tela, te se vibracije ne mogu opisivati modelima krutog tela ili materijalne tačke.
- b) Sopstvene vibracije sistema su vibracije koje se odvijaju u sistemu koji čine neko telo i njegovi oslonci, kada na taj sistem **ne deluju spoljašnje sile**. Sopstvene vibracije nastaju nakon prestanka pobude koja ih izaziva, odnosno, u praksi sopstvene vibracije sistema nastaju kada se sistem pobudi udarom. Prinudne vibracije sistema su vibracije koje nastaju **pod dejstvom spoljašnje periodične sile** koja deformiše tela u sistemu.
- c) Sopstvene frekvencije sistema su frekvence sopstvenih vibracija. Ako sistem ima sopstvenu frekvencu f_0 , onda on ima i sopstvene frekvence $2f_0, 3f_0, \dots$ i uopšte nf_0 , gde je n prirodan broj. Vibracija sa frekvencom f_0 se naziva osnovni harmonik, a vibracije sa višim frekvencama se nazivaju višim harmonicima. Sopstvene frekvence zavise od dimenzija, načina oslanjanja i materijala od koga su načinjena tela koja vibriraju. Ukoliko neki sistem ima više načina na koje može da vibrira (kao mreža u primeru na slici), onda se svaki od tih načina naziva vibracionim modom, i svaki od vibracionih modova ima osnovnu frekvencu i više harmonike.

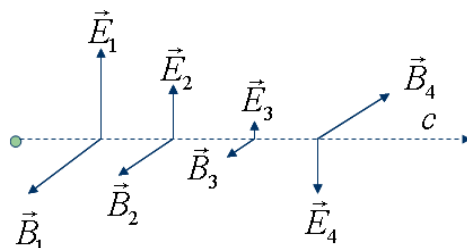


- d) Rezonancija je pojava naglog povećanja amplitude prinudnih vibracija kada se frekvencija i pravac pobude prinudnih vibracija poklope sa pravcem vibriranja i frekvencom sopstvenih vibracija. Kada se taj uslov ostvari, energije koje se predaju pobuđenom sistemu tokom pojedinačnih perioda se sabiraju, pa se pod dejstvom malih pobuda može izazvati veliki odziv, kao što je ilustrovano na slici gde je pobuda prikazana crnom, a odziv plavom bojom. Rezonancija je u mašinskim sistemima u principu nepovoljna pojava koja se izbegava dizajnom kojim se povećavaju sopstvene frekvence sistema.



4. Svetlost kao elektromagnetski talas

- a) Elektromagnetski talas predstavlja širenje elektromagnetskog polja kroz prostor prilikom njegovog nastajanja ili promene. Izvor elektromagnetskog polja su promenljiva naelektrisanja ili promenljive električne struje, a šiti se zahvaljujući činjenici da promenljivo električno polje izaziva promenljivo magnetsko polje i obrnuto. U elektromagnetskom talasu koji su vektori magnetskog i električnog polja međusobno normalni, a talas se prostire u pravcu koji je normalan na oba ova vektora, kako je to prikazano na sledećoj slici:



na kojoj su vektori električnog polja označeni sa E, vektori magnetskog polja sa B, a pravac prostiranja elektromagnetskog talasa sa c.

- b) Brzina elektromagnetskog talasa zavisi od električnih i magnetskih svojstava sredine kroz koju se elektromagnetski talas prostire i može se odrediti prema sledećem obrascu:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

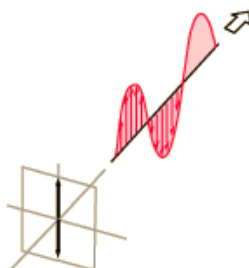
u kojoj je sa ϵ označena električna, a sa μ magnetska propustljivost sredine. Obzirom da su električna i magnetska propustljivost vakuumu najmanje, brzina svetlosti u vakuumu je najveća i iznosi $c_0 \approx 300000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Odnos brzine svetlosti u vakuumu i brzine svetlosti u nekoj sredini se naziva *indeks prelamanja* te sredine:

$$n = \frac{c_0}{c}$$

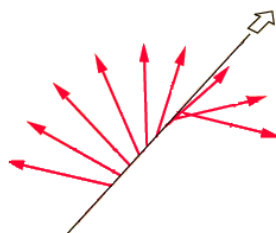
i predstavlja podatak koji je mnogo lakše pronaći u literaturi, pa se brzina svetlosti u drugim sredinama određuje kao $c = c_0/n$.

- c) Polarizacija svetlosti pokazuje kakav je odnos pravaca vektora električnog (magnetskog) polja duž pravca prostiranja svetlosti. Svetlost može biti polarizovana ili nepolarizovana, a polarizovana svetlost može biti linearno ili cirkularno polarizovana.

Kod linearno polarizovanog talasa vektori električnog polja svi vektori duž pravca prostiranja su istog pravca, kao na sledećoj slici:



Kod cirkularno polarizovanog talasa pravci vektora električnog polja rotiraju za jednake iznose za jednaka rastojanja među tačkama duž pravca prostiranja, kao na sledećoj slici:



d) Elektromagnetski talasi se prema talasnoj dužini klasifikuju u sledeće kategorije:

- Radio talasi ($\lambda > 1 \text{ m}$)
- Mikrotalasi ($100 \text{ cm} > \lambda > 0,1 \text{ cm}$)
- Infracrveni zraci ($100 \text{ }\mu\text{m} > \lambda > 0,8 \text{ }\mu\text{m}$)
- Svetlosni zraci ($780 \text{ nm} > \lambda > 330 \text{ nm}$)
- Ultraljubičasti zraci ($330 \text{ nm} > \lambda > 10 \text{ nm}$)
- Rendgenski zraci ($10 \text{ nm} > \lambda > 1 \text{ pm}$)
- Gama zraci ($\lambda < 1 \text{ pm}$)

5. Uticaj elektromagnetskog zračenja na čoveka

- a) Otkrića kvantne mehanike su dovela do zaključka da se razmena energije između elektromagnetskog polja i materije vrši u paketima – kvantima, čija veličina zavisi od talasne dužine elektromagnetskog talasa kojim se energije prenosi kroz elektromagnetsko polje. Energija jednog kvanta energije elektromagnetskog talasa sa talasnom dužinom λ određuje Plankova jednačina $E_\lambda = hc/\lambda$, gde h predstavlja čuvenu Plankovu konstantu ($h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js), a c brzinu elektromagnetskog talasa. Razmena energije u kvantima znači da talasna dužina predstavlja ograničenje efektu nekog elektromagnetskog talasa, jer ako nešto nije moguće postići jednim kvantom energije, onda to uopšte nije moguće postići tim elektromagnetskim talasom. Iz toga razloga se prema efektu elektromagnetskog talasa na materiju elektromagnetska zračenja dele na zračenja koja imaju kvante dovoljne energije da menjaju hemijski sastav sredine (jonizujuća zračenja) i na zračenja koja ne mogu da menjaju hemijski sastav sredine (nejonizujuća zračenja).
- b) Elektromagnetskim talasima obično nazivamo elektromagnetska zračenja u čijem se dejstvu na materiju ne opažaju kvantni efekti. Najvažniji uticaj takvih zračenja na materiju je zagrevanje izazivanjem električnih struja u sredini kroz koju prelaze. Na uticaj elektromagnetskih talasa na sredinu je od velikog značaja rastojanje od izvora zračenja i intenzitet zračenja. Uticaj elektromagnetskih talasa na materiju opada sa povećanjem talasne dužine, tako da ultraljubičasti talasi ($\lambda = 100\text{-}400\text{nm}$) mogu izazvati opekotine na koži, jaki svetlosni zraci ($\lambda = 400\text{-}800\text{nm}$) mogu izazvati oštećenja vida, infracrveni toplotni talasi ($\lambda = 1\text{-}1000\mu\text{m}$) mogu izazvati lokalne opekotine u blizini jakih izvora, dok za mikrotalase ($\lambda = 1\text{-}1000\text{mm}$) i radio talase ($\lambda > 1\text{m}$) nema dokaza o oštećenjima koja izazivaju u čovekovom organizmu.
- c) Jonizujućim zračenjima nazivamo elektromagnetske talase malih talasnih dužina (UV-zrake, X-zrake i γ -zrake), kao i snopove čestica radioaktivnog zračenja (α -čestica, β -čestica i neutrona) koji imaju dovoljnu energiju da u pojedinačnim razmenama energije sa atomima materije izazivaju odvajanje elektrona iz tih atoma – jonizaciju. Jonizovani atomi postaju hemijski aktivni i međusobno se povezuju na način koji se razlikuje od onog u zdravom tkivu. Ako se jonizacija odigra u jedru ćelija, ona izaziva promene u genetičkom materijalu ćelija – mutacije – koje dalje dovode do pojave raka i naslednih bolesti. Međutim, i u slučaju da ne izazovu mutacije, hemijske promene su štetne jer izazivaju posledice slične trovanju i opekotinama (radijaciona bolest).
- d) Osnovna veličina za merenje efekta jonizujućih zračenja je primljena doza zračenja, koja predstavlja odnos energije zračenja koju je tkivo primilo i njegove mase, a meri se jedinicom koja se naziva grej ($1 \text{ Gy} = 1\text{J}/1\text{kg}$).

Brzina doze predstavlja odnos primljene doze zračenja i vremena za koje je ta doza zračenja primljena i meri se jedinicom Gy/s odnosno Gy/h ($1 \text{ Gy/s} = 3,6 \text{ kGy/h}$).

Efekat koji na ljudsko zdravlje ima primljena doza zračenja izražava se veličinom koja se naziva ekvivalentna doza zračenja i meri se jedinicom koja se naziva sivert (Sv). Kada se govori o ekvivalentnoj dozi zračenja primljenoj spolja, govori se o efektivnoj dozi zračenja, dok se u slučaju da je izvor zračenja unesen u živi organizam, govori o unesenoj dozi zračenja, i obe veličine se izražavaju u sivertima.

Slično brzini doze zračenja, govori se i o brzini ekvivalente doze zračenja, koja se izražava u Sv/s ili Sv/h.