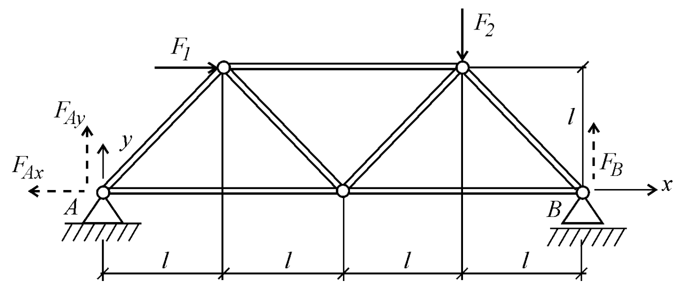
Za rešetkasti nosač prikazan na slici odrediti otpore oslonaca i sile u štapovima.



Broj štapova je $s = 7$. Broj čvorova $n = 5$. Pošto važi: $s = 2n - 3$ nosač je statički odredjen.

Iz uslova ravnoteže sila:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{Ax} + F_1 = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} - F_2 + F_B = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F_1 l - F_2 3l + F_B 4l \tag{3}$$

Sa F_{Ax} i F_{Ay} su označene projekcije sile reakcije nepokretnog oslonca A. Sila F_B predstavlja silu reakcije pokretnog oslonca B.

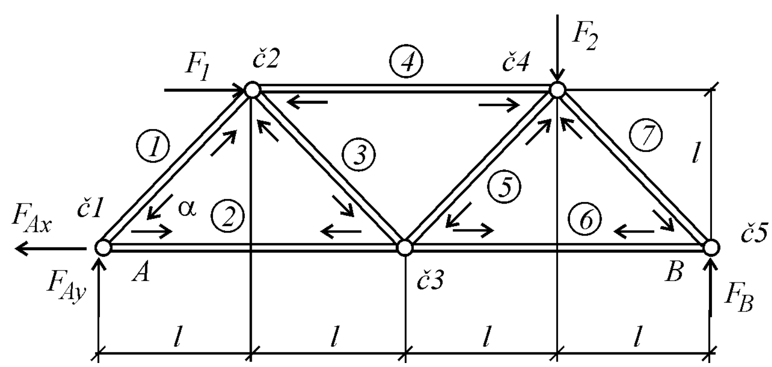
Sada možemo pisati:

$$(3) \Rightarrow F_B = (F_1 + 3F_2)/4 \tag{4}$$

$$(2) \Rightarrow F_A = F_{Ay} = F_2 - F_B \tag{5}$$

Jednačine (4,5) definišu redosled i način odredjivanja reakcija oslonaca A i B na osnovu jednačina (1-3).

Da bi smo odredili sile u 7 štapova treba nam 7 jednačina. Za pretpostavljeni smer sila (Sl.), iz uslova ravnoteže sila u štapovima, možemo napisati:



Čvor 1:

$$-F_{Ax}-F_{s1}\cos(\alpha)+F_{s2}=0 \tag{6a}$$
$$F_{Ay}-F_{s1}\sin(\alpha)=0 \tag{6b}$$

Čvor 2:

$$F_1+F_{s1}\cos(\alpha)-F_{s3}\cos(\alpha)-F_{s4}=0 \tag{6c}$$
$$F_{s1}\sin(\alpha)+F_{s3}\sin(\alpha)=0 \tag{6d}$$

Čvor 3:

$$-F_{s2}+F_{s3}\cos(\alpha)-F_{s5}\cos(\alpha)+F_{s6}=0 \tag{6e}$$
$$-F_{s3}\sin(\alpha)-F_{s5}\sin(\alpha)=0 \tag{6f}$$

Čvor 5:

$$-F_{s6}+F_{s7}\cos(\alpha)=0 \tag{6g}$$

gde je: $\alpha=45^o$

U gornjim jednačinama indeks s se odnosi na sile u štapovima.

Prethodni sistem jednačina možemo zapisati u matričnom obliku:

$$AF_S=b \tag{7a}$$

gde je:

$$A=\begin{bmatrix} -\cos(\alpha) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\alpha) & 0 & -\cos(\alpha) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \cos(\alpha) & 0 & -\cos(\alpha) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{7b}$$

$$b=\begin{bmatrix} F_{Ax} & -F_{Ay} & -F_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{7c}$$

dok je F_S vektor nepoznatih sila u štapovima.
Sada možemo napisati:

$$(7a) \Rightarrow F_S=A^{-1}b \tag{8}$$

Što znači da pri izvođenju jednačina (6) treba voditi računa da je $\det(A)\neq 0$.
Skript fajla koji odredjuje reakcije oslonca i sile u štapovima nosača prikazan je na sledećoj slici.

Nakon što se izbriše ekran i iz radnog prostora uklone zaostale promenljive (L1) definišu se ulazni podaci (L2-L4). Kod ulaznih podataka treba voditi računa o jedinicama mere.
Linije (L5-L9) sadrže naredbe za odredjivanje reakcija oslonaca prema izrazima (1,4,5). Naredbe (L11-L13) prikazuju izračunate vrednosti.
U naredbi (L14) ugao α se prevodi u radijane.

U linijama (L15-L16) se definišu matrica A i vektor b na osnovu čega se u liniji (L17) izračunava vektor sila u štapovima. Mada se matrična jednačina (7a) može rešiti na različite načine u programu koristimo operaciju deljenja sleva jer daje tačnije rezultate.

Naredbe (L18-L19) prikazuju rezultat.

U linijama (L20-L25) se vrši provera dobijenih rezultata. Suma sila u čvorovima za koje nismo pisali jednačine treba da je jednaka nuli. U našem slučaju to je suma vertikalnih sila u čvoru 5 i suma horizontalnih i vertikalnih sila u čvoru 4.

```
%Resetkasti nosac
1:  clc; clear;

2:  F1=20e3; % [N]
3:  F2=10e3; % [N]
4:  l=2; %[m]

5:  FAx=F1;
6:  FB=(F1+3*F2)/4;
7:  FAy=F2-FB;
8:  FA=sqrt(FAx^2+FAy^2);
9:  alfaA=atand(FAy/FAx);

11: fprintf('Sile u oslonicma:\n');
12: fprintf('Oslonac A: FAx %6.2f[N], FAy %6.2f [N] FA %6.2f [N] ugao %6.2f
    ... [o]\n',FAx, FAy,FA, alfaA);
13: fprintf('Oslonac B: FB %6.2f [N] \n',FB);

14: alfa=45*pi/180;

15: A=[-cos(alfa) 1 0 0 0 0 0
        -sin(alfa) 0 0 0 0 0 0
       cos(alfa) 0 -cos(alfa) -1 0 0 0
        sin(alfa) 0 sin(alfa) 0 0 0 0
       0 -1 cos(alfa) 0 -cos(alfa) 1 0
        0 0 -sin(alfa) 0 -sin(alfa) 0 0
       0 0 0 0 0 -1 cos(alfa)];

16: b=[FAx -FAy -F1 0 0 0 0]';
17: Fs=A\b;
18: fprintf('\nSile u resetkama nosaca[N] \n');
19: fprintf('\t%6.2f \n',Fs);

%provera rezultata
20: Gr5y=-Fs(7)*sin(alfa)+FB;
21: fprintf('\nGreska u cvoru 5: y-osa %5.4f\n',Gr5y);
22. Gr4x=Fs(4)+Fs(5)*cos(alfa)-Fs(7)*cos(alfa);
23: Gr4y=Fs(5)*sin(alfa)+Fs(7)*sin(alfa)-F2;
24: fprintf('Greska u cvoru 4: x-osa %5.4f\n',Gr4x);
25: fprintf('Greska u cvoru 4: y-osa %5.4f\n',Gr4y);
```

(\Primeri\Statika\RNosac1.m)

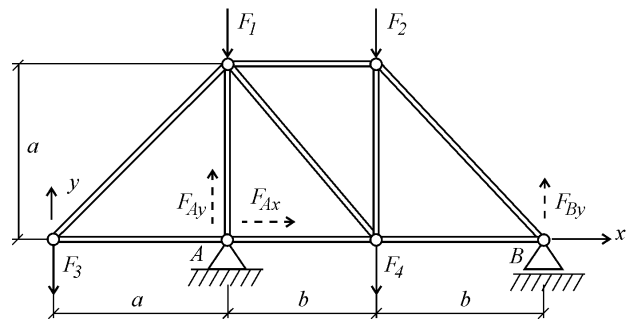
Za podakte date u linijama (L2-L4) dobijaju se sledeći rezultati.

```
Sile u oslonicma:
Oslonac A: FAx 20000.00[N], FAy -2500.00 [N] FA 20155.64 [N] ugao  -7.13 [o]
Oslonac B: FB 12500.00 [N]

Sile u resetkama nosaca[N]
    -3535.53
    17500.00
    3535.53
    15000.00
    -3535.53
    12500.00
    17677.67

Greska u cvoru 5: y-osa 0.0000
Greska u cvoru 4: x-osa 0.0000
Greska u cvoru 4: y-osa -0.0000
```

Negativne vrednosti za sile u štapovima 1 i 5 ukazuju da su sile u njima suprotnog smera od onog pretpostavljenog na slici Sl.

Takođe vidimo da je greška u izračunavanju sila praktično zanemarljiva (postoji samo numerička greška).

Za rešetkasti nosač prikazan na slici odrediti otpore oslonaca i sile u štapovima.



Broj štapova je $s = 9$. Broj čvorova $n = 6$. Pošto važi: $s = 2n - 3$ nosač je statički odredjen.

Iz uslova ravnoteže sila:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_3 - F_1 + F_{Ay} - F_2 - F_4 + F_B = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F_3\, a + F_2\, b + F_4\, b - F_B\, 2b \tag{3}$$

Sa F_{Ax} i F_{Ay} su označene projekcije sile reakcije nepokretnog oslonca A. Sila F_B predstavlja silu reakcije pokretnog oslonca B.

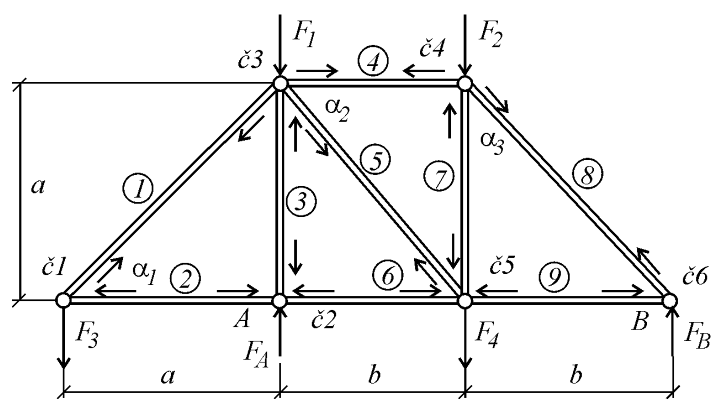
Sada možemo pisati:

$$(3) \Rightarrow F_B = \left(F_2 + F_4 - F_3\, a / b\right)/2 \tag{4}$$

$$(2) \Rightarrow F_A = F_{Ay} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_B \tag{5}$$

Jednačine (4,5) definišu redosled i način odredjivanja reakcija oslonaca A i B na osnovu jednačina (1-3).

Da bi smo odredili sile u 9 štapova treba nam 9 jednačina. Za pretpostavljeni smer sila (Sl.), iz uslova ravnoteže sila u štapovima, možemo napisati:



Čvor 1:

$$F_{s1}\cos(\alpha_1) - F_{s2} = 0 \tag{6a}$$

$$F_{s1}\sin(\alpha_1) - F_3 = 0 \tag{6b}$$

Čvor 2:

$$F_{s2} - F_{s6} = 0 \tag{6c}$$

$$-F_{s3} + F_A = 0 \tag{6d}$$

Čvor 3:

$$-F_{s1}\cos(\alpha_1) + F_{s4} + F_{s5}\cos(\alpha_2) = 0 \tag{6e}$$

$$-F_{s1}\sin(\alpha_1) + F_{s3} - F_{s5}\sin(\alpha_2) - F_1 = 0 \tag{6f}$$

Čvor 4:

$$-F_{s4} + F_{s8}\sin(\alpha_3) = 0 \tag{6g}$$

$$F_{s7} - F_{s8}\cos(\alpha_3) - F_2 = 0 \tag{6h}$$

Čvor 6:

$$-F_{s8}\sin(\alpha_3) + F_{s9} = 0 \tag{6i}$$

gde je: $\alpha_1 = 45^o$, $\alpha_2 = a\tan(a/b)$, $\alpha_3 = a\tan(b/a)$
U gornjim jednačinama indeks s se odnosi na sile u štapovima.

Prethodni sistem jednačina možemo zapisati u matričnom obliku:

$$AF_S = b \tag{7a}$$

gde je:

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\alpha_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\cos(\alpha_1) & 0 & 0 & 1 & \cos(\alpha_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha_1) & 0 & 1 & 0 & -\sin(\alpha_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \sin(\alpha_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\cos(\alpha_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha_3) & 1 \end{bmatrix} \tag{7b}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 & F_3 & 0 & -F_A & 0 & F_1 & 0 & F_2 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{7c}$$

dok je F_S vektor nepoznatih sila u štapovima.
Sada možemo napisati:

$$(7a) \Rightarrow F_S = A^{-1}b \tag{8}$$

Što znači da pri izvođenju jednačina (6) treba voditi računa da je $\det(A) \neq 0$.
Skript fajla koji odredjuje reakcije oslonca i sile u štapovima nosača prikazan je na sledećoj slici.

Nakon što se izbriše ekran i iz radnog prostora uklone zaostale promenljive (L1) definišu se ulazni podaci (L2-L7). Kod ulaznih podataka treba voditi računa o jedinicama mere.
Linije (L8-L12) sadrže naredbe za odredjivanje reakcija oslonaca prema izrazima (1,4,5). Naredbe (L13-L15) prikazuju izračunate vrednosti.

Pomoću naredbi (L16-L18) izračunavaju se potrebni uglovi. Pošto je ugao α_1 dat u stepenima prevodi se u radijane. Uglovi α_1 i α_2 se direktno izračunavaju u radijanima.

U linijama (L19-L20) se definišu matrica A i vektor b na osnovu čega se u liniji (L21) izračunava vektor sila u štapovima. Mada se matrična jednačina (7a) može rešiti na različite načine u programu koristimo operaciju deljenja sleva jer daje tačnije rezultate.
Naredbe (L22-L23) prikazuju rezultat.
U linijama (L24-L29) se vrši provera dobijenih rezultata. Suma sila u čvorovima za koje nismo pisali jednačine treba da je jednaka nuli. U našem slučaju to je suma vertikalnih sila u čvoru 6 i suma horizontalnih i vertikalnih sila u čvoru 5.

```
%Resetkasti nosac
1:  clc; clear;

2:  F1=2e3; % [N]
3:  F2=1e3; % [N]
4:  F3=1e3; % [N]
5:  F4=1.5e3; % [N]
6:  a=6; %[m]
7:  b=4; %[m]

8:  FAx=0;
9:  FB=(F2+F4-F3*a/b)/2;
10: FAy=F1+F2+F3+F4-FB;
11: FA=sqrt(FAx^2+FAy^2);
12: alfaA=atand(FAy/FAx);

13:fprintf('Sile u oslonicma:\n');
14: fprintf('Oslonac A: FAx %6.2f[N], FAy %6.2f [N] FA %6.2f [N] ugao %6.2f...
    [o]\n',FAx, FAy,FA, alfaA);
15: fprintf('Oslonac B: FB %6.2f [N] \n',FB);

16: alfa1=45*pi/180;
17: alfa2=atan(a/b);
18: alfa3=atan(b/a);

19: A=[cos(alfa1) -1 0 0 0 0 0 0 0
    sin(alfa1) 0 0 0 0 0 0 0 0
    0 1 0 0 0 -1  0 0 0
    0 0 -1 0 0 0 0 0 0
    -cos(alfa1) 0 0 1 cos(alfa2) 0 0 0 0
    -sin(alfa1) 0 1 0 -sin(alfa2) 0 0 0 0
    0 0  0 -1 0 0 0 sin(alfa3) 0
    0 0 0 0 0 0 1  -cos(alfa3) 0
    0 0 0 0 0 0 0 -sin(alfa3) 1];

20: b=[0 F3 0 -FA 0 F1 0 F2 0]';
21: Fs=A\b;
22: fprintf('\nSile u resetkama nosaca[N] \n');
23: fprintf('\t%6.2f \n',Fs);

%provera rezultata
24: Gr6y=Fs(8)*cos(alfa3)+FB;
25: fprintf('\nGreska u cvoru 6: y-osa %5.4f\n',Gr6y);
26: Gr5x=Fs(6)-Fs(5)*cos(alfa2)-Fs(9);
27: Gr5y=Fs(5)*sin(alfa2)-Fs(7)-F4;
28: fprintf('\nGreska u cvoru 5: x-osa %5.4f\n',Gr5x);
29: fprintf('\nGreska u cvoru 5: y-osa %5.4f\n',Gr5y);
```

(\Primeri\Statika\RNosac2.m)

Za podakte date u linijama (L2-L4) dobijaju se sledeći rezultati.

```
Sile u oslonicma:
Oslonac A: FAx   0.00[N], FAy 5000.00 [N] FA 5000.00 [N] ugao  90.00 [o]
Oslonac B: FB 500.00 [N]

Sile u resetkama nosaca[N]
    1414.21
    1000.00
    5000.00
    -333.33
    2403.70
    1000.00
    500.00
    -600.93
    -333.33

Greska u cvoru 6: x-osa -0.0000
Greska u cvoru 5: x-osa 0.0000
Greska u cvoru 5: y-osa 0.0000
```

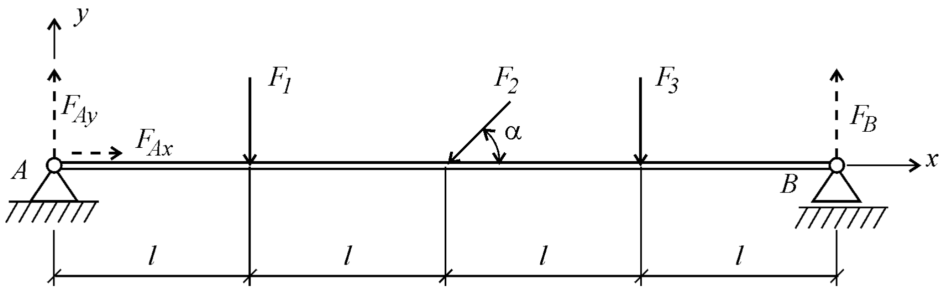
Negativne vrednosti za sile u štapovima 4, 8 i 9 ukazuju da su sile u njima suprotnog smera od onog pretpostavljenog na slici Sl.

Takođe vidimo da je greška u izračunavanju sila praktično zanemarljiva (postoji samo numerička greška).

Nosač prikazan na slici opterećen je koncentrisanim silama F_1, F_2, F_3.

a) Odrediti reakcije oslonaca.

b) Nacrtati dijagrame promene aksijalne sile F_a, transverzalne sile F_T i momenta savijanja M.



Iz uslova ravnoteže sila:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} + F_2 \cos(\alpha) = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} - F_1 - F_2 \sin(\alpha) - F_3 + F_B = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F_1 l - F_2 \sin(\alpha) 2l - F_3 3l + F_B 4l \tag{3}$$

Sa F_{Ax} i F_{Ay} su označene projekcije sile reakcije nepokretnog oslonca A. Sila F_B predstavlja silu reakcije pokretnog oslonca B.

Sada možemo pisati:

$$(1) \Rightarrow F_{Ax} = -F_2 \cos(\alpha) \tag{4}$$

$$(3) \Rightarrow F_B = \left(F_1 + 2F_2 \sin(\alpha) + 3F_3\right)/4 \tag{5}$$

$$(2) \Rightarrow F_{Ay} = F_1 + F_2 \sin(\alpha) + F_3 - F_B \tag{6}$$

Jednačine (4-6) definišu redosled i način odredjivanja reakcija oslonaca A i B.
Intezitet reakcija oslonca A se može izračunati:

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} \tag{7}$$

dok je pravac određen uglom α_A za koji važi:

$$tg\left(\alpha_A\right) = F_{Ay} / F_{Ax} \tag{8}$$

Nakon što smo odredili reakcije oslonaca možemo nacrtati odgovarajuće statičke dijagrame. Oni pokazuju kako se sile F_a, F_T i moment M menjaju duž podužne koordinate x. Pri crtanju dijagrama treba prepoznati karakteristične segmente nosača izmedju kojih imamo diskretne promene sila.

Dijagram aksijalne sile F_a

Za ovu silu imamo dva segmenta na kojima ona ima konstantnu vrednost:

$$0 < x < 2l \Rightarrow F_a = -F_{Ax} \tag{9a}$$

$$2l < x < 4l \Rightarrow F_a = -F_{Ax} + F_2 \cos(\alpha) = 0 \tag{9b}$$

Dijagram transverzalne sile F_T

Svaka nova vertikalna sila (projekcija) duž ose x od oslonca A do oslonca B zahteva uvodjenje novog segmenta u definisanju transverzalne sile. Tako da imamo:

$$0 < x < l \Rightarrow F_T = F_{Ay} \tag{10a}$$

$$l < x < 2l \Rightarrow F_T = F_{Ay} - F_1 \tag{10b}$$

$$2l < x < 3l \Rightarrow F_T = F_{Ay} - F_1 - F_2 \sin(\alpha) \tag{10c}$$

$$3l < x < 4l \Rightarrow F_T = F_{Ay} - F_1 - F_2 \sin(\alpha) - F_3 \tag{10d}$$

Dijagram momenta M

Moment se menja linearno u funkciji od rastojanja duž ose x. Pošto moment zavisi i od transverzalnih sila za moment koristimo iste segmente kao i za silu F_T.

$$0 < x < l \Rightarrow M = F_{Ay}\, x \tag{11a}$$

$$l < x < 2l \Rightarrow M = F_{Ay}\, x - F_1 (x - l) \tag{11b}$$

$$2l < x < 3l \Rightarrow M = F_{Ay}\, x - F_1 (x - l) - F_2 \sin(\alpha)(x - 2l) \tag{11c}$$

$$3l < x < 4l \Rightarrow M = F_{Ay}\, x - F_1 (x - l) - F_2 \sin(\alpha)(x - 2l) - F_3 (x - 3l) \tag{11d}$$

Izrazi (9-11) definišu statičke dijagrame nosača sa slike.

Skript fajla koji odredjuje reakcije oslonca i crta statičke dijagrame prikazan je na sledećoj slici.

Nakon što se izbriše ekran i iz radnog prostora uklone zaostale promenljive (L1) definišu se ulazni podaci (L2-L6). Kod ulaznih podataka treba voditi računa o jedinicama mere. Na primer, napadni ugao sile F_2 unet je u stepenima. Linije (L7-L11) sadrže naredbe za odredjivanje reakcija oslonaca prema izrazima (4-8). Trigonometrijske funkcije imaju oblik za rad sa argumentima datim u stepenima. Naredbe (L12-L14) prikazuju izračunate vrednosti.

U nastavku fajla crtamo statičke dijagrame. U liniji (L15) se definiše vektor koji odgovara podužnoj koordinati x. On sadrži tačke u kojima se odredjuju sile F_a, F_T i moment M. Elementi vektora rastu od nule do $4l$ sa korakom 0.1. Taj korak se može menjati zavisno od željene rezolucije prikazivanja dijagrama. Naredbe u linijama (L16-L19) crtaju dijagram aksijalne sile. Pošto sva tri dijagrama želimo da prikažemo na jednoj slici koristimo naredbu *subplot( )*. Prvi segment (linija L17) za aksijalnu silu (9a) dobijamo pomoću sledeće naredbe:

```
xp=x(x<2*l);
```

Prvo se formira (izraz u zagradi) logički vektor pomoću operacije poređenja:

```
x<2*l
```

k-ti elementi ovog vektora ima vrednost 1 (logičko *True*) ukoliko za odgovarajući element vektora x važi $x(k) < 2l$, u protivnom ima vrednost 0 (logičko *False*). Zatim se pomoću tog logičkog vektora izdvajaju elementi vektora x koji odgovaraju prvom segmentu nosača. Ti elementi se upisuju u pomoćni vektor xp. U nastavku linije (L17) odredjujemo silu F_a prema jednačini (9a). Nakon toga crtamo dijagram aksijalne sile na prvom segmentu. U liniji (L18) ponavljamo postupak za drugi segment prema izrazu (9b). Elemente vektora x koji odgovaraju drugom segmentu izdvajamo pomoću naredbe:

```
xp=x(x>=2*l & x<4*l)
```

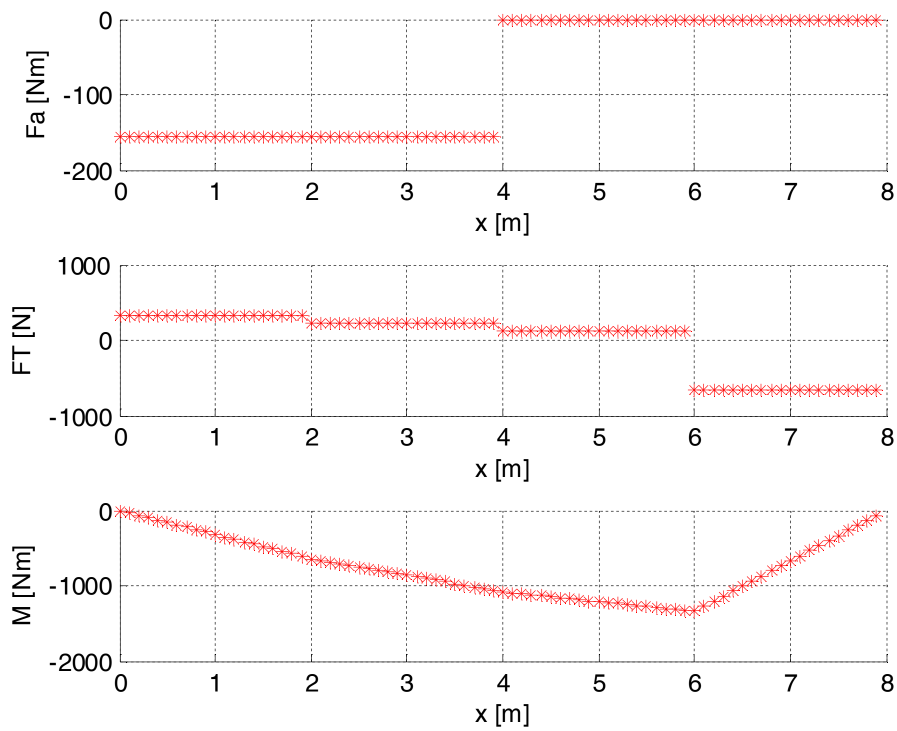
Ovde pored operatora poređenja koristimo i logički operator *&* jer želimo da ograničimo segment sa leve i desne strane. Vrednost za silu računamo prema izrazu (9b) a onda i prikazjemo te vrednosti pomoću naredbe *plot*. Da bi smo zadržali prethodni sadržaj dijagrama u liniji (L16) smo otkucali naredbu *hold on*. Pomoću naredbi u liniji (L19) crtamo mrežu i označavamo ose.

Naredbe u linijama (L20-L25) crtaju dijagram transvezalnih sila preme jednačinama (10), dok naredbe u linijama (L26-L31) crtaju moment savijanja prema jednačinama (11).

```
%Reakcije oslonca i staticki dijagrami proste grede
1:  clc; clear;
2:  F1=100; % [N]
3:  F2=180; % [N]
4:  F3=800; % [N]
5:  l=2; %[m]
6:  alfa=30; %[o]

7:  FAx=F2*cosd(alfa);
8:  FB=(F1+2*F2*sind(alfa)+3*F3)/4;
9:  FAy=F1+F2*sind(alfa)+F3-FB;
10: FA=sqrt(FAx^2+FAy^2);
11: alfaA=atand(FAy/FAx);

12: fprintf('Sile u oslonicma:\n');
13: fprintf('Oslonac A: FAx %6.2f[N], FAy %6.2f [N] FA %6.2f [N] ugao %6.2f...
    [o]\n',FAx, FAy,FA, alfaA);
14: fprintf('Oslonac B: FB %6.2f [N] \n',FB);

15: x=0:0.1:4*l;

    %aksijalna sila
16: subplot(3,1,1);hold on;
17: xp=x(x<2*l);Fa=-FAx;plot(xp,Fa,'r*');
18: xp=x(x>=2*l & x<4*l);Fa=-FAx+F2*cosd(alfa);plot(xp,Fa,'r*');
19: grid on;xlabel('x [m]');ylabel('Fa [Nm]');

    %transverzalna sila
20: subplot(3,1,2);hold on;
21: xp=x(x<l);FT=FAy;plot(xp,FT,'r*'); %xp je pomocna poduzna koordinata
22: xp=x(x>=l & x<2*l);FT=FAy-F1;plot(xp,FT,'r*');
23: xp=x(x>=2*l & x<3*l);FT=FAy-F1-F2*sind(alfa);plot(xp,FT,'r*');
24: xp=x(x>=3*l & x<4*l);FT=FAy-F1-F2*sind(alfa)-F3;plot(xp,FT,'r*');
25: grid on;xlabel('x [m]');ylabel('FT [N]');

    %moment
26: subplot(3,1,3);hold on;
27: xp=x(x<l);M=FAy*xp;plot(xp,-M,'r*');
28: xp=x(x>=l & x<2*l);M=FAy*xp-F1*(xp-l);plot(xp,-M,'r*');
29: xp=x(x>=2*l & x<3*l);M=FAy*xp-F1*(xp-l)-F2*sind(alfa)*(xp-2*l);plot(...
    xp,-M,'r*');
30: xp=x(x>=3*l & x<4*l);M=FAy*xp-F1*(xp-l)-F2*sind(alfa)*(xp-2*l)-F3*(...
    xp-3*l);plot(xp,-M,'r*');
31: grid on;xlabel('x [m]');ylabel('M [Nm]');
```

(\Primeri\Statika\ProstaGreda1.m)

Za podakte date u linijama (L2-L6) statički dijagrami nosača prikazani su na sledećoj slici.

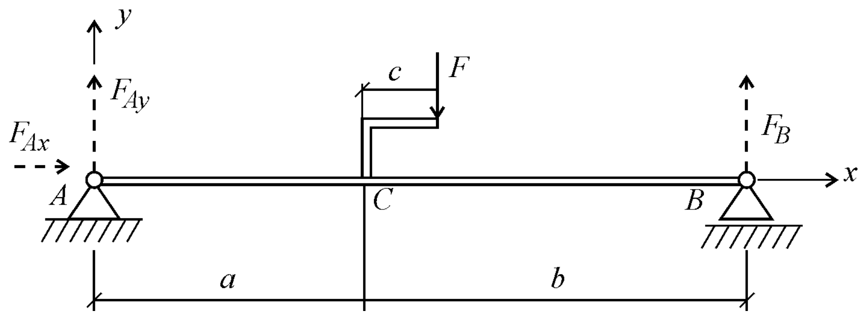


0
-100
-200
Fa [Nm]
0
1
2
3
4
5
6
7
8
x [m]
1000
0
-1000
FT [N]
0
1
2
3
4
5
6
7
8
x [m]
0
-1000
-2000
M [Nm]
0
1
2
3
4
5
6
7
8
x [m]

Nosač prikazan na slici opterećen je vertikalnom ekscentričnom silom F.

c) Odrediti reakcije oslonaca.

d) Nacrtati dijagrame promene aksijalne sile F_a, transverzalne sile F_T i momenta savijanja M.



Iz uslova ravnoteže sila:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} - F + F_B = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F\,a - M_C + F_B(a+b) \tag{3}$$

pri čemu je moment u tački C:

$$M_C = F\,c \tag{4}$$

Sa F_{Ax} i F_{Ay} su označene projekcije sile reakcije nepokretnog oslonca A. Sila F_B predstavlja silu reakcije pokretnog oslonca B.

Sada možemo pisati:

$$(3) \Rightarrow F_B = (F\,a + M_C)/(a+b) \tag{5}$$

$$(2) \Rightarrow F_A = F_{Ay} = F - F_B \tag{6}$$

Jednačine (5,6) definišu redosled i način odredjivanja reakcija oslonaca A i B.

Nakon što smo odredili reakcije oslonaca možemo nacrtati odgovarajuće statičke dijagrame. Oni pokazuju kako se sile F_a, F_T i moment M menjaju duž podužne koordinate x. Pri crtanju dijagrama treba prepoznati karakteristične segmente nosača izmedju kojih imamo diskretne promene sila i momenta.

Dijagram aksijalne sile F_a

Na osnovu (1) ova sila jednaka je nuli na celoj dužini nosača.

Dijagram transverzalne sile F_T

Svaka nova vertikalna sila duž ose x od oslonca A do oslonca B zahteva uvodjenje novog segmenta u definisanju transverzalne sile. Tako da imamo:

$$0 < x < a \Rightarrow F_T = F_A \tag{7a}$$

$$a < x < (a+b) \Rightarrow F_T = F_A - F \tag{7b}$$

Dijagram momenta M

Moment se menja linearno u funkciji od rastojanja duž ose x. Pošto moment zavisi i od transverzalnih sila za moment koristimo iste segmente kao i za silu F_T.

$$0 < x < a \Rightarrow M = F_A x \tag{8a}$$

$$a < x < (a+b) \Rightarrow M = F_A x + M_C - F\ (x-a) \tag{8b}$$

Treba primetiti da u napadnoj tački C imamo skokovitu promenu momenta savijanja.
Izrazi (7,8) definišu statičke dijagrame nosača sa slike.

Skript fajla koji odredjuje reakcije oslonca i crta statičke dijagrame prikazan je na sledećoj slici.

Nakon što se izbriše ekran i iz radnog prostora uklone zaostale promenljive (L1) definišu se ulazni podaci (L2-L5). Kod ulaznih podataka treba voditi računa o jedinicama mere. Linije (L6-L8) sadrže naredbe za odredjivanje reakcija oslonaca prema izrazima (4-6). U liniji (L6) se određuje moment M_C koji potiče od ekscentrične sile. Naredbe (L19-L11) prikazuju izračunate vrednosti.

U nastavku fajla crtamo statičke dijagrame. U liniji (L12) se definiše vektor koji odgovara podužnoj koordinati x . On sadrži tačke u kojima se odredjuje sila F_T i moment M . Elementi vektora rastu od nule do $(a+b)$ sa korakom 0.1 . Taj korak se može menjati zavisno od željene rezolucije prikazivanja dijagrama. Naredbe u linijama (L13-L16) crtaju dijagram transverzalne sile. Pošto oba dijagrama želimo da prikažemo na jednoj slici koristimo naredbu *subplot( )*. Prvi segment (linija L14) za poprečnu silu (7a) dobijamo pomoću sledeće naredbe:

```
xp=x(x<=a);
```

Prvo se formira (izraz u zagradi) logički vektor pomoću operacije poređenja:

```
x<=a;
```

k-ti elementi ovog vektora ima vrednost 1 (logičko *True*) ukoliko za odgovarajući element vektora x važi $x(k) < a$, u protivnom ima vrednost 0 (logičko *False*). Zatim se pomoću tog logičkog vektora izdvajaju elementi vektora x koji odgovaraju prvom segmentu nosača. Ti elementi se upisuju u pomoćni vektor xp . U nastavku linije (L14) odredjujemo silu F_T prema jednačini (7a). Nakon toga crtamo dijagram aksijalne sile na prvom segmentu. U liniji (L15) ponavljamo postupak za drugi segment prema izrazu (7b). Elemente vektora x koji odgovaraju drugom segmentu izdvajamo pomoću naredbe:

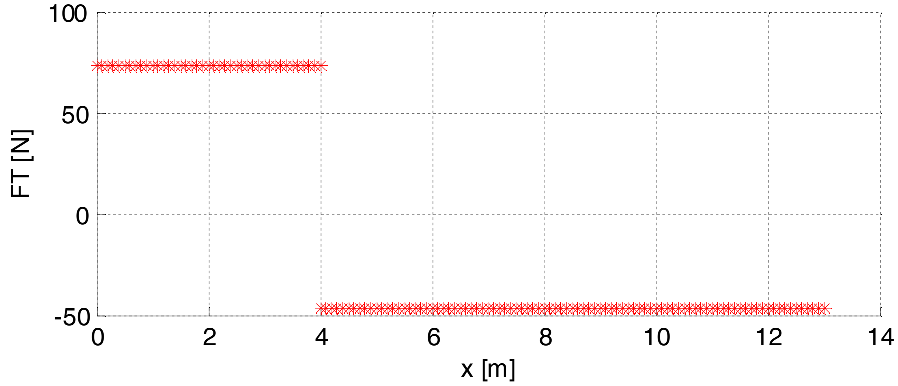
```
xp=x(x>=a & x<=a+b);
```

Ovde pored operatora poređenja koristimo i logički operator *&* jer želimo da ograničimo segment sa leve i desne strane. Vrednost za silu računamo prema izrazu (7b) a onda i prikazjemo te vrednosti pomoću naredbe *plot*. Da bi smo zadržali prethodni sadržaj dijagrama u liniji (L13) smo otkucali naredbu *hold on*. Pomoću naredbi u liniji (L16) crtamo mrežu i označavamo ose.
Naredbe u linijama (L17-L20) crtaju dijagram momenta savijanja preme jednačinama (8).

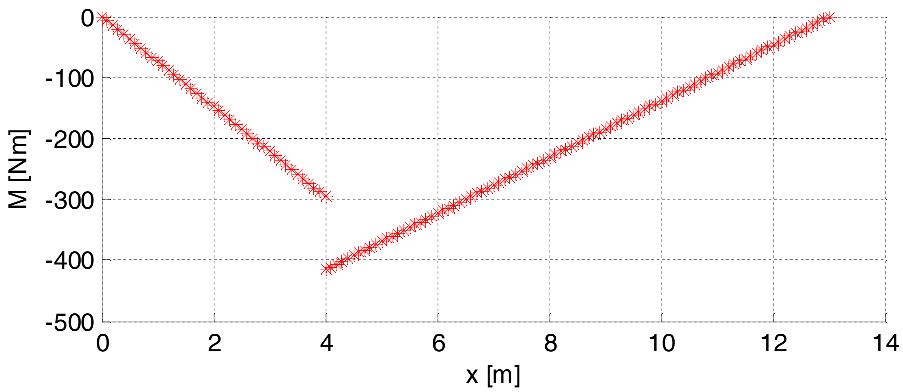
```
%prosta greda sa ekscentricnom silom
1:  clc; clear;

2:  a=4; % [m] duzina a grede
3:  b=9; % [m] duzina b grede
4:  F=120; % [N] spoljasnja sila
5:  c=1; % [m] ekscentar sile

6:  Mc=F*c;
7:  FA=(F*b-Mc)/(a+b);
8:  FB=(F*a+Mc)/(a+b);
9:  fprintf('Sile u oslonicma:\n');
10: fprintf('Oslonac A: FA %6.2f[N]\n',FA);
11: fprintf('Oslonac B: FB %6.2f[N]\n',FB);

12: x=0:0.1:(a+b);

13: subplot(2,1,1);hold on;
14: xp=x(x<=a);FT=FA;plot(xp,FT,'r*'); %xp je pomocna poduzna koordinata
15: xp=x(x>=a & x<=(a+b));FT=FA-F;plot(xp,FT,'r*');
16: grid on;xlabel('x [m]');ylabel('FT [N]');

17: subplot(2,1,2);hold on;
18: xp=x(x<=a);M=FA*xp;plot(xp,-M,'r*'); %xp je pomocna poduzna koordinata
19: xp=x(x>=a & x<=(a+b));M=FA*xp+Mc-F*(xp-a);plot(xp,-M,'r*');
20: grid on;xlabel('x [m]');ylabel('M [Nm]');
```

(\Primeri\Statika\ProstaGreda2.m)

Za podakte date u linijama (L2-L5) statički dijagrami nosača prikazani su na sledećoj slici.

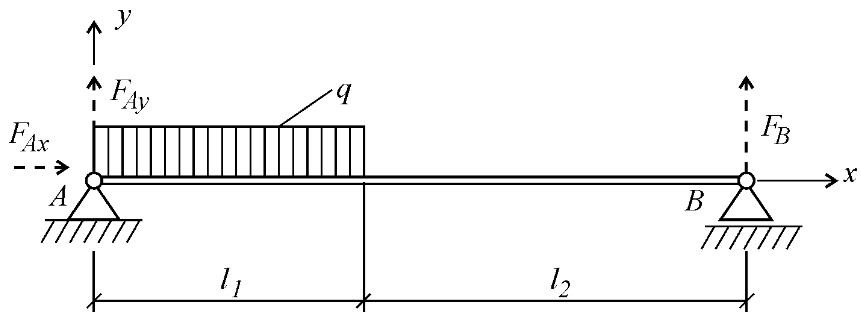


100
50
0
-50
FT [N]
0
2
4
6
8
10
12
14
x [m]



0
-100
-200
-300
-400
-500
M [Nm]
0
2
4
6
8
10
12
14
x [m]

Za nosač prikazan na slici odrediti reakcije oslonaca i prikazati dijagrame sila i momenta.



Iz uslova ravnoteže sila:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} - F_q + F_B = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F_q l_1 / 2 + F_B (l_1 + l_2) \tag{3}$$

gde je:

$$F_q = q\, l_1 \tag{4}$$

q je kontinualno (specifično) opterećenje [N/m]. Sa F_{Ax} i F_{Ay} su označene projekcije sile reakcije nepokretnog oslonca A. Sila F_B predstavlja silu reakcije pokretnog oslonca B.

Sada možemo pisati:

$$(3) \Rightarrow F_B = F_q l_1 / (l_1 + l_2) / 2 \tag{5}$$

$$(2) \Rightarrow F_A = F_{Ay} = F_q - F_B \tag{6}$$

Jednačine (5,6) definišu redosled i način odredjivanja reakcija oslonaca A i B na osnovu jednačina (1-3).

Nakon što smo odredili reakcije oslonaca možemo nacrtati odgovarajuće statičke dijagrame. Oni pokazuju kako se sile F_a, F_T i moment M menjaju duž podužne koordinate x. Pri crtanju dijagrama treba prepoznati karakteristične segmente nosača izmedju kojih imamo diskretne promene sila.

Dijagram aksijalne sile F_a
Na osnovu (1) ova sila jednaka je nuli na celoj dužini nosača.

Dijagram transverzalne sile F_T
Na prvom delu nosača (segment dužine l_1) poprečna sila se menja linearno sa rastojanjem x. Na drugom delu nosača (segment dužine l_2) poprečna sila ima konstantnu vrednost. Tako da imamo:

$$0 < x < l_1 \Rightarrow F_T = F_A - q\,x \tag{7a}$$

$$l_1 < x < l_1 + l_2 \Rightarrow F_T = F_{Ay} - F_q \tag{7b}$$

Dijagram momenta M
Na prvom delu nosača moment je nelinearna funkcija rastojanja x. Na drugom delu nosača moment je linearna funkcija rastojanja.

$$0 < x < l_1 \Rightarrow M = F_A\, x - q\, x^2 / 2 \tag{8a}$$

$$l_1 < x < l_1 + l_2 \Rightarrow M = F_A\, x - F_q (x - l_1 / 2) \tag{8b}$$

Izrazi (7,8) definišu statičke dijagrame nosača sa slike.

Skript fajla koji odredjuje reakcije oslonca i crta statičke dijagrame prikazan je na sledećoj slici.

Nakon što se izbriše ekran i iz radnog prostora uklone zaostale promenljive (L1) definišu se ulazni podaci (L2-L4). Kod ulaznih podataka treba voditi računa o jedinicama mere. Linije (L5-L7) sadrže naredbe za odredjivanje reakcija oslonaca prema izrazima (4-6). Pošto se sila F_q koristi za izračunavanje obe sile reakcije prvo se ona mora odrediti (L5). Naredbe (L8-L10) prikazuju izračunate vrednosti.

U nastavku fajla crtamo statičke dijagrame. U liniji (L11) se definiše vektor koji odgovara podužnoj koordinati x. On sadrži tačke u kojima se odredjuje sila F_T i moment M. Elementi vektora rastu od nule do $(l_1 + l_2)$ sa korakom 0.1. Taj korak se može menjati zavisno od željene rezolucije prikazivanja dijagrama. Naredbe u linijama (L12-L15) crtaju dijagram transverzalne sile. Pošto oba dijagrama želimo da prikažemo na jednoj slici koristimo naredbu *subplot( )*. Prvi segment (linija L13) za poprečnu silu (7a) dobijamo pomoću sledeće naredbe:

```
xp=x(x<=l1);
```

Prvo se formira (izraz u zagradi) logički vektor pomoću operacije poređenja:

```
x<=l1;
```

k-ti elementi ovog vektora ima vrednost 1 (logičko *True*) ukoliko za odgovarajući element vektora x važi $x(k) < l_1$, u protivnom ima vrednost 0 (logičko *False*). Zatim se pomoću tog logičkog vektora izdvajaju elementi vektora x koji odgovaraju prvom segmentu nosača. Ti elementi se upisuju u pomoćni vektor xp. U nastavku linije (L13) odredjujemo silu F_T prema jednačini (7a). Nakon toga crtamo dijagram aksijalne sile na prvom segmentu. U liniji (L14) ponavljamo postupak za drugi segment prema izrazu (7b). Elemente vektora x koji odgovaraju drugom segmentu izdvajamo pomoću naredbe:

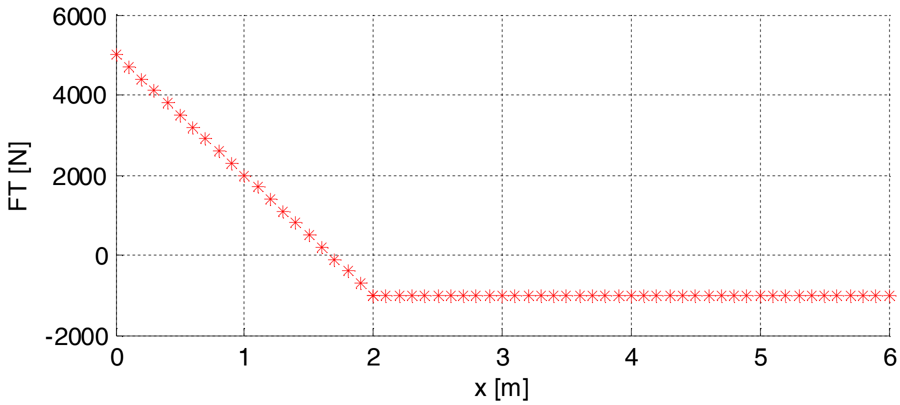
```
xp=x(x>=l1 & x<=l1+l2);
```

Ovde pored operatora poređenja koristimo i logički operator *&* jer želimo da ograničimo segment sa leve i desne strane. Vrednost za silu računamo prema izrazu (7b) a onda i prikazjemo te vrednosti pomoću naredbe *plot*. Da bi smo zadržali prethodni sadržaj dijagrama u liniji (L12) smo otkucali naredbu *hold on*. Pomoću naredbi u liniji (L15) crtamo mrežu i označavamo ose.
Naredbe u linijama (L16-L19) crtaju dijagram momenta savijanja preme jednačinama (8).

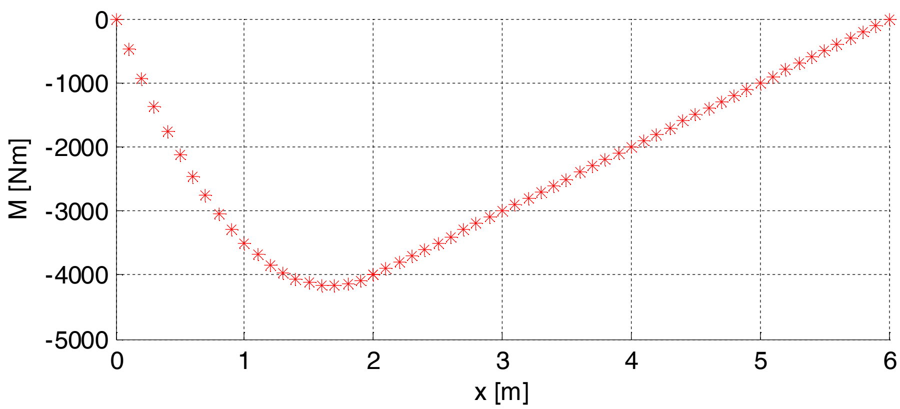
```
%  prosta greda sa kontinualnim opterecenjem

1:  clc; clear;

2:  l1=2;  % [m] duzina grede
3:  l2=4;  % [m] duzina grede
4:  q=3e3; % [N/m] kontinualno (specificno)opterecenje

5:  Fq=q*l1;
6:  FB=Fq*l1/(l1+l2)/2;
7:  FA=Fq-FB;

8:  fprintf('Sile u oslonicma:\n');
9:  fprintf('Oslonac A: FA %6.2f [N] \n',FA);
10: fprintf('Oslonac B: FB %6.2f [N] \n',FB);

11: x=0:0.1:l1+l2;

12: subplot(2,1,1);hold on;
13: xp=x(x<=l1);FT=FA-q*xp;plot(xp,FT,'r*'); %xp je pomocna poduzna koordinata
14: xp=x(x>=l1 & x<=l1+l2);FT=FA-Fq;plot(xp,FT,'r*');
15: grid on;xlabel('x [m]');ylabel('FT [N]');

16: subplot(2,1,2);hold on;
17: xp=x(x<=l1);M=FA*xp-q*xp.*xp/2;plot(xp,-M,'r*');
18: xp=x(x>=l1 & x<=l1+l2);M=FA*xp-Fq*(xp-l1/2);plot(xp,-M,'r*');
19: grid on;xlabel('x [m]');ylabel('M [Nm]');
```

(\Primeri\Statika\ProstaGredaKon3.m)

Za podakte date u linijama (L2-L4) statički dijagrami nosača prikazani su na sledećoj slici.



FT [N]
6000
4000
2000
0
-2000
0 1 2 3 4 5 6
x [m]



M [Nm]
0
-1000
-2000
-3000
-4000
-5000
0 1 2 3 4 5 6
x [m]